

УДК 532.529

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ

ЗУЕВ Ю. В., ЛЕПЕШИНСКИЙ И. А.

Обзор литературы по двухфазным турбулентным течениям показывает, что до настоящего времени не создана завершенная математическая модель этого класса течений, аналогичная модели однофазных турбулентных потоков.

Все немногочисленные работы, посвященные исследованию двухфазных турбулентных струй, ведутся по двум направлениям. В работах, принадлежащих к первому направлению [1-3], уравнения, описывающие двухфазную турбулентную струю, выводятся достаточно строго в общем виде, исходя из особенностей рассматриваемых течений. В работах второго направления, например в статье [4], посвященных, как правило, численному исследованию двухфазных струй, при записи исходных уравнений преобладает феноменологический подход — эти уравнения записываются без вывода по аналогии с уравнениями однофазной газовой динамики, в которые добавляются члены, учитывающие взаимодействие фаз.

Общим недостатком первых работ является то, что форма записи уравнений в них является очень общей, что не позволяет получить численные результаты. При феноменологическом же подходе к выводу расчетных уравнений возникают трудности, связанные как с записью отдельных уравнений, так и отдельных членов, входящих в них. Например, в работе [4] уравнение количества движения дискретной фазы в проекции на поперечную ось координат, которое описывает изменение осредненной поперечной скорости частиц в струе, заменено соотношением  $v_i = v$  ( $v_i$  и  $v$  — поперечные скорости частиц и газа), что значительно снижает точность вычислений (это будет показано ниже на численном примере).

Кроме того, недостатком всех перечисленных выше работ является то, что при записи уравнений двухфазной турбулентной струи не учитываются и не оцениваются силы, действующие на частицу в потоке с градиентом скорости газа, а также полидисперсность потока и связанные с этим коагуляция и дробление частиц.

Расчетные уравнения двухфазной турбулентной струи можно корректно получить путем оценки порядка членов общих уравнений двухфазных турбулентных течений [1-2]. Этому вопросу посвящены работы [5, 6].

Наиболее полно все эффекты, присущие двухфазным турбулентным течениям, учтены в работе [5] — уравнения этой работы содержат практически все силы, действующие на частицы в двухфазной струе (силу сопротивления, силы Архимеда, Магнуса, подъемную силу); в них учитывается коагуляция и дробление частиц. В процессе оценки порядка членов исходных уравнений в [5] показано, что в приближении пограничного слоя коагуляцию и дробление частиц можно рассчитывать в одномерном приближении по осредненным параметрам течения, пренебрегая пульсационным движением частиц.

Но и работы [5, 6] не свободны от недостатков. Так, при оценке порядка членов исходных уравнений двухфазной струи в работе [5], так же как и в работе [6], масштаб пульсационных скоростей частиц был принят равным масштабу пульсационных скоростей газа, в результате чего в уравнении количества движения частиц в проекции на оси координат  $x_2$  и  $x_3$ , нормальные к оси струи  $x_1$ , пропали члены, учитывающие конвективный перенос количества движения в осредненном течении. При этом отмеченные уравнения потеряли самостоятельное значение.

Очевидно, что пульсационные скорости частиц по крайней мере на порядок меньше пульсационных скоростей газа. Если учесть это обстоятельство при оценке порядка членов исходного уравнения количества давления частиц в проекции на оси координат  $x_2$  и  $x_3$ , то окажется, что конвективные члены в этих уравнениях имеют тот же порядок, что и пульсационные, и ими пренебрегать нельзя.

Отмеченная особенность двухфазных струйных течений позволила получить в данной работе уравнение количества движения частиц, которое может быть использовано для вычисления их поперечной скорости.

Ниже будут рассматриваться только двумерные (плоские и осесимметричные) стационарные изобарические двухфазные струи. При записи си-

стемы уравнений двумерной струи вводятся обозначения, несколько отличные от введенных в работе [5]: продольная и поперечная проекции вектора скорости обозначаются через  $u$  и  $v$ , ось координат, совпадающая с осью струи, — через  $x$ , а перпендикулярная ей ось — через  $y$ , параметры газа индексов не имеют, а классы жидкой фазы обозначаются индексом  $i$ , причем  $i=1, 2, \dots, N$ . В этом случае после несложных преобразований уравнений количества движения фаз (подстановки в них соответствующих уравнений сохранения массы) с учетом сделанного выше замечания система уравнений двухфазной турбулентной струи принимает следующий вид:

$$(1) \quad \rho c u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho c v_* \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{y^\alpha} \frac{\partial}{\partial y} y^\alpha \rho c \langle u' v' \rangle =$$

$$= -\frac{3}{4} \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{D_i} C_{D_i} \rho |u - u_i| (u - u_i)$$

$$(2) \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0$$

$$(3) \quad \frac{\partial}{\partial x} \rho c u + \frac{1}{y^\alpha} \frac{\partial}{\partial y} y^\alpha \rho c v_* = 0, \quad v_* = v + \frac{\langle \rho' v' \rangle}{\rho} + \frac{\langle c' v' \rangle}{c}$$

$$(4) \quad \rho_i \left[ c_i u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} + (c_i v_i + \langle c_i' v_i' \rangle) \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{1}{y^\alpha} \frac{\partial}{\partial y} y^\alpha c_i \langle u_i' v_i' \rangle \right] =$$

$$= \frac{3}{4} \frac{c_i}{D_i} C_{D_i} \rho |u - u_i| (u - u_i) + \frac{6c_i \rho_i}{\pi} \left[ \frac{1}{D_i^3} \sum_{j=1}^i k_{ij} e_{ij} c_j (u_j - u_i) + \right.$$

$$\left. + \sum_{j=i}^N k_{ij} e_{ij} \frac{c_j}{D_j^3} (1 - F_{ij}) (u_j - u_i) \right] + \rho_i c_i g$$

$$(5) \quad \rho_i \left[ c_i u_i \frac{\partial v_i}{\partial x} + (c_i v_i + 2 \langle c_i' v_i' \rangle) \frac{\partial v_i}{\partial y} \right] =$$

$$= -\frac{\rho_i}{y^\alpha} \frac{\partial}{\partial y} y^\alpha c_i \langle v_i'^2 \rangle + \frac{3}{4} \rho c_i (u - u_i) \frac{\partial u}{\partial y} -$$

$$- \frac{6\rho_i c_i v_i}{\pi} \left( \frac{1}{D_i^3} \sum_{j=1}^i k_{ij} e_{ij} F_{ij} c_j - \sum_{j=i}^N k_{ij} e_{ij} F_{ij} \frac{c_j}{D_j^3} \right)$$

$$(6) \quad \frac{\partial}{\partial x} c_i u_i + \frac{1}{y^\alpha} \frac{\partial}{\partial y} y^\alpha (c_i v_i + \langle c_i' v_i' \rangle) =$$

$$= \frac{6c_i}{\pi} \left( \frac{1}{D_i^3} \sum_{j=1}^i k_{ij} e_{ij} F_{ij} c_j - \sum_{j=i}^N k_{ij} e_{ij} F_{ij} \frac{c_j}{D_j^3} \right)$$

$$(7) \quad P = \rho R T, \quad c + \sum_{i=1}^N c_i = 1$$

$$u_0 = u_0(y), \quad u_{i0} = u_{i0}(y), \quad c_{i0} = c_{i0}(y), \quad v_{i0} = v_{i0}(y) \quad (x=0)$$

$$u = u_i, \quad u_i = u_{i1}, \quad c_i = c_{i1}, \quad v_i = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (y=\infty)$$

Здесь  $\rho$  — массовая плотность,  $c$  — объемная концентрация,  $D_i$  и  $C_{Di}$  — диаметр и коэффициент сопротивления частиц,  $g$  — ускорение свободного падения (для определенности принимается, что вектор  $g$  совпадает с осью  $x$ ),  $P$  — давление газа,  $v^*$  — приведенная поперечная скорость [7],  $R$  — газовая постоянная,  $T$  — температура,  $k_{ij}$  — константа коагуляции,  $e_{ij}$  и  $F_{ij}$  — коэффициенты захвата и эффективности соударений частиц, индексом  $o$  обозначены параметры фаз в начальном сечении струи, а индексом  $l$  — параметры фаз при  $y = \infty$ . При  $\alpha = 0$  система уравнений (1) — (7) описывает плоскую струю, а при  $\alpha = 1$  — осесимметричную.

Изменение размера капель вследствие их коагуляции и дробления описывается известным уравнением [8].

Константа коагуляции  $k_{ij}$  вычисляется по формуле [8]

$$(8) \quad k_{ij} = \frac{\pi}{4} (D_i + D_j)^2 |u_i - u_j|$$

в которой индексами  $i$  и  $j$  обозначены номера классов частиц, соударяющихся между собой. Коэффициент захвата  $e_{ij}$  [8] описывает вероятность слияния двух частиц при их сближении ( $0 \leq e_{ij} \leq 1$ ). После слияния двух частиц вновь образовавшаяся частица может быть неустойчивой — возможно ее дробление с образованием осколков, размер которых принимается равным размеру частиц-снарядов. Вероятность дробления частиц описывается коэффициентом эффективности соударений  $F_{ij}$  [8], который при этом принимает отрицательное значение.

Коэффициенты  $e_{ij}$  и  $F_{ij}$  представляют собой безразмерные величины, значения которых определяются экспериментально в критериальном виде [8].

Для того чтобы решить систему (1) — (8), необходимо каким-либо способом определить моменты корреляции пульсационных величин, входящие в уравнения этой системы. В данной работе, так же как и в [4], эти моменты корреляции выражаются через осредненные параметры двухфазного потока в рамках теории пути перемешивания Прандтля с использованием модели турбулентности двухфазного потока [9]. В отличие от работы [4] при вычислении пульсационных параметров фаз здесь учитывается скольжение фаз в осредненном течении и прохождение частиц через моль.

Согласно модели турбулентности двухфазного потока [9], в некоторой точке потока образуется газовый моль (объем газа, размеры которого равны среднему масштабу турбулентности) и начинает двигаться, увлекая за собой попавшие в него частицы. За счет трения между газом и частицами моль тормозится, а частицы ускоряются. В соответствии с [9] моменты корреляции пульсационных величин определяются значениями пульсационных скоростей фаз в конце «жизни» моля, которые могут быть найдены из решения системы уравнений, состоящей из уравнения сохранения суммарного количества движения газа и частиц в моле и уравнения движения частиц. При записи этих уравнений в [9] предполагалось, что на всем протяжении движения моля он взаимодействует с одними и теми же частицами, т. е. частицы не входят и не выходят из него. Это допущение справедливо только для равновесных в осредненном течении потоков.

Если же скорости фаз в осредненном течении различны, то частицы пронизывают моль, причем вследствие взаимодействия частиц с молеми скорости частиц на входе в моль будут отличаться от их скоростей на выходе из моля. Это означает, что в зависимости от соотношения скоростей фаз частицы либо «уносят» с собой часть количества движения моля, либо «передают» молю часть своего количества движения. Количество дви-

жения, «потерянное» или «приобретенное» молам за счет его взаимодействия с частицами в течение некоторого интервала времени, равно с соответствующим знаком интегралу по времени от произведения секундного массового расхода частиц, прошедших через моль, на разность их скоростей до и после взаимодействия с молам.

Скольжение фаз в осредненном течении при записи уравнений, описывающих продольное пульсационное движение моля и частиц, учитывается путем введения в эти уравнения мгновенных значений скоростей фаз  $u^*$  и  $u_i^*$ ; осредненные скорости фаз при пульсационном движении моля считаются неизменными.

При этом продольные пульсационные скорости фаз находятся из решения системы уравнений

$$(9) \quad \rho_i L_x L_y \sum_{i=1}^N c_i u_{iH}^* + \rho L_x L_y c u_H^* = \rho_i L_x L_y \sum_{i=1}^N c_i u_{iV}^* + \\ + \rho L_x L_y c u^* + \rho_i L_y \sum_{i=1}^N c_i \int_0^t (u_{ix}^* - u_i) |u^* - u_{ix}^*| dt$$

$$(10) \quad m_i \frac{du_i^*}{dt} = -\rho C_{Di}^* \frac{(u_i^* - u^*) |u_i^* - u^*|}{2} f_i \\ u_H^* = u \pm u_0', \quad u_{iH}^* = u_i \quad (t=0)$$

Для определения поперечных пульсационных скоростей фаз необходимо решить систему уравнений

$$(11) \quad \rho_i L_x L_y \sum_{i=1}^N c_i v_{iH}' + \rho L_x L_y c v_H' = \rho_i L_x L_y \sum_{i=1}^N c_i v_{iV}' + \\ + \rho L_x L_y c v' + \rho_i L_y \sum_{i=1}^N c_i \int_0^t v_{ix}' |u - u_i| dt +$$

$$+ \rho_i L_x \sum_{i=1}^N c_i \int_0^t v_{iy}' |v' - v_i'| dt \\ (12) \quad m_i \frac{dv_i'}{dt} = -\rho C_{Di}' \frac{(v_i' - v') |v_i' - v'|}{2} f_i \\ v_H' = v_0', \quad v_{iH}' = 0 \quad (t=0)$$

В уравнениях (9)–(12)  $m_i$  и  $f_i$  – масса и площадь миделевого сечения частиц,  $L_x$  и  $L_y$  – линейные размеры моля вдоль осей  $x$  и  $y$ ,  $u_{iV}^*$  и  $v_{iV}'$  – мгновенная продольная и пульсационная поперечная скорости частиц в моле, осредненные по его объему,  $u_{ix}^*$ ,  $v_{ix}'$  и  $v_{iy}'$  – средняя мгновенная продольная и средние пульсационные поперечные скорости частиц на выходе из моля (индексы  $x$  и  $y$  указывают направления, по которым частицы пересекают границы моля),  $u_0'$  и  $v_0'$  – продольная и поперечная пульсационные скорости газа в потоке без частиц. Индексом  $H$  обозначены скорости моля и частиц в момент формирования моля.

Уравнения (9)–(12) записаны в предположении, что моль является параллелепипедом с ребрами  $L_x$ ,  $L_y$  и  $L_z=1$  и начальные пульсационные скорости частиц равны нулю.

Члены в левых частях уравнений (9) и (11) описывают количество движения газа и частиц в начальный момент жизни моля, первые два члена в их правых частях — количество движения газа и частиц в моле в текущий момент времени, последние члены — изменение количества движения моля с частицами за счет прохождения через него частиц.

Система уравнений (9)–(10) решается дважды — для движения моля в положительном и отрицательном направлении оси  $x$  [10].

Среднее значение продольных пульсационных скоростей фаз в конце жизни моля находится по формулам [11]

$$u' = \frac{|u_+'| + |u_-'|}{2}, \quad u_i' = \frac{|u_{i+}'| + |u_{i-}'|}{2}$$

в которых индексы плюс и минус указывают на направление движения моля относительно положительного направления оси  $x$ .

В последних выражениях и ниже в целях сокращения записей среднестатистические значения пульсаций фаз обозначаются штрихом.

В дальнейшем удобнее будет пользоваться не пульсационными скоростями фаз двухфазного потока, а их отношением к пульсационной скорости газа в потоке без частиц:

$$(13) \quad k_u = \frac{u'}{u_0'}, \quad k_{u_i} = \frac{u_i'}{u_0'}, \quad k_v = \frac{v'}{v_0'}, \quad k_{v_i} = \frac{v_i'}{v_0'}$$

Численный анализ показывает, что при расчете пульсационных скоростей фаз неравновесных потоков, содержащих мелкие (до 1 мкм) или крупные (свыше 100 мкм) частицы, с достаточной степенью точности можно пользоваться моделью [9] без поправок. Пренебрежение скольжением фаз в двухфазных потоках с частицами среднего размера, имеющими относительно малую плотность ( $10^3$  кг/м<sup>3</sup>), приводит к значительной погрешности в вычислении пульсационных скоростей фаз, которая соизмерима с точностью модели — для капель воды диаметром 10 мкм при диаметре сопла  $2 \cdot 10^{-2}$  м и расходной массовой концентрации дискретной фазы  $\kappa=1$  погрешность вычисления пульсационных скоростей газа составляет 15–30%, а погрешность вычисления пульсационных скоростей частиц — 30–50%. При увеличении концентрации частиц эти погрешности быстро растут и могут достигать нескольких сот процентов. Поэтому во всех практически интересных случаях при расчете пульсационных скоростей фаз необходимо учитывать скольжение фаз в осредненном течении.

По найденным из решения систем уравнений (9)–(10) и (11)–(12) значениям  $k_u$ ,  $k_{u_i}$ ,  $k_v$  и  $k_{v_i}$  можно вычислить моменты корреляции пульсационных параметров фаз:

$$(14) \quad \langle u'v' \rangle = -k_u k_v l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \langle u_i'v_i' \rangle = -k_{u_i} k_{v_i} l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\langle v_i'^2 \rangle = k_{v_i}^2 l^2 \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

$$(15) \quad \langle c_i'v_i' \rangle = -\frac{(1+k_v)k_{v_i}k_i}{2\beta_i} l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial c_i}{\partial y}, \quad \beta_i = \left[ 1 - (1 - Sc_g) \frac{v_i'}{v'} \right]$$

Вывод выражений для первых трех моментов корреляций аналогичен выводу выражения для момента корреляции пульсационных скоростей газа однофазной струи [14]. При выводе формул (14) сделано предположение, что коэффициент корреляции пульсационных скоростей газа и частиц в двухфазной струе такой же, как и в однофазной.

При выводе формулы (15) использовалось выражение, полученное для пульсации объемной концентрации частиц двухфазного потока в рамках теории Прандтля (здесь приводится без вывода):

$$(16) \quad c_i' = l_{vm} \frac{\partial c_i}{\partial y} + l_{vi} \left( \frac{\partial c_i}{\partial y} \right)_p$$

в котором  $l_{vm}$  и  $l_{vi}$  — пути, пройденные молекул и частицами при их пульсационном движении в направлении оси  $y$ ,  $\partial c_i / \partial y$  — градиент объемной концентрации частиц в струе,  $(\partial c_i / \partial y)_p$  — местный градиент объемной концентрации частиц, порожденный переходом пульсирующих частиц из одной точки потока в другую.

Для очень мелких частиц, полностью увлекаемых молекул, второе слагаемое (16) составляет некоторую долю от первого слагаемого, что можно учесть введением пути перемешивания по концентрации  $l_{cm}$ , отличного от пути перемешивания по количеству движения  $l_{vm}$ , как это делается при расчете однофазных струй. При этом по аналогии с газовыми течениями

$$(17) \quad c_i' = l_{cm} \frac{\partial c_i}{\partial y}$$

Если предположить, что время жизни моля по концентрации в двухфазном потоке составляет часть от соответствующего времени жизни моля в однофазном потоке, т. е.  $t_{c2} = k_t t_{c1}$ , то будет справедливо соотношение  $l_{cm} / v_m' = k_t l_c / v_0'$ , из которого следует

$$(18) \quad l_{cm} = l_c k_t \frac{v_m'}{v_0'} = l_c k_t \frac{(v_0' + v')}{2v_0'} = \frac{l_c k_t (1 + k_v)}{2}$$

В выражении (18)  $v_m'$  — среднее значение пульсационной скорости моля за время его жизни,  $l_c$  — путь перемешивания по концентрации в однофазном неоднородном потоке.

Пульсационная скорость частиц в двухфазном потоке выражается в соответствии с (13) через пульсационную скорость однофазного потока:

$$(19) \quad v_i' = k_{vi} v_0' = k_{vi} l_v \frac{\partial u}{\partial y}$$

где  $l_v$  — путь перемешивания по количеству движения в однофазном потоке.

Подстановка (17)–(19) в формулу  $\langle c_i' v_i' \rangle = -k_{cv} c_i' v_i'$  приводит к выражению

$$(20) \quad \langle c_i' v_i' \rangle = - \frac{(1 + k_v) k_{vi} k_t}{2 Sc_g} l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial c_i}{\partial y}$$

в котором  $Sc_g$  — число Шмидта газового неоднородного потока,  $k_{cv}$  — коэффициент корреляции, принятый равным коэффициенту корреляции однофазного потока,  $l$  — путь перемешивания Прандтля.

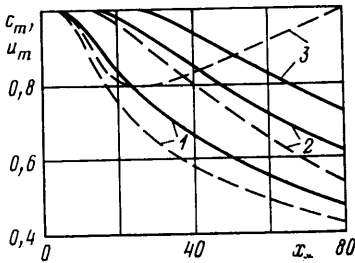
Выражение для момента корреляции  $\langle c_i' v_i' \rangle$  в случае крупных частиц выводится аналогично выражению (20) с той лишь разницей, что пульсация концентраций описывается формулой (16), в которой второе слагаемое равно нулю. При этом выражение для  $\langle c_i' v_i' \rangle$  аналогично выражению (20), в котором отсутствует  $Sc_g$ . Для промежуточной области размеров частиц предлагается формула (15).

При размере частиц, стремящемся к размеру молекул газа, значения  $k_v$ ,  $k_{vi}$  и  $k_t$  стремятся к единице, а значение  $\beta_i$  — к  $Sc_g$ . При этом формула (15) принимает привычный вид. Для крупных частиц  $k_{vi} = 0$  и, следовательно,  $\langle c_i' v_i' \rangle = 0$ .

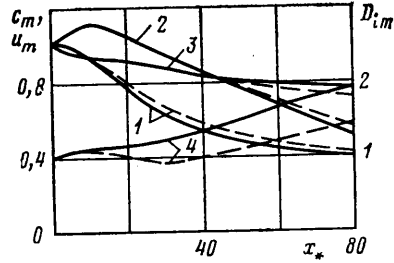
Численное решение системы уравнений (1)–(8) проводилось методом сеток с использованием неявной шеститочечной схемы [12], модифицированной введением поточной прогонки.

На фиг. 1 представлены некоторые результаты расчета двухфазной струи с монодисперсной примесью капель воды, иллюстрирующие необходимость вычисления поперечной скорости частиц с помощью уравнения (5). Расчет проводился при следующих исходных данных: профили всех параметров на срезе сопла равномерные,  $u_0 = u_{i0} = 50$  м/с,  $\rho = 1,2$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_i = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $D_{10} = 250$  мкм,  $c_{10} = 1,2 \cdot 10^{-3}$ ,  $v_0 = v_{i0} = 0$ ,  $r_c = 50 \cdot 10^{-3}$  м ( $r_c$  – радиус сопла).

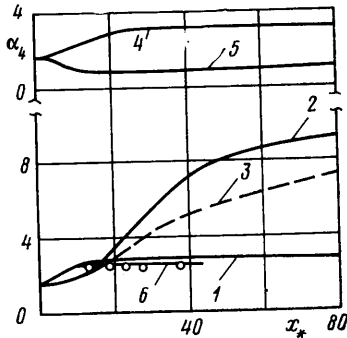
На фиг. 1 показано изменение обезразмеренных продольной скорости газа, продольной скорости капель и их объемной концентрации вдоль оси струи (кривые



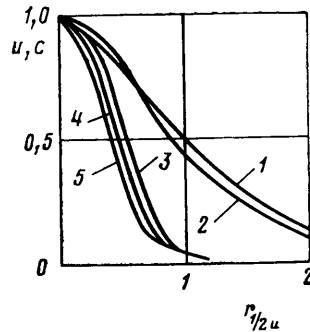
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

1–3 соответственно). Сплошными кривыми изображены результаты расчета двухфазной струи с использованием системы уравнений (1)–(8), штриховыми – результаты расчета струи, при проведении которого принято, что поперечная скорость частиц равна поперечной скорости газа. Из графиков на фиг. 1 следует, что замена уравнения количества движения (5) соотношением  $v_i = v$  приводит к значительной погрешности в расчетах (свыше 10%) и может исказить их результаты (измерение объемной концентрации вдоль оси струи). Отмеченная погрешность будет возрастать с увеличением плотности материала частиц и их диаметра.

Степень влияния коагуляции и дробления капель на параметры двухфазной струи можно оценить по графикам на фиг. 2–4, на которых изображены результаты расчета затопленной полидисперсной струи

Расчет проводился при следующих граничных условиях на срезе сопла:  $u_0 = 50$  м/с,  $\rho = 1,2$  кг/м<sup>3</sup>,  $u_{10} = u_{20} = u_{30} = 40$  м/с,  $\rho_i = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $D_{10} = 10$  мкм,  $D_{20} = 60$  мкм,  $D_{30} = 100$  мкм,  $c_{10} = 4 \cdot 10^{-4}$ ,  $c_{20} = 8 \cdot 10^{-4}$ ,  $c_{30} = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $v_0 = 0$ ,  $v_{10} = v_{20} = v_{30} = 0$ ,  $r_c = 10 \cdot 10^{-3}$  м, профили всех параметров равномерные.

При анализе результатов расчета полидисперсной двухфазной струи введены следующие средние параметры частиц: суммарная объемная концентрация частиц, их средняя скорость и диаметр

$$c_{iS} = \sum_{i=1}^N c_i, \quad u_{im} = \frac{\sum_{i=1}^N c_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N c_i u_i}, \quad D_{im} = \frac{\sum_{i=1}^N c_i}{\sum_{i=1}^N \frac{c_i}{D_i}}$$

Деформация поперечных профилей осредненных параметров струи вдоль ее оси оценивалась с помощью моментов этих профилей – дисперсии, эксцесса – и их безразмерного отношения – относительного показателя эксцесса  $\alpha_4$ , равного отношению эксцесса к квадрату дисперсии.

На фиг. 2 приведено изменение осевых значений параметров струи, отнесенных к соответствующим значениям этих параметров на срезе сопла (кривая 1 – продольная скорость газа, 2 – средняя продольная скорость капель, 3 – суммарная объемная концентрация капель, 4 – средний диаметр капель; сплошные кривые построены с учетом коагуляции и дробления капель, а штриховые – без учета этих эффектов).

На фиг. 3 показано изменение вдоль оси относительных показателей эксцесса поперечных профилей параметров двухфазной струи: продольной скорости газа (кривая 1), объемной концентрации капель (кривая 2 соответствует случаю с коагуляцией и дроблением, а 3 – без коагуляции и дробления), средней продольной скорости капель (кривая 4) и их среднего диаметра (кривая 5). Для сравнения на фиг. 3 приведена кривая 6, изображающая зависимость относительного показателя эксцесса профиля скорости газа однофазной струи от  $x_* = x/r_c$ , на которую нанесены (точки 7) значения этого показателя, вычисленные по результатам эксперимента [13]. Совпадение кривых 1 и 6 на фиг. 3 указывает на то, что профили продольной скорости газа одно- и двухфазной струй практически совпадают.

На фиг. 4 представлены безразмерные профили продольной скорости газа (кривая 1), средней продольной скорости капель (кривая 2) и их суммарной объемной концентрации (кривые 3, 4 и 5) в трех сечениях струи:  $x_* = 40, 60$  и  $70$ . Из этого рисунка следует, что профили скоростей газа и средней скорости капель в указанных сечениях струи практически автомодельны, в то время как профили суммарной объемной концентрации – нет (кривая 3 соответствует  $x_* = 40, 4 - 60, 5 - 70$ ).

Анализ графиков позволяет сделать вывод о том, что коагуляция и дробление влияют на изменение среднего диаметра капель вдоль оси струи (фиг. 2) и практически не влияют на его поперечные профили (это следует из фиг. 3). В то же время при незначительном влиянии коагуляции и дробления капель на изменение их осевой суммарной концентрации (фиг. 2) коагуляция и дробление капель существенно влияют на форму ее поперечных профилей (фиг. 3). Изменение осевых значений параметров струи и средней скорости капель, а также их поперечные профили практически не зависят от наличия коагуляции и дробления капель в струе.

По кривым на фиг. 3 можно судить об автомодельности поперечных профилей параметров струи – в случае автомодельности профилей эти кривые будут вырождаться в прямые, параллельные оси абсцисс. Профили продольной скорости газа как однофазной, так и двухфазной струи становятся автомодельными, начиная с  $x_* = 12-13$ . Автомодельность профилей продольной средней скорости капель и их объемной концентрации наблюдается при больших значениях  $x_*$ .

В связи с тем что опубликованные работы по экспериментальному исследованию двухфазных струй не содержат всех данных о параметрах потока на срезе сопла, являющихся исходными данными для расчета струи, в данной статье не проводится количественное сопоставление теории и эксперимента, качественное же совпадение результатов расчета по предлагаемой модели двухфазной струи с данными эксперимента хорошее.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Франкль Ф. И. К теории движения взвешенных наносов. – Докл. АН СССР, 1953, т. 92, № 2, с. 247–250.
2. Франкль Ф. И. Уравнения энергии для движения жидкостей со взвешенными наносами. – Докл. АН СССР, 1955, т. 102, № 5, с. 903–906.
3. Дюнин А. К., Борщевский Ю. Т., Яковлев Н. А. Основы механики многокомпонентных потоков. Новосибирск: Наука, 1965. 75 с.
4. Васильков А. П. Расчет турбулентной двухфазной изобарической струи. – Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 5, с. 57–63.
5. Зув Ю. В., Лепешинский И. А. Система уравнений, описывающих двухфазную газокapельную струю. – В кн.: Турбулентные двухфазные течения. Ч. 2. Таллин: АН ЭССР, 1979, с. 119–126.



6. *Тирумалеса*. Уравнения двухфазного потока для течений типа турбулентного пограничного слоя. — Ракетная техника и космонавтика, 1967, т. 5, № 11, с. 213–215.
7. *Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н., Смирнова И. П.* Турбулентное смешение газовых струй. М.: Наука, 1974. 272 с.
8. *Стернин Л. Е.* Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974. 211 с.
9. *Абрамович Г. Н.* О влиянии примеси твердых частиц или капель на структуру турбулентной газовой струи. — Докл. АН СССР, 1970, т. 190, № 5, с. 1052–1055.
10. *Абрамович Г. Н., Гиршович Т. А.* Турбулентные струи, несущие твердые или капельно-жидкие примеси. — В кн.: Парожидкостные потоки. Минск: Ин-т тепло- и массообмена, 1977, с. 155–175.
11. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
12. *Браиловская И. Ю., Чудов Л. А.* Решение уравнений пограничного слоя разностным методом. — В кн.: Вычислительные методы и программирование. Вып. 1. М.: Изд-во МГУ, 1962, с. 167–182.
13. *Абрамович Г. Н.* Теория турбулентных струй. М.: Физматгиз, 1960. 716 с.

Москва

Поступила в редакцию  
7.VII.1980