

ЛИТЕРАТУРА

1. Пирумов У. Г. Пространственные до- и сверхзвуковые течения в соплах и каналах переменного сечения.— МПП, 1972, т. 36, вып. 2, с. 239.
2. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
3. Рычков А. Д., Ткаченко А. С. О расчете пространственных сверхзвуковых течений в соплах Лаваля.— В кн.: Матер. 5-й Научн. конф. по мат. и мех. Томск. ун-та. Т. 2. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1975, с. 48.
4. Darwell H. M., Trubridge G. F. P. Design of rochet nozzles to reduce gas misalignment.— J. Spacecraft and Rockets, 1968, v. 5, № 1, p. 36.
5. Walters A. G. Non-symmetric flow in Laval type nozzles.— Phil. Trans. Roy. Soc., London, Ser. A, 1972, v. 273, № 1232, p. 185 (Рус. пер.: Уолтерс. Несимметричные течения в соплах Лаваля.— Вопросы ракетной техники, 1974, № 8, с. 21).
6. Пирумов У. Г. К теории мало возмущенных пространственных течений в соплах.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 1, с. 146.
7. Никулин Г. З., Пирумов У. Г., Пчелкина Л. В., Росляков Г. С. Пространственные течения газа в соплах.— В кн.: Вычислительные методы и программирование. Вып. 30. М.: Изд-во МГУ, 1979, с. 30.
8. Hoffman J. D., Maughat A. R. Gas dynamic gain of supersonic thrust nozzles.— J. Spacecraft and Rockets, 1974, v. 11, № 10, p. 697.
9. Дворецкий В. М., Иванов М. Я. К расчету смешанного течения в соплах с несимметричной дозвуковой частью.— Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 5, с. 39.
10. Дворецкий В. М. К исследованию пространственных смешанных течений в соплах с несимметричным входом.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 2, с. 167.
11. Дворецкий В. М. Исследование влияния формы сопла на характеристики пространственных до- и сверхзвуковых течений.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 6, с. 147.
12. Дворецкий В. М., Зеленцов В. В. Численное исследование особенностей газодинамики управляющих сопел.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 6, с. 126.
13. Камзолов В. Н., Маслов Б. Н., Пирумов У. Г. Исследование траекторий частиц в соплах Лаваля.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 5, с. 136.
14. Рычков А. Д., Ткаченко А. С. Численное исследование сверхзвуковых двухфазных течений в поворотных соплах.— В кн.: Газотермодинамика многофазных потоков в энергоустановках: Межвуз. темат. сб. научн. тр. Вып. 1. Харьков, 1978, с. 8.
15. Васенин И. М., Рычков А. Д. Численное решение задачи о течении смеси газа и частиц в осесимметрическом сопле Лаваля.— Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 5, с. 178.
16. Глазунов А. А., Рычков А. Д. Исследование неравновесных двухфазных течений в осесимметрических соплах Лаваля.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 6, с. 86.

Томск

Поступила в редакцию
18.II.1980

УДК 533.6.011.6

О РАСЧЕТЕ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ПРОСТРАНСТВЕННОМ ОБТЕКАНИИ ТОНКИХ ЗАТУПЛЕННЫХ КОНУСОВ ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ВОЗДУХА

ЗЕМЛЯНСКИЙ Б. А., СТЕПАНОВ Г. Н.

Методом эффективной длины [1, 2] проведены систематические расчеты теплообмена для ламинарного и турбулентного пограничного слоя на тонких круговых конусах со сферическим затуплением, обтекаемых без отрыва потока под небольшими углами атаки $\beta \leq \theta + 5^\circ$ гиперзвуковым потоком равномерно диссоциирующего воздуха (углы полураствора конусов $0 \leq \theta \leq 20^\circ$, углы атаки $0 \leq \beta \leq 15^\circ$, числа Маха $5 \leq M_\infty \leq 25$). Параметры газа на внешней границе пограничного слоя приняты равными невязким параметрам на поверхности конусов. На основе анализа результатов предложены простые приближенные зависимости для коэффициентов теплообмена.

1. Принципиальное отличие пространственного пограничного слоя от двумерного состоит в существовании вторичных течений, в результате чего направления невязких линий тока на внешней границе и предельных линий тока на стенке не совпадают [3]. Однако для холодных стенок (практически уже при $t_w = i_w / H_\infty \approx 0,6$, где H_∞ — полная энтальпия, i_w — энтальпия газа при температуре стенки) вторичные течения слабо влияют на теплообмен [4]. Это позволяет при расчетах теплообмена ими пренебречь, что приводит к осесимметричной аналогии, согласно которой погра-

ничный слой вдоль каждой невязкой линии тока на поверхности тела развивается независимо и подобен осесимметричному на эффективном теле вращения. Радиус поперечного сечения этого тела $h(x)$ (x — длина вдоль линии тока от критической точки) определяется картиной растекания невязких линий тока на теле. Записывая $\text{div } e = U/U$ — единичный вектор вдоль невязкой линии тока на теле, U — вектор скорости) в произвольной заданной криволинейной координатной сетке q_1, q_2 на поверхности (компоненты скорости u_1, u_2 , коэффициенты Лама h_1, h_2 при числах Рейнольдса $Re \gg 1$ зависят лишь от q_1, q_2) и в ортогональной сетке x, τ , где семейство $\tau = \text{const}$ является невязкими линиями тока ($h_x = 1, h_\tau = h(x)$), получим после простых преобразований

$$(1.1) \quad \frac{d}{dx} \ln \frac{hU}{h_2 u_1} = \frac{u_1}{h_1 U} \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{h_1 u_2}{h_2 u_1} \right)$$

Для тел вращения удобно принять $q_1 = s$ — расстояние вдоль образующей от передней точки тела, $q_2 = \varphi$ — меридиональный угол (при этом $h_1 = 1, h_2 = r_w(s)$ — радиус поперечного сечения тела). Тогда имеем с точностью до несущественного множителя

$$(1.2) \quad h = r_w \frac{u_1}{U} \exp \int_0^x \frac{u_1}{U} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u^2}{r u_1} \right) dx$$

Линии тока находим из уравнения $r_w d\varphi/dx = u_2/u_1$, компоненты скорости на теле u_1, u_2 — из численного расчета невязкого обтекания (методом [5]) или по давлению и энтропии на теле с помощью метода [6].

Заметим, что использование поверхностной ортогональной сетки q_1, q_2 не обязательно. Метод расчета можно построить в произвольной ортогональной системе координат q_1, q_2, q_3 (как например, в [7]). При этом, если заданы только распределение давления и энтропии на теле, необходимо найти поле скоростей на его поверхности. Соответствующую систему уравнений можно получить из уравнений движения, используя условие непротекания и исключая выводящую производную от давления. В частности, для тела вращения $r = r_w(x_1)$ эта система в цилиндрической системе координат x_1, φ, r имеет вид (u, w, v — соответствующие компоненты скорости)

$$(1.3) \quad \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{w}{r_w} \frac{\partial u}{\partial \varphi} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} \cos^2 \theta - \left(u^2 \frac{d^2 r_w}{dx_1^2} - \frac{w^2}{r_w} \right) \sin \theta \cos \theta \\ u \frac{\partial w}{\partial x_1} + \frac{w}{r_w} \frac{\partial w}{\partial \varphi} &= - \frac{1}{\rho r_w} \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \frac{uw}{r_w} \text{tg } \theta \\ \text{tg } \theta &= \frac{dr_w}{dx_1}, \quad v = u \text{tg } \theta \end{aligned}$$

Система (1.3) и затем уравнение для $h(x)$ могут быть решены по той же схеме последовательного счета по x_1 , что и использованная в работе [7].

Определив невязкие линии тока на теле и форму эквивалентного тела вращения $h(x)$ вдоль каждой из них, расчет теплообмена можно вести методами, развитыми для осесимметричных задач. Применим для этой цели метод эффективной длины со следующими расчетными соотношениями для теплового потока q_j и коэффициента теплообмена α_j (индексы $j=l; t$ относятся к ламинарному и турбулентному режиму соответственно):

$$(1.4) \quad q_l = 0,332 \text{Pr}^{-1/2} (\rho_* \mu_* U_\delta)^{0,5} x_l^{-0,5} (H_{a1} - i_w) = \alpha_l (H_{a1} - i_w)$$

$$q_t = 0,0296 \text{Pr}^{-0,6} (\rho_* U_\delta)^{0,8} \mu_*^{0,2} x_l^{-0,2} (H_{at} - i_w) = \alpha_t (H_{at} - i_w)$$

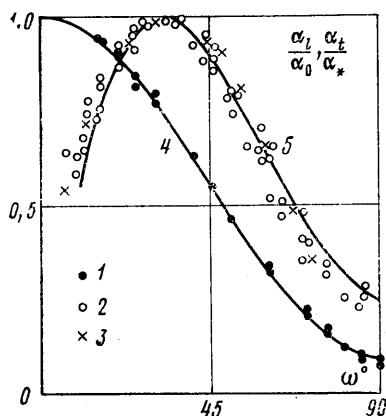
$$(1.5) \quad \rho_* = \rho_*(p, i_*), \quad \mu_* = \mu_*(p, i_*); \quad i_* = 0,5(i_\delta + i_w) + 0,22(H_{a1} - i_\delta)$$

$$H_{aj} = i_\delta + \frac{1}{2} \kappa_j U_\delta^2, \quad \kappa_l = \text{Pr}^{1/2}, \quad \kappa_t = \text{Pr}^{1/3}; \quad x_j \Phi_j = \int_0^x \Phi_j dx$$

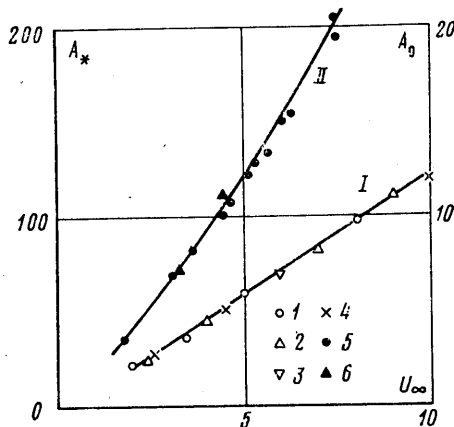
$$\Phi_l = \rho_* \mu_* U_\delta h^2, \quad \Phi_t = \rho_* U_\delta \mu_*^{1/4} \left(\frac{H_{at} - i_w}{H_\infty - i_w} \right)^{3/4} h^{3/4}$$

Здесь p , ρ , i , μ , U — давление, плотность, энтальпия, вязкость, полная скорость газа; Pr — число Прандтля, индексы δ , w относятся к параметрам на внешней границе пограничного слоя и на стенке.

2. Используя точные газодинамические расчеты пространственного обтекания тонких затупленных конусов ($0 \leq \theta \leq 20^\circ$, $0 \leq \beta \leq 15^\circ$), этим методом проведены расчеты теплообмена на их поверхности для равновесно диссоциирующего воздуха (при этом $\rho_i \sim \rho_i^{-0,3}$, а уравнение состояния $\rho = \rho(p, i)$ принималось в виде, предложен-



Фиг. 1



Фиг. 2

ном в [8]). Параметры на внешней границе пограничного слоя считались равными невязким параметрам на поверхности тела.

Полученные при сделанных допущениях результаты удобно представлять в виде отношений α_i/α_0 и α_i/α_* , где α_0 , α_* — соответственно максимальные коэффициенты ламинарного теплообмена (в критической точке сферы) и турбулентного теплообмена (вблизи звуковой точки), так как эти отношения не зависят от числа Маха M_∞ (рассмотрены $5 \leq M_\infty \leq 25$) и от энтальпийного фактора t_w (в пределах $0,01 \leq t_w \leq 0,8$ их отличия при прочих равных условиях не превышают $\sim 2\%$).

Результаты расчетов теплообмена на сфере, где в поточной системе координат течение симметрично, показаны в виде распределений величин α_i/α_0 и α_i/α_* по углу $\omega = x/r_0$ (r_0 — радиус сферы) на фиг. 1 (точки 1 — ламинарный, 2 — турбулентный режим). Отметим, что для ламинарного режима они практически совпадают с результатами точных расчетов для сферы [8] и аппроксимируются той же зависимостью (кривая 4 на фиг. 1)

$$(2.1) \quad \alpha_i/\alpha_0 = 0,55 + 0,45 \cos 2\omega$$

Для турбулентного режима результаты хорошо согласуются с численными расчетами турбулентного пограничного слоя на сфере с использованием трехслойной модели турбулентной вязкости [9] (точка 3 на фиг. 1) и аппроксимируются приближенной зависимостью (кривая 5 на фиг. 1; при $10^\circ \leq \omega \leq 80^\circ$ погрешность не более 10—15%)

$$(2.2) \quad \alpha_i/\alpha_* = 3,75 \sin \omega - 3,50 \sin^2 \omega$$

Максимум турбулентного теплообмена на сфере достигается при $\omega_* \approx 32^\circ$, т. е. несколько сдвигнут из-за влияния эффективной длины x_e в (1.4) вверх по течению от звуковой точки $\omega_* \approx 34 + 40k$, где достигает максимума удельный расход $\rho_\delta U_\delta$. Здесь k — отношение плотностей газа до и после прямого скачка (для рассмотренных условий $k \sim 0,05 - 0,2$, $\omega_* \approx 36 - 42^\circ$). Отметим, что для оценок величины k при $M_\infty \geq 5$ можно использовать приближенное соотношение (для скоростей невозмущенного потока $3 \leq U_\infty \leq 8$ км/с и высот в атмосфере $0 \leq L \leq 60$ км с погрешностью $\pm 5\%$)

$$(2.3) \quad k \approx 0,026 [1 - 0,005(L - 30)] \cdot 10^{1,9M_\infty^{-0,46}}$$

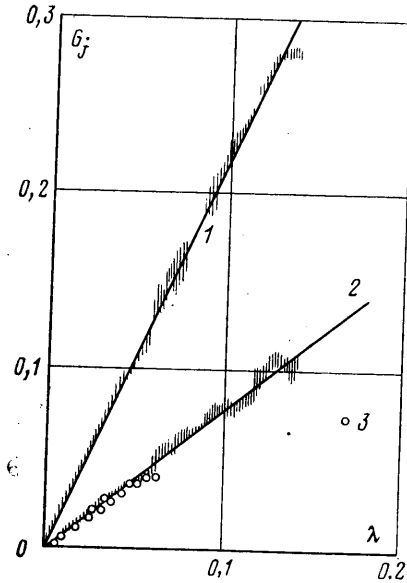
При переходе в (2.1), (2.2) к абсолютным значениям α для $U_\infty \approx 1,5 - 10$ км/с можно использовать следующие простые зависимости для α_0 и α_* (линии I и II на фиг. 2), полученные в результате обработки точных при числе Льюиса $Le = 1$ расчетов [10—13] ламинарного пограничного слоя для критической точки сферы

(соответственно 1—4 на фиг. 2), данных результатов (5) и результатов работы [9] (6) для максимума турбулентного коэффициента теплообмена на сфере (погрешность не более $\pm 10\%$):

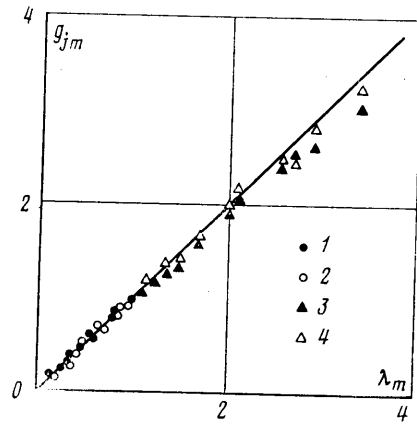
$$(2.4) \quad A_0 = \alpha_0 \sqrt{\frac{r_0}{\rho_\infty}} \approx 1,05 U_\infty^{1,08}, \quad A_* = \alpha_* \frac{r_0^{0,2}}{\rho_\infty^{0,8}} (1 + t_w)^{2/3} \approx 16,4 U_\infty^{1,25}$$

Здесь плотность ρ_∞ и скорость U_∞ невозмущенного потока берутся в $\text{кг}\cdot\text{с}^2/\text{м}^4$, км/с, радиус сферы r_0 — в м, коэффициенты теплообмена — в $\text{кг}/\text{м}^2\cdot\text{с}$. При $Le=1,4$ точнее $A_0=1,05 U_\infty^{1,13}$.

3. Анализ результатов расчетов теплообмена на боковой поверхности конусов (длина конусов вдоль оси от передней точки $x_1 \approx 20r_0$) показывает, что для фиксированной геометрии (θ, β) влияние условий обтекания на турбулентный теплообмен описывается соотношением (p_0' — давление в критической точке)



Фиг. 3



Фиг. 4

раванной геометрии (θ, β) влияние условий обтекания на турбулентный теплообмен описывается соотношением (p_0' — давление в критической точке)

$$(3.1) \quad \alpha_t / \alpha_* \sim k^{-0,4} p U_\delta / p_0' U_\infty$$

Влияние геометрических факторов для турбулентного режима, где оно мало, удается скоррелировать в виде

$$(3.2) \quad k^{0,4} \frac{\alpha_t}{\alpha_*} \frac{p_0' U_\infty}{p U_\delta} \sim \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-0,2}$$

Это позволяет установить на основе проведенных расчетов следующую линейную зависимость (с погрешностью $\pm 10\%$):

$$(3.3) \quad G_t \approx 2,2\lambda; \quad G_t = k^{0,4} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{0,2} \frac{\alpha_t}{\alpha_*}, \quad \lambda = \frac{p U_\delta}{p_0' U_\infty}$$

На фиг. 3, где она показана линией 1, область расчетных значений G_t заштрихована для $\beta=0$ и для линии растекания ($\varphi=0$) при $\beta>0$.

Распределения коэффициента теплообмена $\alpha_j(\varphi)$ по меридиональному углу φ при различных θ, β ($\theta \leq 15^\circ, \beta \leq 10^\circ$) в сечениях $x_1 = \text{const}$ приведены на фиг. 4 как для турбулентного (точки 1), так и для ламинарного (точки 2) режима. При этом

$g_{\beta} \leq 1$, $\Lambda_{\varphi} \leq 1$, где

$$g_{\beta} = \alpha_j(\beta) / \alpha_j(\beta=0), \quad \Lambda_{\varphi} = \lambda(\varphi) / \lambda(\varphi=0)$$

Как и следовало ожидать на основании (3.3) $g_{t\varphi} \approx \Lambda_{\varphi}$. Видно, что аналогичное соотношение справедливо и для ламинарного режима ($g_{t\varphi} \approx \Lambda_{\varphi}$). Там же показано влияние угла атаки β на коэффициент теплообмена $\alpha_j(\beta)$ вдоль линии растекания $\varphi=0$ (точки 3 – турбулентный, 4 – ламинарный режим). При этом $g_{\beta} \geq 1$, $\Lambda_{\beta} \geq 1$, где

$$g_{\beta} = \alpha_j(\beta) / \alpha_j(\beta=0), \quad \Lambda_{\beta} = \lambda(\beta) / \lambda(\beta=0)$$

Отсюда следует, что $g_{jm} \approx \Lambda_m$ ($j=l, t$; $m=\varphi, \beta$), т. е. влияние угла атаки на коэффициент теплообмена на всей поверхности затупленного конуса примерно одинаково при обоих режимах и, следовательно, ламинарный коэффициент теплообмена также определяется в основном параметром λ . Более полный анализ влияния условий обтекания и геометрических факторов на ламинарный теплообмен показывает, что с погрешностью $\pm 15\%$ можно принять

$$(3.4) \quad G_1 \approx 0,8\lambda; \quad G_1 = k^{0,5} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{0,3} \frac{\alpha_1}{\alpha_0}$$

На фиг. 3, где показана эта зависимость (линия 2), область расчетных значений G_1 также заштрихована для $\beta=0$ и для линии растекания ($\varphi=0$) при $\beta>0$. Там же (точки 3) приведены результаты точных расчетов ламинарного пограничного слоя на затупленных конусах при $\beta=0$ без учета влияния завихренности [14], свидетельствующие о достаточно высокой точности использованного здесь метода расчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М.: Машиностроение, 1975, с. 624.
2. Vaglioz Laurin R. Laminar heat transfer on three-dimensional blunt nosed bodies in hypersonic flow. – ARS Journal, 1959, v. 29, № 2, p. 123.
3. Reshotko E., Beckwith I. E. Compressible laminar boundary layer over a yawed infinite cylinder with heat transfer and arbitrary Prandtl number. – NASA Rep., 1958, № 1379, p. 49.
4. Авдучевский В. С. Расчет трехмерного ламинарного пограничного слоя на линиях растекания. – Изв. АН СССР. ОТН, Мех. и маш., 1962, № 1, с. 32.
5. Антоцев А. В. Расчет пространственного сверхзвукового обтекания затупленных тел с изломами образующей с учетом равновесного и замороженного состояния газа в ударном слое. – Изв. АН СССР. МЖГ, 1970, № 2, с. 178.
6. Майкапар Г. И. Вычисление линий тока по известному распределению давления на поверхности твердого тела. – ПММ, 1964, т. 28, вып. 2, с. 381.
7. Землянский Б. А., Шманенкова Г. А. Метод средних массовых величин для трехмерного пограничного слоя в завихренном потоке. Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 1, с. 80–87.
8. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке равносвесно диссоциирующего воздуха. – Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 2, с. 184.
9. Сафаров Р. А., Тирский Г. А. Применение феноменологических моделей к исследованию турбулентных пограничных слоев однородного и неоднородного газов. – В кн.: Турбулентные течения. М.: Наука, 1977, с. 42.
10. Fay J. A., Riddell F. R. Theory of stagnation point heat transfer in dissociated air. – J. Aeronaut. Sci., 1958, v. 25, № 2, p. 73.
11. Ермак Ю. Н., Нейланд В. Я. К теории трехмерного ламинарного пограничного слоя. – Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1964, т. 4, № 5, с. 950.
12. Cohen N. B. Boundary-layer similar solutions and correlation equations for laminar heat-transfer distribution in equilibrium air at velocities up to 41100 feet per second. – NASA TR, 1961, R-118, p. 104.
13. Hoshizaki H. Heat transfer in planetary atmospheres at super-satellite speeds. – ARS Journal, 1962, v. 32, № 12, p. 1544.
14. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на затупленных телах с учетом завихренности внешнего потока. – Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 6, с. 124.

Москва

Поступила в редакцию
11.II.1980