

Полагая далее, что $a \ll U_0 - c$ и удерживая в (3.2) члены вплоть до порядка $O(a)$, имеем с учетом (1.6)

$$\alpha_2' \approx - \frac{2a\delta B^3}{(U_0 - c)^4 (n\pi)^{3/2}} [1 - (-1)^n]$$

где B — амплитуда собственной функции, $n=1, 2, 3, \dots$ — номер моды волнового движения.

Отсюда видно, что для четных n в принятом приближении $\alpha_2' \approx 0$ и уравнение (1.7) является линейным. Для нечетных мод

$$\alpha_2' \approx -4a\delta B^3 / (U_0 - c)^4 (n\pi)^{3/2}$$

и профиль начального возмущения испытывает нелинейные искажения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Korteweg D. J., de Vries G. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and a new type of long solitary waves.— *Philos. Mag.*, 1895, Ser. 5, v. 39.
2. Кадомцев Б. Б., Петвиашвили В. И. Об устойчивости уединенных волн в слабо диспергирующих средах.— Докл. АН СССР, 1970, т. 192, № 4, с. 753.
3. Захаров В. Е. Неустойчивость и нелинейные колебания солитонов.— Письма в ЖЭТФ, 1975, т. 22, № 7, с. 364.
4. Магеев В. Б. Римановы поверхности и периодические решения нелинейных уравнений типа Кортевега — де Вриза.— В кн.: Нелинейные волны. М.: Наука, 1979, с. 20.
5. Петвиашвили В. И. Неоднородные солитоны.— В кн.: Нелинейные волны. М.: Наука, 1979, с. 5.
6. Леонов А. И. О двумерных уравнениях Кортевега — де Вриза в нелинейной теории поверхностных и внутренних волн.— Докл. АН СССР, 1976, т. 229, № 4, с. 820.
7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики, 4-е изд. испр. М.: Наука, 1972. 735 с.
8. Long R. R. On the Boussinesq approximation and its role in the theory of internal waver.— *Tellus.*, 1965, v. 17, № 1, p. 46.

Севастополь

Поступила в редакцию
7.I.1980

УДК 533.6.011

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОТРЫВНОГО ТЕЧЕНИЯ ПЕРЕД ЦИЛИНДРОМ С ИГЛОЙ

МЫШЕНКОВ В. И.

В рамках модели вязкой жидкости решается задача осесимметричного обтекания совершенным теплопроводным газом цилиндра с выступающей перед ним тонкой иглой при до- и сверхзвуковых скоростях набегающего потока.

Исследуется образование и развитие отрывного течения перед лобовой поверхностью цилиндра, вызванного иглой. Изучается изменение газодинамических и геометрических параметров отрывной зоны в зависимости от чисел Маха и Рейнольдса набегающего потока. Полученные результаты сравниваются с имеющимися экспериментальными данными.

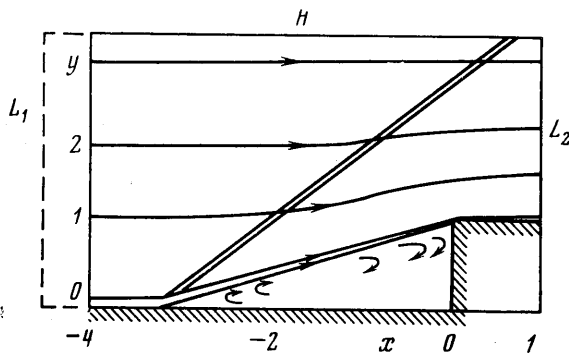
Тонкая игла, выступающая из лобовой части тупого тела, при больших скоростях вызывает существенное изменение картины его обтекания благодаря образованию отрывной зоны у иглы [1]. В результате вместо обтекания исходного тупого тела реализуется обтекание некоторого фиктивного с конической лобовой частью. Отходящая ударная волна с прямым скачком у оси симметрии при этом заменяется присоединенной к игле конической волной, а сопротивление тела и теплопередача к нему значительно снижаются. Широкое экспериментальное исследование отрывных течений, вызванных иглами, выступающими перед тупыми телами, было проведено в [1]. Интерес к этим исследованиям был обусловлен возможностью применения игл для уменьшения сопротивления и теплопередачи, а также для эффективного способа управления. Исследования были проведены в диапазонах чисел Маха набегающего потока $1,75 \leq M \leq 14$ и чисел Рейнольдса, рассчитанных по параметрам набегающего потока и радиусу миделя, близких к переходным $0,42 \cdot 10^6 \leq Re \leq 0,75 \cdot 10^6$. Были исследованы основные особенности отрывного течения и зависимость сопротивления тел от длины иглы [1].

В настоящее время не существует достаточно полной теории течения около тупого тела с выступающей иглой. Имеются лишь приближенные расчеты, основанные на использовании условия баланса массы для весьма упрощенной картины течения [2].

В данной работе предпринята попытка численного решения этой задачи на основе уравнений Навье – Стокса. Исследования проведены в широком диапазоне чисел Рейнольдса и Маха.

1. Постановка задачи. Рассмотрим осесимметричное отрывное течение у цилиндра с плоским торцом, вызванное установленной перед ним тонкой иглой, при условии, что параметры течения заданы на поверхности тела и на бесконечности.

Задачу будем решать в рамках уравнений Навье – Стокса конечно-разностным методом установления, предполагая существование и единственность решения при достаточно гладких краевых условиях. Используемая система уравнений приведена в [3]. В качестве определяющих параметров примем плотность, скорость и вязкость



Фиг. 1

набегающего потока на бесконечности: ρ_∞ , u_∞ , μ_∞ , а в качестве характерного размера – радиус цилиндра r_0 ; $Re = \rho_\infty u_\infty r_0 / \mu_\infty$ – число Рейнольдса. Внутреннюю энергию в набегающем потоке определяем по формуле $e_\infty = (\gamma(\gamma-1)M_\infty^2)^{-1}$, где γ – показатель адиабаты.

Решение задачи в силу осесимметричности течения будем искать в верхней части плоскости сечения x, y (x, y – цилиндрические координаты), в области, ограниченной слева и сверху поверхностями L_1 и H , достаточно удаленными от обтекаемого тела, чтобы можно было поставить условия, эквивалентные условиям на бесконечности (Фиг. 1). На части поверхности H , расположенной непосредственно над обтекаемым телом, задавались условия гладкого сопряжения типа $\partial^2 f / \partial y^2 = 0$ ($f = (\rho, u, v, e)$, v – компонента скорости по оси y), чтобы возмущения от тела не искажали решения. На оси симметрии задаются условия $\partial \rho / \partial y = \partial u / \partial y = \partial e / \partial y = v = 0$, а на поверхности тела – условия прилипания потока и температура стенки T_w . В расчетах принималось $T_\infty = T_w = 300\text{K}$. С правой стороны область интегрирования ограничена лобовой (торцевой) поверхностью цилиндра и находящейся на некотором удалении от нее вниз по потоку поверхностью L_2 , где задаются гладкие условия сопряжения типа $\partial f / \partial x = 0$ (либо $\partial^2 f / \partial x^2 = 0$). Положение поверхности L_2 определялось на основе методических расчетов из условия, чтобы возмущения от правой границы не искажали решения в области отрывного течения перед торцом.

В качестве начальных данных задачи задавалось поле течения с параметрами, равными параметрам набегающего потока.

Задачу решаем методом установления с помощью неявной конечно-разностной схемы расщепления [4]. Используемая реализация схемы приведена в работе [3]. Решение считаем установившимся, если вектор продольной составляющей скорости U в некотором выбранном поперечном сечении удовлетворяет условию $\|\partial U / \partial t\| \leq 10^{-3}$, t – время. Процесс установления дополнительно контролировался наблюдением за изменением длины отрывной области, которая в процессе счета асимптотически стремилась к своему предельному значению.

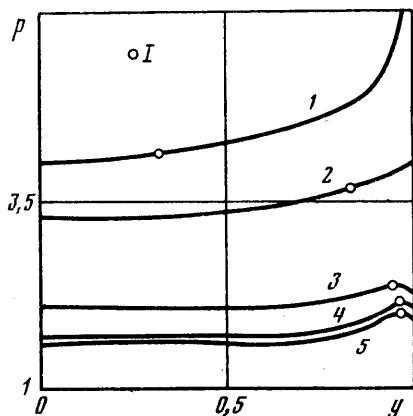
2. Результаты расчетов. Решение задачи об отрывном течении перед цилиндром с иглой получено при до- и сверхзвуковых числах Маха $0.5 \leq M \leq 3.0$ (для $Re = 10^3, 10^4$), числах Рейнольдса в диапазоне $3.6 \leq Re \leq 10^5$ (для $M=2$), числе Прандтля $Pr = 0.71$ и показателе адиабаты $\gamma = c_p / c_v = 1.4$. Здесь и далее нижние индексы у переменных опущены.

Расчеты проведены на неравномерных сетках для области счета ($x \times y$), составляющей около 2500 точек (55×45). Сетки имели наибольшую густоту у поверхностей

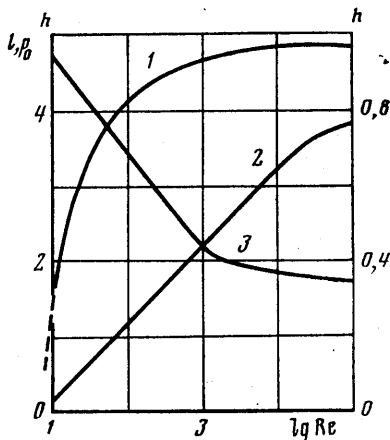
иглы и цилиндра, у угловой кромки, в районах точек отрыва и прилипания потока, т. е. в областях наибольшего изменения параметров течения и проявления сил вязкости. С удалением от поверхностей обтекаемого тела шаги сетки по x и y увеличивались, что обеспечивало достаточно обоснованный выбор границ области счета с учетом областей влияния и возможность повышения расчетных чисел Re .

Исследовались особенности течения перед цилиндром с иглой в приведенных диапазонах чисел Re и M . Рассматривалось развитие отрывного течения. Точки отрыва и прилипания определялись по изменению знака y напряжения трения, которое аппроксимировалось конечными разностями со вторым порядком точности.

Расчеты были проведены для цилиндра с выступающей вперед тонкой иглой длиной $L=6,5r_0$, чтобы исключить появление нестационарности обтекания [1]. Для



Фиг. 2



Фиг. 3

сокращения времени счета задача аналогично [5] решалась вначале на грубой сетке (28×33) в изложенной постановке. Затем полученное решение использовалось уже в качестве начальных данных для расчета на основной, более мелкой расчетной сетке (55×45).

Расчеты показывают, что при больших числах Re и $M=2$ вдоль иглы перед лобовой поверхностью цилиндра с иглой образуется значительная отрывная зона, имеющая форму, близкую к конической, везде, кроме окрестностей точек отрыва и прилипания потока. На фиг. 1 представлена полученная картина течения, соответствующая $M=2$, $Re=10^4$. При этом давление в отрывной зоне на большей ее части практически постоянно. Лишь около точек отрыва потока из-за обтекания конической отрывной зоны и прилипания существуют градиенты давления. Все это позволяет, как уже отмечалось ранее [1], приближенно определять давление в отрывной зоне из решения задачи обтекания конуса с углом полураствора, равным углу образующей отрывной зоны. Выше точки отрыва давление на игле при больших Re оказывается постоянным и равным давлению в набегающем потоке.

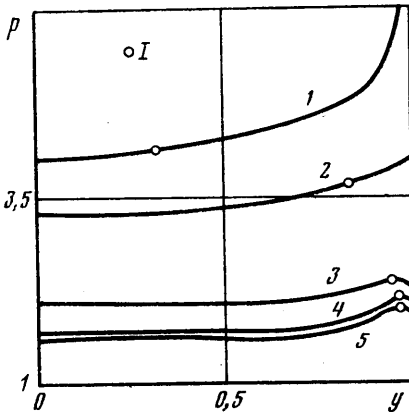
Давление на большей части лобовой поверхности цилиндра, как видно из фиг. 2 ($M=2$; кривая 1 соответствует значению $Re=10$, 2— 10^2 , 3— 10^3 , 4— 10^4 , 5— 10^5 ; I — точки прилипания), постоянно. Только в окрестности точки прилипания оно повышается, достигая максимума. Далее к угловой кромке цилиндра давление снова понижается. Точка прилипания потока всегда находится ниже этого пика давления.

С уменьшением числа Re размеры отрывной зоны сокращаются. На фиг. 3 кривая 1 соответствует высоте отрывной зоны h (координата точки прилипания), 2 — длине отрывной зоны l , 3 — осредненному по площади давлению p_0 . При этом длина отрывной зоны l в зависимости от Re изменяется почти по логарифмическому закону. Точка прилипания потока при всех рассмотренных числах Re всегда расположена ниже угловой кромки и с уменьшением Re стремится к основанию иглы. Минимальные размеры отрывная зона имеет примерно при $Re=7$. С дальнейшим уменьшением Re она возрастает и при $Re=3,6$ имеет размеры, близкие размерам отрывной зоны, соответствующей $Re=10$. Области постоянного давления в отрывной зоне на игле и лобовой поверхности Re сокращаются, а градиенты давления и давление возрастают (фиг. 2). Однако отрывная зона сохраняет при этом форму, близкую к конической. При малых Re на конце иглы возникает пик давления, обусловленный вязким взаимодействием его с набегающим потоком. Сопротивление цилиндра с иглой, как видно из фиг. 3, где приведено изменение осредненного давления по его лобовой поверхности p_0 (кривая 3), с уменьшением Re повышается из-за

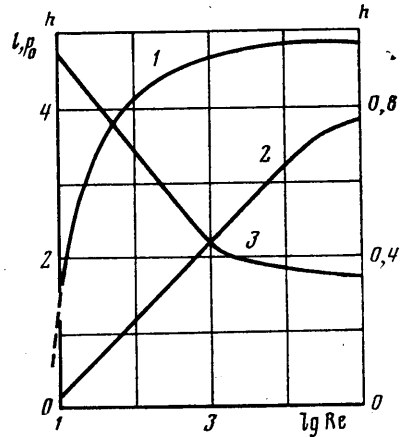
иглы и цилиндра, у угловой кромки, в районах точек отрыва и прилипания потока, т. е. в областях наибольшего изменения параметров течения и проявления сил вязкости. С удалением от поверхностей обтекаемого тела шаги сетки по x и y увеличивались, что обеспечивало достаточно обоснованный выбор границ области счета с учетом областей влияния и возможность повышения расчетных чисел Re .

Исследовались особенности течения перед цилиндром с иглой в приведенных диапазонах чисел Re и M . Рассматривалось развитие отрывного течения. Точки отрыва и прилипания определялись по изменению знака у напряжения трения, которое аппроксимировалось конечными разностями со вторым порядком точности.

Расчеты были проведены для цилиндра с выступающей вперед тонкой иглой длиной $L=6,5l_0$, чтобы исключить появление нестационарности обтекания [1]. Для



Фиг. 2



Фиг. 3

сокращения времени счета задача аналогично [5] решалась вначале на грубой сетке (28×33) в изложенной постановке. Затем полученное решение использовалось уже в качестве начальных данных для расчета на основной, более мелкой расчетной сетке (55×45).

Расчеты показывают, что при больших числах Re и $M=2$ вдоль иглы перед лобовой поверхностью цилиндра с иглой образуется значительная отрывная зона, имеющая форму, близкую к конической, везде, кроме окрестностей точек отрыва и прилипания потока. На фиг. 1 представлена полученная картина течения, соответствующая $M=2$, $Re=10^4$. При этом давление в отрывной зоне на большей ее части практически постоянно. Лишь около точек отрыва потока из-за обтекания конической отрывной зоны и прилипания существуют градиенты давления. Все это позволяет, как уже отмечалось ранее [1], приближенно определять давление в отрывной зоне из решения задачи обтекания конуса с углом полураствора, равным углу образующей отрывной зоны. Выше точки отрыва давление на игле при больших Re оказывается постоянным и равным давлению в набегающем потоке.

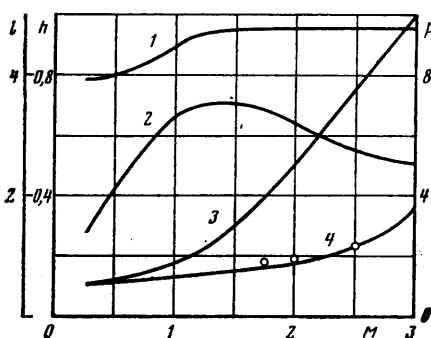
Давление на большей части лобовой поверхности цилиндра, как видно из фиг. 2 ($M=2$; кривая 1 соответствует значению $Re=10$, 2 - 10^2 , 3 - 10^3 , 4 - 10^4 , 5 - 10^5 ; I - точки прилипания), постоянно. Только в окрестности точки прилипания оно повышается, достигая максимума. Далее к угловой кромке цилиндра давление снова понижается. Точка прилипания потока всегда находится ниже этого пика давления.

С уменьшением числа Re размеры отрывной зоны сокращаются. На фиг. 3 кривая 1 соответствует высоте отрывной зоны h (координата точки прилипания), 2 - длине отрывной зоны l , 3 - среднему по площади давлению p_0 . При этом длина отрывной зоны l в зависимости от Re изменяется почти по логарифмическому закону. Точка прилипания потока при всех рассмотренных числах Re всегда расположена ниже угловой кромки и с уменьшением Re стремится к основанию иглы. Минимальные размеры отрывной зоны имеет примерно при $Re=7$. С дальнейшим уменьшением Re она возрастает и при $Re=3,6$ имеет размеры, близкие размерам отрывной зоны, соответствующей $Re=10$. Области постоянного давления в отрывной зоне на игле и лобовой поверхности с уменьшением Re сокращаются, а градиенты давления и давление возрастают (фиг. 2). Однако отрывная зона сохраняет при этом форму, близкую к конической. При малых Re на конце иглы возникает пик давления, обусловленный вязким взаимодействием его с набегающим потоком. Сопrotивление цилиндра с иглой, как видно из фиг. 3, где приведено изменение среднего давления по его лобовой поверхности p_0 (кривая 3), с уменьшением Re повышается из-за

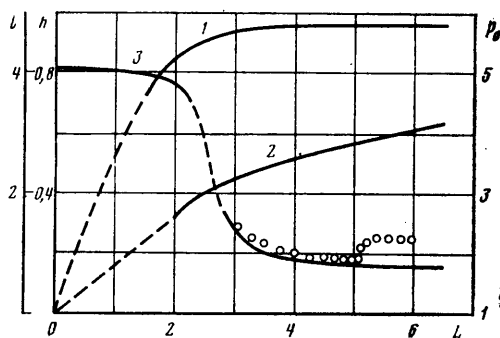
сокращения отрывной зоны. Следовательно, эффект снижения сопротивления тела, вызванный иглой, с уменьшением Re понижается.

К сожалению, приведенные результаты по влиянию Re невозможно сравнить с имеющимися экспериментальными данными [1], поскольку последние получены при переходных числах Re , влияние которых на отрывное течение весьма существенно. Это видно, в частности, из экспериментальных данных [1], согласно которым сопротивление цилиндра с иглой при увеличении Re повышается. Это повышение сопротивления обусловлено именно переходными явлениями в отрывной зоне, поскольку с турбулизацией отрывной зоны ее размеры сокращаются [6].

Изменение числа M набегающего потока при постоянном Re ($Re=10^4$) существенным образом сказывается на размерах отрывной зоны. Как видно из фиг. 4



Фиг. 4



Фиг. 5

(кривая 2), длина отрывной зоны l с увеличением M от 0,3 вначале возрастает, достигая величины $3,5r_0$ при $M \sim 1,4$, а затем при $M > 1,5$ уменьшается. При этом высота отрывной зоны h (координата точки прилипания потока) с изменением M монотонно возрастает (фиг. 4, кривая 1). В исследованном диапазоне чисел M точка прилипания всегда располагалась ниже угловой кромки торца цилиндра, а отрывная зона имела при $M < 1$ вогнутую форму, а при $M > 1$ — форму, близкую к конической.

Характер распределения давления вдоль иглы и на лобовой поверхности с увеличением M становится более резким, возрастают градиенты давления в окрестностях точек отрыва и прилипания. Но области распространения возмущений вверх по потоку при дозвуковых скоростях, естественно, больше. Значения давления в отрывной зоне и на лобовой поверхности с увеличением M повышаются. Это приводит к возрастанию сопротивления цилиндра с иглой при увеличении M (фиг. 4, кривая 4). Однако это возрастание сопротивления с M оказывается значительно меньшим, чем увеличение сопротивления цилиндра с плоским торцом без иглы (фиг. 4, кривая 3 по данным работы [7]). Существенное снижение сопротивления затупленного тела путем установки перед ним тонкой иглы при $M > 1$ вызвало значительный практический интерес. Было исследовано изменение сопротивления тела (с иглой) в зависимости от чисел M , Re и длины иглы L . Экспериментальные данные Даниельса и Йошихары [1] по влиянию числа M на сопротивление цилиндра с плоским торцом для длины иглы около $5r_0$ и $R=1,36 \cdot 10^7$ (здесь R — размерная величина, равная отношению числа Рейнольдса к характерной длине, равной 1 м) показаны на фиг. 4 точками и обнаруживают довольно хорошее согласие с результатами наших расчетов (кривая 4, фиг. 4). Такое сравнение возможно, поскольку для ламинарного пограничного слоя изменение длины иглы свыше $L=4,5$, согласно данным [1], слабо сказывается на сопротивлении тела.

Эксперименты [1] по исследованию влияния длины иглы L на лобовое сопротивление цилиндра с иглой показали немонотонное его изменение с L . На фиг. 5 их данные в виде осредненного по площади давления p_0 для $M=2$ представлены точками. Пересчет данных проводился по формуле $C_d = 2(p_0 - p_\infty) / \gamma M_\infty^2$. Как видно из графика, при некотором L сопротивление тела достигает минимального значения. Затем, при $L \sim 5,1r_0$ оно внезапно возрастает на значительную величину и при дальнейшем увеличении длины иглы остается почти постоянным. Внезапный рост сопротивления обусловлен переходными явлениями в пограничном слое. Также переходными процессами объясняются наблюдаемые некоторыми исследователями [1] явления гистерезиса при обтекании цилиндра с иглой, т. е. неоднозначности течения в зависимости от начальных данных. В случае полностью ламинарного течения внезапного повышения сопротивления, как показали экспериментальные исследования [8], не наблюдается. Как показано в [7], в этом случае не должны наблюдаться также и гистерезисные явления.

Расчеты по исследованию влияния длины иглы на сопротивление цилиндра с иглой были проведены при $M=2$, $Re=10^4$ и длинах игл $L=0; 1,9r_0; 3,9r_0; 6,5r_0$. Расчеты показали, что лобовое сопротивление тела с увеличением L от 0 до $\sim 2r_0$ меняется незначительно, поскольку перед телом возникает отошедший скачок, близкий к прямому у оси симметрии. При этом вдоль иглы образуется неконическая отрывная зона, начинающаяся на некотором расстоянии от ее вершины. Ожидаемое при этом поведение размеров отрывной зоны представлено на фиг. 5 пунктирными линиями. На лобовой поверхности происходит перераспределение давления с максимумом вблизи угловой кромки. При увеличении длины иглы L от 2 до 3 имеет место резкое изменение сопротивления тела, обусловленное изменением режима обтекания в связи с трансформацией отошедшей ударной волны и образованием присоединенного конического скачка. В этом диапазоне L возможна существенная нестационарность режимов обтекания цилиндра с иглой. На фиг. 5 (кривая 3) приведено изменение с L осредненного по площади давления на лобовой поверхности цилиндра p_0 , т. е. сопротивления тела, а также длины l (кривая 2) и высоты h отрывной зоны (кривая 1). При дальнейшем увеличении L сопротивление цилиндра с иглой монотонно уменьшается, что связано с увеличением длины отрывной зоны l и уменьшением ее угла конусности. В диапазоне $L=4,5$ и $5,0$ результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными [1], которые на фигуре показаны точками. Следует отметить, что при всех исследованных длинах игл точка отрыва потока всегда находилась на некотором расстоянии от ее вершины. Это обусловлено тем, что для возникновения отрыва потока кроме положительного градиента давления необходимо наличие еще энергетических потерь в потоке, вызванных, например, трением о поверхность иглы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чжен П. Отрывные течения. Т. 1—3. М.: Мир, 1972.
2. Moeskel W. E. Flow separation ahead of blunt bodies at supersonic speeds.— NASA, 1951, TN 2418, p. 39.
3. Ковалев Б. Д., Мышенков В. И. Расчет вязкой сверхзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство.— Уч. зап. ЦАГИ, 1978, т. 9, № 2, с. 9—18.
4. Березин Ю. А., Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Об одной неявной схеме расчета течения вязкого теплопроводного газа.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 3, № 4. Новосибирск, 1972, с. 3—18.
5. Мышенков В. И. Численное исследование отрывного течения перед уступом.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 5, с. 72—79.
6. Chapman D. R., Kuehn D. M., Larson H. K. Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition.— NASA Rep., 1958, № 1356, 40 p.
7. Мышенков В. И. Отрывные течения около цилиндра с плоским торцом.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 2, с. 3—10.
8. Bogdonoff S. M., Vas I. E. Preliminary investigations of spiked bodies at hypersonic speeds.— J. Aerospace Sci., 1959, v. 26, № 2, p. 65—74.

Москва

Поступила в редакцию
25.XII.1979

УДК 533.6.011.8

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВРАЩАЮЩИХСЯ ТЕЛ В МНОГОКОМПОНЕНТНОМ ПОТОКЕ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

АБРАМОВСКАЯ М. Г., БАСС В. П.

Рассматривается близкое к свободномолекулярному обтекание тел различной геометрической формы (сфера, диск, конус) гиперзвуковым потоком разреженного газа. Исследуется влияние состава газа атмосферы на аэродинамические характеристики указанных тел при их несимметричном обтекании с учетом вращения вокруг одной из осей.

Основным характерным параметром течения является длина свободного пробега отраженных от обтекаемой поверхности частиц в поле набегающих. Для частиц, моделируемых твердыми сферами диаметра d , в случае однородного по составу потока с соответствующими средними параметрами она равна

$$(1) \quad \lambda_{21} = \frac{V_2}{\sigma_{21} g_{21} n_1}$$