

УДК 532.529

К ТЕОРИИ КОНВЕКТИВНОГО ГОРЕНИЯ АЭРОВЗВЕСЕЙ  
УНИТАРНОГО ТОПЛИВА

ВАЙНШТЕЙН П. Б.

В [1, 2] развивается теория нестационарного распространения горения в аэровзвесах унитарного топлива при малых дозвуковых скоростях движения газа. Предположение о малости скоростей движения позволяет сделать ряд упрощений, сводящих уравнения механики многофазных реагирующих сред [3, 5] к уравнениям нестационарного гомобарического (с однородным давлением [1, 3, 4, 6]) движения газа при распределенном вдуве и тепловыделении. При постоянной массовой скорости горения частиц эти уравнения имеют класс аналитических решений, описывающих начальный этап конвективного горения аэровзвесей в открытых и закрытых объемах с учетом возможности образования в потоке слабых ударных волн.

В данной работе эти решения обобщаются на случай более реального закона выгорания частицы унитарного топлива [7]. Представлены результаты численного решения задач, позволяющие, в частности, проанализировать условия применимости модели постоянной массовой скорости горения частиц.

1. Уравнения одномерного нестационарного движения аэровзвесей при наличии гетерогенной химической реакции с плоской ( $\nu=0$ ), цилиндрической ( $\nu=1$ ) и сферической ( $\nu=2$ ) симметрией в рамках описанного в [1, 2] подхода имеют вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} = -J, \quad v_2=0, \quad n=n_0$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial x^\nu \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial x^\nu \rho_1 v_1}{\partial x} = x^\nu J, \quad p=p(t)$$

$$x^\nu \frac{\partial p}{\partial t} + \gamma \frac{\partial}{\partial x} x^\nu p v_1 = (\gamma-1) x^\nu J Q$$

$$(1.3) \quad J = n_0 \pi d^2 \rho_2^\circ u_s \left( \frac{p}{p_0} \right)^\varphi, \quad \left( Q = c_2(T_s - T_0) + Q_0 - \frac{p_0}{\rho_{10}} - c_v T_0 \right)$$

Здесь  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  — плотность газа и частиц;  $v_1$ ,  $v_2$  — скорости фаз;  $T_2$  — температура частиц;  $n$  — число частиц в единице объема;  $p$  — давление;  $J$  — скорость горения;  $Q_0$  — тепловой эффект реакции при  $T_2=T_0$ ,  $p=p_0$ ;  $d$  — диаметр частиц; (1.1) — уравнения, характеризующие параметры частиц, где принято, что частицы горят при постоянной температуре разложения  $T_s$ ; (1.2) — уравнения неразрывности и энергии газа; (1.3) — уравнение для скорости горения, предполагающее, что частица горит по закону  $d = -2u_s (p/p_0)^\varphi$ , где  $u_s$  и  $\varphi$  — эмпирические константы.

В дальнейшем рассматривается два варианта задач [1, 2]. Первый, когда горение происходит только в области инициирования  $0 \leq x \leq x_0$ , т. е. до момента воспламенения частиц в области  $x > x_0$ . Второй, когда истекающие за пределы  $x_0$  горячие газы мгновенно воспламеняют частицы на фронте, т. е. при  $x = x_w(t)$

$$(1.4) \quad \frac{dx_w}{dt} = v_w, \quad t=0: \quad x_w = x_0$$

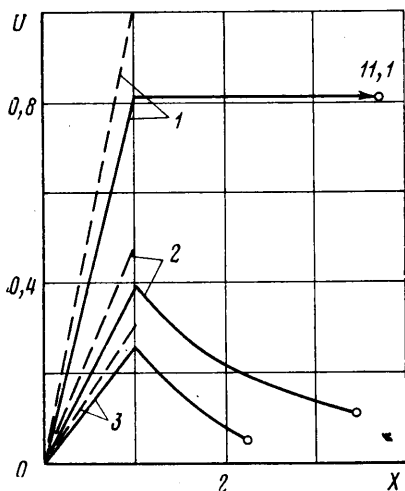
Уравнение энергии в (1.2) имеет интеграл [1, 2]. Будем рассматривать течения с центральной симметрией, т. е.  $x=0$ :  $v_1=0$ . Тогда в безразмерных переменных уравнение выгорания частиц (первое в (1.1)) и интеграл уравнения энергии примет вид

$$(1.5) \quad \frac{\partial R_2^{1/2}}{\partial \tau} = -P^\nu, \quad U = \frac{P^{\nu-1}}{X^\nu} \int_0^X X^\nu R_2^{1/2} dX - \frac{X}{3q(\nu+1)\gamma} \frac{d \ln P}{d\tau}$$

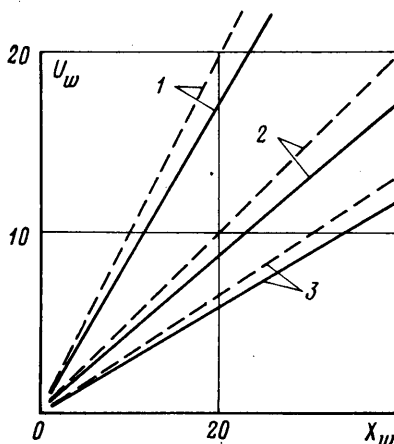
$$\tau = \frac{t}{t_c}, \quad t_c = \frac{d_0}{2u_*}, \quad X = \frac{x}{x_0}, \quad R_2 = \frac{\rho_2}{\rho_{20}}, \quad P = \frac{p}{p_0}$$

$$U = \frac{v_1}{3qv_0}, \quad v_0 = \frac{x_0}{t_c}, \quad q = \frac{(\gamma-1)\rho_{20}Q}{\rho_{10}a_0^2}, \quad m_{20} = \frac{\rho_{20}}{\rho_{10} + \rho_{20}}$$

2. Пусть горение инициируется в области  $0 \leq x \leq x_0$  открытого объема  $x < l$ . При этом размер объема значительно меньше расстояния, на котором конвективное горение переходит в детонацию  $l_*$ . Рассмотрим движение в моменты времени  $t > l/a_0$ , когда можно принять  $p = p_0 = \text{const}$ . В случае, когда горение происходит



Фиг. 1



Фиг. 2

только в зоне инициирования ( $X \leq 1$ ), учитывая, что в области горения  $R_2 = R_2(\tau)$  из (1.5) получим

$$(2.1) \quad U = \frac{(1-\tau)^2}{\nu+1} X, \quad X \leq 1; \quad U = \frac{(1-\tau)^2}{(\nu+1)X^\nu}, \quad X \geq 1$$

На фиг. 1 представлены полученные по (1.5) распределения при  $\tau = 0, 1; 0; 1; 2 - \nu = 0; 1; 2$ ; (линии 1-3) штриховые линии соответствуют  $\tau = 0$ ; отмечено положение фронта.

Рассмотрим второй вариант. В этом случае в области инициирования ( $X \leq 1$ ) решение аналогично (1.5). Вне этой области в отличие от [1, 2] найти распределение  $U_1(X)$  в аналитическом виде не удается. Опишем процедуру определения скорости распространения фронта конвективного горения. Введем

$$(2.2) \quad \Psi_1(\tau) = \int_0^{x_w} X^\nu R_2^{3/2} dX, \quad \Psi_2(\tau) = \int_0^{x_w} X^\nu R_2^{1/2} dX$$

Дифференцируя (2.2) по  $\tau$ , подставляя в (1.5)  $P=1$ ,  $X=X_w$  и используя (1.4), получим

$$(2.3) \quad \frac{dX_w^{\nu+1}}{d\tau} = 3q(\nu+1)\Psi_1(\tau), \quad \frac{d\Psi_1}{d\tau} = 3q\Psi_1 - 2\Psi_2$$

$$\frac{d\Psi_2}{d\tau} = 3q\Psi_1 - \frac{X_w^{\nu+1}}{\nu+1}, \quad \tau=0: \quad X_w^{\nu+1}=1, \quad \Psi_1=\Psi_2 = \frac{1}{\nu+1}$$

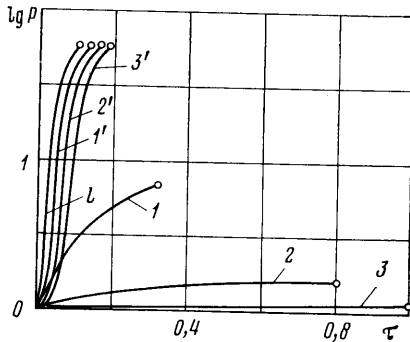
На фиг. 2 представлены зависимости  $U_w(X_w)$ ; линиям 1-3 соответствуют  $\nu = 0; 1; 2$ , штриховые линии соответствуют постоянной скорости газовыделения  $J = 3\rho_{20}/t_c$ .

Расчеты проводились для пороха *H*. Здесь и в дальнейшем значения параметров:  $q=47$ ,  $m_{20}=0,87$ ;  $\varphi=0,7$ ;  $Q=1,92$  мгДж/кг. Из представленных данных следует, что в близкие к начальному моменту времени штриховые и соответствующие сплошные линии практически совпадают и в дальнейшем, в рассчитанном диапазоне, не сильно отличаются. Заметим, что при больших концентрациях топлива и тепловыделения ( $q \gg 1$ ) и  $t \approx 0$  из (2.3) следует

$$(2.4) \quad U_w = \frac{X_w}{v+1}; \quad X_w = e^{3q\tau/(v+1)}$$

Решение (2.4) совпадает с точным решением задачи при  $J=3\rho_{20}/t_c$  [1, 2]. Таким образом, асимптотика постоянной массовой скорости горения справедлива в близкие к начальному моменту времени при больших концентрациях топлива.

Вопрос об образовании в потоке слабой ударной волны и возможном усилении ее до детонации рассмотрен в [2]. Отметим, что расстояние, на котором образуется ударная волна, определяется начальным ускорением фронта и поэтому результирующая формула для  $l_e$  [2] справедлива и при законе выгорания (1.3).



Фиг. 3

$0 \leq x \leq l \leq l_*$  осуществляется на участке  $0 \leq x \leq x_0$  ( $x_0 \leq l$ ). На границе объема выполняется  $x=l$ ;  $v_1=0$ . Используя последнее, из (1.5) получим

$$(3.1) \quad \frac{d\Phi}{d\tau} = P^\varphi, \quad P^\varphi = \frac{3\gamma q}{L^{v+1}} \left( \Phi - \Phi^2 + \frac{\Phi^3}{3} \right) + 1$$

$$\tau=0: \quad \Phi=0$$

В случае, когда воспламенение частиц происходит на фронте конвективного горения, используя условие  $X=X_w$ ;  $U=U_w$  и (2.2), получим

$$(3.2) \quad \frac{dP}{d\tau} = \frac{3\gamma q(v+1)}{L^{v+1}} P^\varphi \Psi_1(\tau), \quad \frac{d\Psi_1}{d\tau} = -2P^\varphi \Psi_2(\tau) + X_w^v \frac{dX_w}{d\tau}$$

$$\frac{d\Psi_2}{d\tau} = P^\varphi \frac{X_w^{v+1}}{v+1} + X_w^v \frac{dX_w}{d\tau}, \quad P = \left( \frac{L^{v+1} - 1}{L^{v+1} - X_w^{v+1}} \right)^v$$

На фиг. 3 представлены зависимости  $P(\tau)$ ; кривые 1, 2, 3 -  $v=0$ ; 1; 2;  $l-L=f$  получены по (3.1); кривые 1', 2', 3' -  $v=0$ ; 1; 2 - по (3.2), отмечен момент полного выгорания в объеме  $0 \leq x \leq x_0$ .

Рассмотренные режимы горения аэровзвеси являются предельными. В начале процесса горение происходит только в объеме иницирования. При этом давление растет относительно медленно (кривые 1, 2, 3). В это время горячие газы проникают в негорящие области и разогревают холодные частицы, находящиеся вне зоны иницирования. С момента, когда начинают воспламеняться частицы, находящиеся вне зоны иницирования, за счет постоянного увеличения горящего объема начинается значительно более быстрый рост давления (кривые 1', 2', 3'). Процесс, описываемый этими кривыми, является гомобарическим взрывом. Таким образом, условие  $t < t_i$ , где  $t_i$  - время разогрева частиц, находящихся в горячем газе до температуры воспламенения, может быть использовано в качестве критерия перехода конвективного горения аэровзвеси в замкнутом объеме ( $l < l_*$ ) во взрыв.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнштейн П. Б., Нигматулин Р. И. О гомобарических (с однородным давлением) течениях газовзвесей при наличии физико-химических превращений. - Докл. АН СССР, 1979, т. 249, № 1, с. 74.
2. Вайнштейн П. Б. Конвективное горение аэровзвесей унитарного топлива. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5, с. 49.
3. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
4. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Теплообмен газового пузырька с жидкостью. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 5, с. 94.

5. Вайнштейн П. Б., Нигматулин Р. И. Горение смесей газа с частицами. — ПМТФ, 1974, № 4, с. 19.  
 6. Нигматулин Р. И., Разматулина И. Х. Нестационарный тепломассообмен около сферической частицы. — ПМТФ, 1977, № 4, с. 95.  
 7. Беляев А. Ф., Боболов В. К., Коротков А. П., Сулимов А. А., Чуйко С. В. Переход горения конденсированных систем во взрыв. М.: Наука, 1973. 292 с.

Москва

Поступила в редакцию  
6.II.1980

УДК 532.546

## СТАЦИОНАРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПОД ФЛЮТБЕТАМИ В АНИЗОТРОПНЫХ ГРУНТАХ

ВЕРЕМЧУК И. А.

Впервые вопросы фильтрации жидкости под плоским флютбетом в двухслойном грунте, состоящем из однородных изотропных слоев одинаковой мощности, с помощью аналитической теории линейных дифференциальных уравнений исследовались в работе [1]. Приближенное решение этой же задачи для слоев различной мощности методами вариационного исчисления дано в [2]. Решение подобной задачи для однородных анизотропных слоев различной мощности с помощью методов специального представления комплексной переменной и линейного сопряжения приведено в [3].

В настоящей работе тем же методом, что и в работе [3], исследуется плоская стационарная фильтрация жидкости под двумя флютбетами в многослойном грунте, состоящем из  $n$  однородных анизотропных слоев различной мощности, причем главные направления анизотропии каждого слоя расположены произвольно по отношению к горизонту.

Обозначим через  $S_j^-$  область фильтрации, а через  $S_j^+$  симметричную ей область относительно оси  $x$ . Считаем, что фильтрация подчиняется линейному закону и описывается уравнениями [3]

$$(1) \quad c_{11}^j \frac{\partial^2 h_j}{\partial x^2} + 2c_{12}^j \frac{\partial^2 h_j}{\partial x \partial y} + c_{22}^j \frac{\partial^2 h_j}{\partial y^2} = 0$$

$$c_{11}^j = k_{11}^j \cos^2 \alpha_j + k_{22}^j \sin^2 \alpha_j, \quad c_{22}^j = k_{11}^j \sin^2 \alpha_j + k_{22}^j \cos^2 \alpha_j$$

$$c_{12}^j = (k_{11}^j - k_{22}^j) \sin \alpha_j \cos \alpha_j \quad (j=1, \dots, n)$$

Здесь  $h_j$ ,  $k_{11}^j$ ,  $k_{22}^j$ ,  $\alpha_j$  — значения соответственно напоров, коэффициентов фильтрации вдоль главных направлений, угла наклона одного из главных направлений анизотропии к горизонту в каждом слое. Схематически рассматриваемая задача представлена на фигуре.

Для решения поставленной задачи надо найти решение уравнений (1) при следующих граничных условиях:

$$(2) \quad h_1 = H_k \text{ на } L'' = \{|x| < |a|; |b| < |x|\}, \quad v_{N1} = 0 \text{ на } L' = L - L''$$

$$(3) \quad h_j = h_{j+1}, \quad v_{Nj} = v_{Nj+1} \text{ на } L_j \quad (j=1, \dots, n-1)$$

$$(4) \quad v_{Nn} = 0 \text{ на } L_n$$

$$\left( v_{Nj} = c_{12}^j \frac{\partial h_j}{\partial x} + c_{22}^j \frac{\partial h_j}{\partial y} \right)$$

где  $H_k$  ( $k=1, 2, 3$ ) — напоры в бьефах,  $v_{Nj}$  — нормальные скорости.

