

УДК 532.546

**ВЛИЯНИЕ ВОДООБМЕНА В ЗОНЕ АЭРАЦИИ
НА ТЕПЛОВЫЙ РЕЖИМ ПОЧВЫ**

МАРТЫНОВ Ю. В., НИКОЛЬСКИЙ Ю. Н.

Тепловой режим почв оказывает большое влияние на продуктивность мелиорируемых земель. Формирование теплового режима существенно зависит от передвижения почвенной влаги. При оптимальном увлажнении земель направление движения и интенсивность внутрипочвенных потоков влаги существенно зависят от глубины залегания грунтовых вод и от влажности почвы [1]. Чем выше влажность почвы и чем глубже грунтовые воды, тем более интенсивно движется почвенная влага вниз. При низкой влажности и высоком стоянии грунтовых вод наблюдаются интенсивные восходящие потоки влаги от грунтовых вод к поверхности почвы, с которой влага испаряется. Такие особенности в формировании водного режима почв должны приводить к соответствующим изменениям их теплового режима.

В данной работе рассматривается одномерный теплообмен в зоне аэрации мелиорируемых земель для двух предельных случаев. В первом случае перенос тепла происходит в основном за счет теплопроводности почвы, а во втором случае перенос тепла является результатом прежде всего движения влаги. Исследовано влияние глубины залегания грунтовых вод на тепловой режим почвы. Решение задачи о нестационарном теплообмене в почве найдено аналитически с помощью метода асимптотического сращения.

1. Постановка задачи. Считаем, что слой почвы однородный. Под влиянием орошения дождеванием и испарения влажность поверхностного слоя почвы непрерывно поддерживается равной оптимальной величине W_1 , влажность и температура почвы вблизи уровня грунтовых вод равны W_2 , T_2 соответственно. Здесь и в дальнейшем штрихом сверху будут помечены размерные величины. В почву с поверхности непрерывно поступает тепловой поток $Q' = R' - L'E_0$, где Q' — поток тепла в почву, R' — радиационный баланс, E_0 — интенсивность испарения, L' — удельная теплота парообразования. Вода, поступающая с дождем на поверхность почвы, имеет температуру T_3' .

Безразмерные уравнения, описывающие одномерный нестационарный процесс теплообмена в почве, начальные и граничные условия имеют вид [2, 3]

$$(1.1) \quad \frac{\partial W}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial z}; \quad q = - \frac{\partial W}{\partial z} + PW$$

$$\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \varepsilon q \beta \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$(1.2) \quad t=0; \quad 0 \leq z \leq 1; \quad W = W_0(z); \quad T = T_0(z)$$

$$(1.3) \quad t > 0; \quad z=0; \quad W = W_1, \quad - \frac{\partial T}{\partial z} + q \varepsilon \beta T = Q + q \varepsilon \beta T,$$

$$z=1, \quad W = W_2; \quad T = T_2$$

В качестве масштаба длины, температуры и времени используем глубину залегания грунтовых вод Δ' , величины $R'/c'\Delta'$ и Δ'^2/D соответственно, где $c_*' = W_+ \rho c_1 + c_2^*$ — теплоемкость влажной почвы (W_+ — средняя

постоянная влажность почвы, ρ — плотность жидкости, c_1 — теплоемкость жидкости, c_2 — теплоемкость «скелета»). Тогда

$$z = \frac{z'}{\Delta}, \quad T = \frac{T' c_* \Delta'}{R'}; \quad P = \frac{B' \Delta'}{D'}; \quad T_i = \frac{T_i' c_* \Delta'}{R'} \quad (i=1, 2, 3)$$

$$t = \frac{t' D}{(\Delta')^2}; \quad \varepsilon = \frac{D}{\lambda_*}; \quad q = \frac{q' \Delta}{D}; \quad Q = \frac{Q' (\Delta')^2}{\lambda_* R'}; \quad \beta = \frac{c_1}{c_*}$$

$$D' = \frac{K d \Psi}{dW}; \quad B' = \frac{dK}{dW}; \quad s = -\frac{P}{2}$$

Здесь z' — вертикальная координата, направленная вниз (начало координаты находится на поверхности почвы), t' — время, W — объемная влажность, q' — поток почвенной влаги, T' — температура влажной почвы, D' и B' — параметры уравнения влагопереноса, зависящие от влажности, K — влагопроводность почвы, Ψ — капиллярно-сорбционный потенциал почвенной влаги. Следуя [4], заменим B' и D' их средними значениями. Линеаризация уравнения влагопереноса приводит к небольшим количественным погрешностям, однако она не изменит основных качественных закономерностей процесса. Коэффициент температуропроводности $\lambda_*' = \lambda' / c_*'$ (λ' — коэффициент теплопроводности) согласно [5] также считаем постоянным.

2. Водобмен в пористой среде. Решение задачи о нестационарной фильтрации ищем в виде $W = M(z, t) \exp(sz) + W_1(1-z) + zW_2$, тогда уравнение (1.1) и граничные условия (1.2)–(1.3) примут вид

$$(2.1) \quad \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} - \frac{P}{4} M + P \exp(sz) (W_1 - W_2)$$

$$M(z, 0) = \exp(sz) [W_0 - W_2 z - W_1(1-z)]$$

$$M(0, t) = M(1, t) = 0; \quad s = -P/2$$

Решение задачи (2.1) ищем в виде ряда

$$(2.2) \quad M(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(t) Y_n(z)$$

разложенного по собственным функциям оператора $L = \partial^2 / \partial x^2 - P^2/4$.

Выищем выражения для влажности и фильтрационного потока, найденные в результате решения задачи (2.1):

$$(2.3) \quad W(t, z) = \exp(-sz) \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(\alpha_n - \frac{c_n}{\lambda_n} \right) \exp(-\lambda_n t) + \frac{c_n}{\lambda_n} \right\} \sin n\pi z +$$

$$+ W_1(1-z) + W_2 z$$

$$q(t, z) = -\exp(sz) \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(\alpha_n - \frac{c_n}{\lambda_n} \right) \exp(-\lambda_n t) + \frac{c_n}{\lambda_n} \right\} (s \sin n\pi z + k\pi \cos k\pi z) +$$

$$+ W_1 - W_2 + P W_1(1-z) + P W_2 z; \quad \lambda_n = \pi^2 n^2 + s^2$$

$$\alpha_n = \sqrt{2} \int_0^1 \exp(-sz) [W_0 z - W_1(1-z) + W_2 z] \sin n\pi z dz$$

$$c_n = \sqrt{2} n \pi P (W_1 - W_2) [\exp(s) (-1)^{n+1} + 1] (n^2 \pi^2 + s^2)^{-1}$$

Если начальное распределение влажности представляет собой параболу $W_0(z) = = 2(W_1 - 2W_* + W_2)z^2 + 4(W_* - 3W_1 - W_2)z + W_1$ (W_* - влажность в точке $z=0,5$) или постоянную $W_0 = \text{const}$ в случае, когда $W_1 = W_2$, то α_n задается соответственно выражениями

$$(2.4) \quad \alpha_n = \sqrt{2}n(\pi/b_n^2) \{2(W_1 - 2W_0 + W_2) \{ [b_n + 2P + ((3/2)P^2 - 2n^2\pi^2)/b_n] (-1)^{n+1} \times \\ \times \exp(-P/2) + [(3/2)P^2 - 2n^2\pi^2]/b_n \} + (4W_* - 2W_1 - 2W_2) \times \\ \times [\exp(-P/2)(b_n + P)(-1)^{n+1} + P] \} \\ \alpha_n = \sqrt{2}n\pi \{ (W_1 - W_2) [\exp(-P/2)(b_n + P)(-1)^{n+1} + P] + \\ + (W_* - W_1)b_n [\exp(-P/2)(-1)^{n+1} + 1] \} / b_n^2 \\ b_n^2 = n^2\pi^2 + P^2/4$$

Выпишем также решение стационарной задачи фильтрации

$$(2.5) \quad W(z) = \frac{(W_1 - W_2) [\exp(Pz) - \exp(P)]}{1 - \exp(P)}, \quad q(z) = \frac{P(W_2 - W_1 \exp(P))}{1 - \exp(P)}$$

В дальнейшем исследуем распределение температуры в почвенном слое для двух предельных случаев: $D' \ll \lambda_*$, $D' \gg \lambda_*$. В первом случае передвижение влаги незначительно, основным механизмом передачи тепла является кондуктивная теплопроводность. Во втором случае фильтрационные потоки велики и перенос тепла обусловлен передвижением влаги (конвективная теплопроводность).

3. Теплообмен в пористом слое в случае, когда $D' \ll \lambda_*$. Решение задачи (1.1) - (1.3) ищем в виде $T(t, z) = T^0 + \varepsilon T^1 + \varepsilon^2 T^2 + \dots$ ($\varepsilon \ll 1$). После подстановки имеем

$$(3.1) \quad \frac{d^2 T^0}{dz^2} = 0$$

$$(3.2) \quad z=0; -\frac{\partial T^0}{\partial z} = Q; z=1; T^0 = T_2$$

$$(3.3) \quad \frac{\partial T_1^1}{\partial z^2} = \beta q(t, z) \frac{\partial T^0}{\partial z} - \frac{\partial T^0}{\partial t}$$

$$z=0, -\frac{\partial T^1}{\partial z} = \beta q(t, 0) (T_3 - Q - T_2); z=1, T^1 = 0$$

Решения задач (3.1) и (3.3) имеют вид

$$(3.4) \quad T^0(z) = Q(1-z) + T_2$$

$$(3.5) \quad T^1(t, z) = Q\beta \int_0^1 \int_0^y q(y', t) dy' dy + q(t, 0) (T_3 - Q - T_2) (1-z) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} Q\beta \left\{ \left[\left(\alpha_n - \frac{c_n}{\lambda_n} \right) \exp(-\lambda_n t) + \frac{c_n}{\lambda_n} \right] b_n \right\} \times$$

$$\times \left\{ n\pi P(1-z) + n\pi (-1)^n \exp(P/2) - \exp\left(P \frac{z}{2}\right) \right\} \left\{ \frac{P}{2} \sin n\pi z + n\pi \cos n\pi z \right\} + \\ + [(1+P)W_1 - W_2] (1-z^2)/2 + P(W_2 - W_1) (1-z^3)/6 + q(t, 0) (T_3 - Q - T_2) (1-z)$$

Так как полученные решения не могут удовлетворять начальному условию, то необходимо ввести временной начальный погранслоя. Соответствующее этому погранслою разложение, пригодное для начальных моментов

тов времени, можно выразить в координатах (t_*, z) , где $t_* = t/\delta(\varepsilon)$, $\delta \rightarrow 0$. Соответствующий предельный процесс при фиксированных t_*, z заключается в «вертикальном» приближении к начальной линии. Разложение ищем в виде $T_*(t_*, z, \varepsilon) = T_*^\circ(t_*, z) + \beta_1(\varepsilon)T_*^1(t_*, z) + \dots$. Для того чтобы удовлетворить начальным условиям, независимо от ε потребуем, чтобы $\delta(\varepsilon) = \beta_1(\varepsilon) = \varepsilon$. Тогда

$$(3.6) \quad \frac{\partial T_*^\circ}{\partial t_*} = \frac{\partial^2 T_*^\circ}{\partial z^2}$$

$$t_* = 0, T_*^\circ = T_0(z), t_* > 0, z = 0; -\frac{\partial T_*^\circ}{\partial z} = Q; z = 1, T_*^\circ = T_2$$

$$(3.7) \quad \frac{\partial T_*^1}{\partial t_*} = \frac{\partial^2 T_*^1}{\partial z^2} - \beta q(t_*, z) \frac{\partial T_*^\circ}{\partial z}$$

$$t_* = 0, T_*^1 = 0$$

$$t_* > 0, z = 0, -\frac{\partial T_*^1}{\partial z} = \beta q(t_*, 0)(T_3 - T_*^\circ); z = 1; T_*^1 = 0$$

Решения задач (3.6) и (3.7) имеют вид

$$(3.8) \quad T_*^\circ = Q(1-z) + T_2 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \omega_n \cos \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \pi z \right] \exp(-\lambda_n^* t_*)$$

$$\omega_n = \sqrt{2} \int_0^1 [T_0(z) - Q(1-z) - T_2] \cos \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \pi z \right] dz$$

$$(3.9) \quad T_*^1 = \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\frac{c_n^*}{\lambda_n} \exp(-\lambda_n^* t_*) + \frac{c_n^*}{\lambda_n} \right] \times$$

$$\times \cos \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \pi z \right] + q(t_*, 0)(T_3 - T_1 - Q)(z-1)$$

$$c_n^* = \sqrt{2} \int_0^1 \beta q(t_*, z) \cos \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \pi z \right] dz, \lambda_n^* = \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2$$

Если начальное распределение температуры постоянное и равно T_2 , то решение задачи (3.6) имеет вид [6]

$$(3.10) \quad T_*^\circ = Q(1-z) - \frac{Q}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\lambda_n^* t_*)}{(n+1/2)^2} \cos \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \pi z \right] + T_2$$

Функции T° , T^1 и T_*° , T_*^1 должны срачиваться. В качестве предела, промежуточного к двум уже рассмотренным, возьмем t_η, z фиксированы при $\varepsilon \rightarrow 0$, где $t_\eta = t/\eta(\varepsilon)$, $\varepsilon \ll \eta \ll 1$, откуда $t = \eta t_\eta \rightarrow 0$, $t_* = (\eta/\varepsilon) t_\eta \rightarrow \infty$. Выполним предельный переход, найдем, что функции T° и T_*° срачиваются. Функции T^1 и T_*^1 также срачиваются без дополнительной корректировки, так как

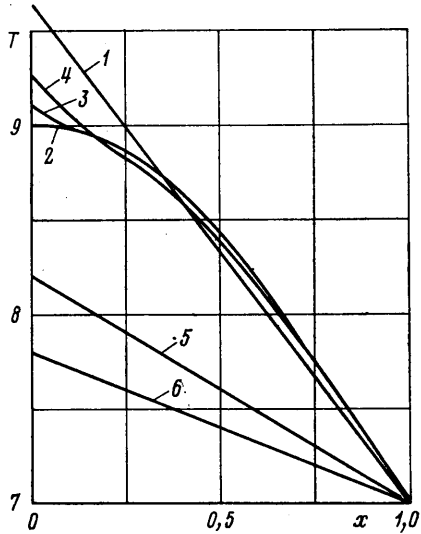
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n^*}{\lambda_n^*} \sqrt{2} \cos \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \pi z \right] = \int_z^1 \int_0^v q(y', t) dy' dy$$

Для того чтобы исследовать влияние радиационного потока и уровня залегания грунтовых вод на распределение температуры в почве, были численно просуммированы ряды (3.5), (3.6).

В результате численного суммирования ряда (3.5) было найдено распределение температуры при различном уровне залегания грунтовых вод. Так, при $W_2=0,8$; $W_1=0,6$; $Q=0,8$; $T_3=12^\circ$; $T_2=7^\circ$; $\varepsilon=0$, $t \rightarrow \infty$ распределение температуры имеет вид прямых линий, при $P=0,1$ тангенс угла наклона этой линии равен $\text{tg } \alpha=8,02$, при $P=0,8$ — $\text{tg } \alpha=7,76$. Для сравнения укажем, что при $P=0$ $\text{tg } \alpha=7,8$.

Отсюда видно, что даже небольшое передвижение влаги приводит к значительным изменениям температуры почвы. Если влага перемещается в направлении поверхности, то температура почвы несколько снижается по сравнению со случаем, когда движение влаги отсутствует. Так при восходящих потоках влаги почва охлаждается из-за передвижения холодной массы воды, поступающей из грунтовых вод. Если же передвижение влаги происходит вниз, то температура почвы может быть выше, чем в случае, когда влага не движется, за счет поступления в почву сравнительно теплой поливной воды.

На фиг. 1 нанесены изменения температуры слоя почвы по времени в случае, когда $Q=2,5$; $T_2=7^\circ$; $T_3=12^\circ$; $W_1=0,6$; $W_2=0,8$; $\varepsilon=0$. Так, кривая 2 соответствует моменту времени $t=10^{-5}$, кривая 3 — $t=10^{-3}$, кривая 4 — $t=10^{-2}$, прямая 1 соответствует стационарному случаю. Из фиг. 1 видно, что под воздействием радиационного потока тепла на поверхность почвы наблюдается сначала интенсивный прогрев почвы у поверхности, а лишь затем тепло переносится вдоль почвенного профиля. Кривые 2—4 получены в результате численного суммирования 6000 членов ряда (3.8). На фиг. 1 приведено также распределение температуры при $Q=0,8$; $T_2=7^\circ$; $T_3=12^\circ$; $W_1=0,6$; $W_2=0,8$; $P=0,1$, а $\varepsilon=0,2$ (прямая 5); $\varepsilon=0$ (прямая 6).



Фиг. 1

4. Теплообмен в пористой среде в случае, когда $D' \gg \lambda_*$. Так как теплообмен между жидкостью и пористой средой происходит на огромной межфазной поверхности, то существующая в некоторый момент времени разность температур между жидкостью и «скелетом» почвы исчезает, согласно [2], очень быстро. Теплопроводность обуславливает лишь локальное перераспределение температуры, а перенос тепла на большие расстояния связан с движением жидкости. Уравнения, начальные и граничные условия (1.1) — (1.3) преобразуются к виду

$$(4.1) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \theta \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - q(t, z) \beta \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$(4.2) \quad t > 0, z = 0, \theta \beta^{-1} \frac{\partial T}{\partial z} - q(t, 0) T = \beta^{-1} \theta Q + q(t, 0) T,$$

$$z = 1, \quad T = T_2; \quad \theta = \varepsilon^{-1}$$

Решение задачи (4.1)–(4.2) при произвольных начальных условиях построить не удалось. Рассмотрим случай, когда начальное распределение температуры представляет собой ступенчатую функцию вида

$$(4.3) \quad t=0: \quad T=T_3, \quad 0 \leq z < z_1; \quad T=T_2, \quad z_1 < z \leq 1$$

В точке $z=z_1$ происходит скачок температуры с $T=T_2$ (в области, примыкающей к грунтовым водам) до $T=T_3$ (в области, примыкающей к поверхности). Решение задачи (4.1)–(4.3) ищем в виде $T(t, z) = T^0(z, t) + \theta T^1(z, t) + \dots$ после подстановки имеем

$$(4.4) \quad \frac{\partial T^0}{\partial t} = -\beta q(t, z) \frac{\partial T^0}{\partial z}$$

$$(4.5) \quad t > 0, \quad z=0, \quad T^0=T_3; \quad z=1, \quad T^0=T_2$$

Решение задачи (4.3)–(4.5) будет построено с помощью характеристических кривых ξ . Семейство характеристических кривых определяется из дифференциального уравнения

$$(4.6) \quad dz/dt = -\beta q(t, z)$$

Интеграл уравнения (4.6) будем называть, согласно [7], субхарактеристиками уравнения (4.1). Температура вдоль субхарактеристики не изменяется, поэтому задание начальных условий (4.3) на отрезке $[0, 1]$ полностью определяет развитие процесса. Таким образом, скачок температуры, находящийся при $t=0$ в точке $z=z_1$, будет перемещаться в пористом слое вдоль субхарактеристики, выходящей из точки $z=z_1$ при $t=0$. Перемещение теплового скачка полностью определяется в нулевом приближении величиной фильтрационного потока. В начальный момент времени ($t \ll 1$) выражение для субхарактеристики имеет вид

$$\xi = \int \left[\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left(\left(\frac{P}{2} \right) \sin n\pi z - n\pi \cos n\pi z \right) + W_1 - W_2 + PW_1(1-z) + PW_2z \right]^{-1} dz + \beta t + C_1$$

Здесь C_1 – константа интегрирования. В случае стационарного фильтрационного потока ($t \rightarrow \infty$), который, согласно [1], устанавливается довольно быстро, выражение для субхарактеристики имеет вид

$$(4.7) \quad \xi = z + \beta P(W_2 - W_1 e^P) t / (1 - e^P) + C_1$$

Из выражения (4.7) видно, что если $\ln(W_2/W_1) > P$, то скачок температуры будет двигаться к поверхности и во всем пористом слое установится (за исключением узкого погранслоя вблизи поверхности) температура, равная температуре грунтовых вод. Если $\ln(W_2/W_1) < P$, то тепловой скачок будет двигаться в сторону грунтовых вод и температура в пористом слое станет равной температуре поливной воды (за исключением узкого погранслоя вблизи уровня грунтовых вод).

Для того чтобы сгладить разрыв (скачок) температуры и сплечь решения в двух областях, необходимо ввести на разрыве погранслоя. Перейдем к построению внутреннего решения (погранслоя). Так как решение имеет разрыв на субхарактеристике, то введем погранслоем на субхарактеристике. Для удобства, но без ограничения общности, примем ξ ,

на которой происходит разрыв, равной нулю, т. е. $\xi=0$, при $z=z_1$, $t=0$. Для вывода уравнения погранслоя рассмотрим предельный процесс, в котором t_* , z_* фиксированы, где

$$(4.8) \quad z_* = \xi / \delta_1(\theta), \quad \delta_1(\theta) \rightarrow 0, \quad t_* = t$$

Здесь $\delta_1(\theta)$ — толщина погранслоя. Разложение в погранслое имеет вид

$$(4.9) \quad T_*(t_*, z_*, \theta) = T_*^\circ(z_*, t_*) + \mu(\theta) T_*'(z_*, t_*)$$

Подставив (4.8), (4.9) в (4.1), (4.2), получим

$$(4.10) \quad \frac{\partial T_*^\circ}{\partial t_*} = \frac{\partial^2 T_*^\circ}{\partial z_*^2}, \quad \delta_1(\theta) = \sqrt{\theta}$$

Уравнение (4.10) является обычным уравнением теплопроводности или диффузии, которое описывает сглаживание разрыва во внешнем разложении на $\xi=0$. Граничные условия должны устанавливаться путем срачивания с внешним разложением. Срачивание этой задачи выполняется с классом промежуточных пределов (z_η , t фиксированы), где

$$z_\eta = \frac{\xi}{\eta_1(\theta)}, \quad \sqrt{\theta} \ll \eta_1 \ll 1, \quad \eta_1 z_\eta \rightarrow 0$$

$$z_* = \left(\frac{\eta_1}{\sqrt{\theta}} \right) z_\eta \rightarrow \pm \infty$$

Выполняя предельный переход во внешнем разложении, получим

$$(4.11) \quad z \rightarrow \infty, T_*^\circ \rightarrow T_3; \quad z \rightarrow -\infty, T_*^\circ \rightarrow T_2$$

Решение задачи (4.10) с граничными условиями (4.11) и начальным условием (4.3) имеет вид

$$T_*^\circ(t_*, z_*) = \frac{(T_3 - T_2)}{\sqrt{\pi}} 2 \operatorname{erfc} \left(\frac{z_*}{2\sqrt{t_*}} \right) + T_2$$

В зависимости от того, куда направлен фильтрационный поток, погранслоем может переместиться на поверхность почвы или на уровень грунтовых вод и там оставаться. В этом случае произойдет перестройка погранслоя. Так, в случае, когда $t \rightarrow \infty$, погранслоем будет находиться на поверхности почвы, если $q < 0$ (на уровне грунтовых вод, если $q > 0$). В случае, когда разрыв температуры достигает поверхности почвы, т. е. точки $z=0$, уравнение погранслоя должно перестроиться в обыкновенное дифференциальное уравнение, так как погранслоем располагается на субхарактеристике. Соответствующее этому погранслою разложение, пригодное вблизи поверхности, можно выразить в координатах z_* , t , где $z_* z / \delta_2(\theta)$, $t = t$, $\theta \rightarrow 0$. Решение ищем в виде

$$(4.12) \quad T(t, z_*, \theta) = T^\circ(t, z_*) + \nu(\theta) T'(t, z_*) + \dots$$

Подставив (4.12) в (4.1)–(4.2), получим уравнение и граничные условия, описывающие погранслоем на поверхности

$$(4.13) \quad \frac{d^2 T^\circ}{dz_*^2} - \beta q(t, 0) \frac{dT^\circ}{dz_*} = 0, \quad q(t, 0) < 0$$

$$z_* = 0, \quad T^\circ = T_3; \quad \delta_2(\theta) = \theta, \quad z_* \rightarrow \infty, \quad T^\circ = T_2$$

Решение задачи (4.13) имеет вид

$$(4.14) \quad T^{\circ}(t, z_*) = \left[(T_2 - T_3) / \int_0^{z_*} F(z) dz \right] \int_0^{z_*} F(z_*) dz + T_3$$

$$F(z) = \exp[\Gamma(t, z)]; \quad \Gamma(t, z) = \int_0^z \beta q(t, z) dz$$

Если погранслоем находится на уровне грунтовых вод, то, вводя новые переменные $x = (1-z)/\delta_4(\theta)$, $t=t$, и подставляя разложение $T(t, x) = T^{\circ}(t, x) + v_1 T'$ в (4.1), (4.2), получим уравнение и граничные условия, описывающие погранслоем на уровне грунтовых вод

$$(4.15) \quad \frac{d^2 T^{\circ}}{dx^2} + \beta q(t, x) \frac{dT^{\circ}}{dx} = 0$$

$$q > 0$$

$$x=0, \quad T=T_2; \quad x \rightarrow \infty, \quad T=T_3$$

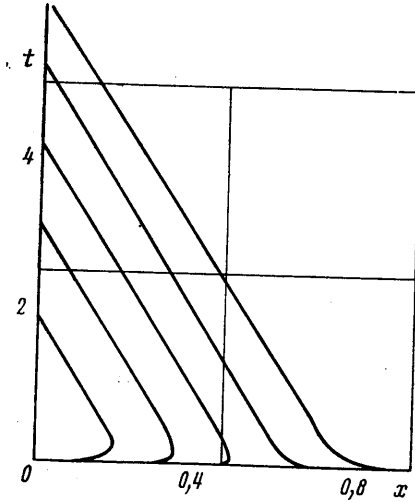
Решение задачи (4.15) имеет вид (4.14), только везде T_3 нужно заменить на T_2 , а T_2 — на T_3 и z_* поменять на x , $F(z_*)$ — на $F(x) = \exp[-\Gamma(t, x)]$.

На фиг. 2–4 приведены семейства субхарактеристик для случая, когда влажность в начальный момент времени $t=0$ имеет параболический профиль $W_0(0, z) = 2(W_1 - 2W_* - W_2)z^2 + (4W_* - 3W_1 + W_2)z + W_1$, где $W_1=0,6$; $W_2=0,8$; $W_*=0,5$ — влажность на поверхности, на уровне залегания грунтовых вод и в середине почвенного слоя соответственно. Субхарактеристические кривые на фиг. 2–4 получены

в результате численного решения уравнения (4.6) методом Рунге — Кутты. Расчет произведен для различных уровней залегания грунтовых вод. Так, случаю $\beta=0,8$ и $P=0$ соответствует фигура 2, $P=0,5$ — фигура 3, $P=2$ — фигура 4.

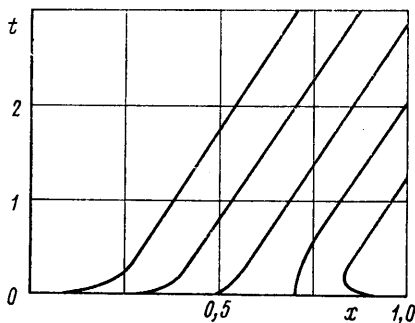
Из фиг. 2–4 видно, что фильтрационный поток вследствие неравномерного распределения влажности может иметь различное направление в различных точках фильтрационного слоя. Так, если разрыв температуры находится при $t=0$ в одной из точек $z=0,1$; $0,3$, $0,5$, то он, согласно фиг. 2, будет сначала двигаться по направлению к уровню грунтовых вод. И лишь после того, когда профиль станет равновесным, зона со скачком температуры начнет двигаться вверх к поверхности почвы. Если же температурный разрыв находился в момент времени $t=0$ в одной из точек $z=0,7$; $0,9$, то он будет, согласно фиг. 2, непрерывно смещаться в сторону поверхности.

На фиг. 3, 4 также показано, что до установления равновесного профиля влажности температурный разрыв, находящийся в момент времени $t=0$ в точке $z=0,9$, будет сначала двигаться к поверхности и лишь с установлением равновесного профиля повернет в сторону грунтовых вод. Субхарактеристики, выходящие из точек $z=0,1$; $0,3$; $0,5$, все время направлены в сторону грунтовых вод. Из фиг. 2–4 видно, что в случае, когда

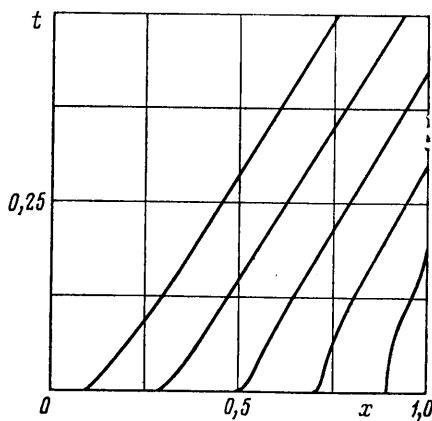


Фиг. 2

$D \gg \lambda_*$, профиль влажности выходит на свое стационарное распределение значительно быстрее, чем температура. Согласно фиг. 2–4, температурный разрыв после установления равновесного распределения влажности движется к поверхности, если $P < \ln(W_2/W_1)$ (фиг. 2, $P=0,1$), и к уров-



Фиг. 3



Фиг. 4

ню грунтовых вод, если $P > \ln(W_2/W_1)$ (фиг. 3, 4, $P=0,5$; $0,8$ соответственно).

После достижения температурного фронта поверхности (уровня грунтовых вод) происходит перестройка пограничного слоя. Температура во всем почвенном слое постоянная и равна температуре грунтовых вод (поливной воды), а вблизи поверхности (вблизи уровня грунтовых вод) описывается формулой (4.14). Как видно из фиг. 3, 4, скорость распространения температурного фронта для случая, когда $P > \ln(W_2/W_1)$, растет с увеличением глубины залегания грунтовых вод. Передвижение теплового фронта вследствие фильтрационного движения воды обнаружено в экспериментальной работе [8].

Авторы благодарят В. С. Бермана за обсуждение и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nickolski Y. N. The dependence of irrigation requirements on water-table depth in drained lands.— *Agric. water Manag.*, 1977, № 1, с. 191.
2. Баренблатт Г. И., Енгов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
3. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. 2-е изд. М.: Наука, 1977. 664 с.
4. Пеньковский В. И., Рыбакова С. Т. К задаче о неустановившейся фильтрации при неполной насыщенности грунта.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1966, № 3, с. 148.
5. Енгов В. М. Об эффективном коэффициенте теплопроводности насыщенной пористой среды при наличии фильтрационного движения.— *ПМТФ*, 1965, № 5, с. 153.
6. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
7. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир, 1972. 274 с.
8. Perrier E. R., Prakash O. Z. Heat and vapor movement during infiltration into dry soils.— *Soil Science*, 1977, v. 124, № 2, p. 73.

Москва

Поступила в редакцию
11.IV.1980