На фиг. 2 сплошными линиями приведены результаты расчета по формуле (5) зависимости коэффициента трения ξ от числа Re для трубопровода диаметром 61 мм, заполненного водой с коэффициентом вязкости μ=0.01 г/(см·с). Штриховыми линиями здесь нанесены результаты экспериментов [1]. Линии с номерами *1*, *2*, *3* относятся к течению жидкости со средними по сечению ускорениями *a*, равными соответственно 87, 310, 1178 см/с^2. Сравнение показывает, что в области значений Re$\sim 10^{3,5}-10^{4,5}$ результаты совпадают в точности, и затем расходятся, имея различные зависимости от Re. Экспериментальные значения ξ обратно пропорциональны Re в степени 1,15, а расчетные – в степени 1,5.

Наибольшее расхождение результатов составляет 37%. Сравнение зависимости ξ от среднего ускорения жидкости *a* дает отличие расчетных значений ξ при a=87 и 1178 см/с^2 в 3,67 раза, в то время как, согласно экспериментам, оно составляет 2,57–2,82 раза. Учет слабого линейного по времени уменьшения градиента давления, составившего в опыте АК-2 экспериментов [1]$\sim$12%, не дал существенного изменения расчетных результатов.

Таким образом, расчет течения жидкости на основании уравнения (1), следующего из системы уравнений Навье – Стокса, дает согласование с действительной картиной ускоренного течения с погрешностью менее чем 1,4 раза. При этом реальное течение воды имеет более слабую зависимость от параметров Re и *a*, чем в соответствии с уравнением (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Коппель Т. А., Лийв У. Р.* Экспериментальное исследование возникновения движения жидкости в трубопроводах.– Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6.
2. *Барсегян М. Г.* О коэффициенте сопротивления трения при неустановившемся движении в трубах.– Изв. АН АрмССР, Сер. техн. наук, 1971, т. 24, № 6.
3. *Марков С. Б.* Экспериментальное исследование скоростной структуры и гидравлических сопротивлений в неустановившихся напорных турбулентных потоках.– Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 2.
4. *Букреев В. И., Шахин В. М.* Экспериментальное исследование энергии турбулентности при неустановившемся течении в трубе. В кн.: Математические вопросы механики. Новосибирск, 1975.
5. *Виленский В. Д., Коченов И. С., Кузнецов Ю. Н.* К вопросу о гидравлических сопротивлениях при нестационарных режимах. В кн.: Пневмо- и гидроавтоматика. М.: Наука, 1964.
6. *Громека И. С.* К теории движения жидкости в узких цилиндрических трубках.– Уч. зап. Казанск. ун-та, 1882 (См. также: Громека И. С. Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1952.)
7. *Szymanski P.* Quelques solutions exactes des equations de l'hydrodynamique du fluide visqueux dans le cas d'un tube cylindrique.– J. Math. Pures et Appl., Ser. 9, 1932, vol. 11, No. 1.
8. *Hidesato-Ito.* Theory of the Laminar flow in the tube with variable pressure gradient.– Reports Inst. High Speed Mech. Tohoku Univ., v. 3, Sendai (Japan), 1953.
9. *Петров Н. П.* Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости.– Изв. Технолог. ин-та. С.-Пб., 1887 (См. также: Петров Н. П. Гидродинамическая теория смазки. Избр. работы. М.: Изд-во АН СССР, 1948).

Москва

Поступила в редакцию
19.II.1980

УДК 532.594.013.4

ВЛИЯНИЕ РАСТВОРИМЫХ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ НА ДИСПЕРГИРОВАНИЕ ЖИДКОСТИ

НЕВОЛИН В. Г.

Применение в различных технологических процессах, связанных с добычей нефти, поверхностно-активных веществ приводит к тому, что в сточных водах нефтепромыслов имеются остатки нефти и масел с пленкой поверхностно-активных веществ. Для использования сточных вод – закачки их в продуктивные горизонты – необходимо, чтобы размеры частиц примеси были меньше размеров поровых каналов. Для достижения этого применяются различные типы диспергаторов. Хорошие результаты показал гидродинамический вибратор [1–3], механизм дробления капель нефти которого основан на параметрической неустойчивости поверхности жидкости в звуковом поле [2–5]. Поскольку для порога неустойчивости очень важны свойства поверхности жидкости, то для выбора оптимальных режимов работы гидродинамического вибратора необходимо учесть влияние пленки растворимого поверхностно-активного вещества на диспергирование примеси.

В данной работе рассматривается влияние пленки растворимого поверхностно-активного вещества на диспергирование капли вязкой жидкости в поле звуковой волны. Капля находится в идеальной несжимаемой жидкости. При этом предполагается, что радиус капли много меньше длины звуковой волны, но много больше капиллярного радиуса. Движение капли не учитывается.

1. Рассмотрим задачу об устойчивости границы раздела двух несжимаемых жидкостей с пленкой растворимого поверхностно-активного вещества в поле плоской, вертикально падающей звуковой волны. Рассмотрение проводится в декартовой системе координат, плоскость (xy) которой совпадает с невозмущенной границей раздела, а ось z направлена вертикально вверх. Полупространство $z>0$ заполнено идеальной жидкостью плотности ρ_2, а полупространство $z\leqslant 0$ – вязкой жидкостью плотности ρ_1 с коэффициентом кинематической вязкости ν_1. Перпендикулярно границе раздела падает звуковая волна с давлением $p^\circ \sin\omega(t+z/c_2)$, где p°, ω, c_i – амплитуда, частота и скорость звука в i-й жидкости.

Условия равновесия системы запишутся [6–8]

$$\mathbf{v}_i^\circ=0,\quad \zeta^\circ=0,\quad \mu_1=\mu_3,\quad \gamma^\circ=\text{const},\quad n_i=\text{const}$$

$$p_2^\circ=-\rho_2gz+p^\circ\left\{\sin\omega\left(t+\frac{z}{c_2}\right)+\frac{\rho_1c_1-\rho_2c_2}{\rho_1c_1+\rho_2c_2}\sin\omega\left(t-\frac{z}{c_2}\right)\right\}\tag{1.1}$$

$$p_1^\circ=-\rho_1gz+\frac{2p^\circ\rho_1c_1}{\rho_1c_1+\rho_2c_2}\sin\omega\left(t+\frac{z}{c_1}\right)$$

где $\mathbf{v}=(u,\ v,\ w)$ – скорость движения жидкости; p – давление; ζ – смещение поверхности от положения равновесия; γ, n – поверхностная и объемная концентрации поверхностно-активного вещества; $\mu_3=\mu_3(\gamma^\circ)$, $\mu_1=\mu_1(n_1^\circ)$ – химический потенциал поверхностного и объемного растворов.

Для исследования устойчивости равновесия (1.1) внесем обычным образом возмущения скорости, давления и концентрации и, выбирая в качестве единиц длины, времени, частоты, скорости, поверхностной и объемной концентрации, давления соответственно

$$\left[\frac{\alpha}{(\rho_1+\rho_2)g}\right]^{1/2},\quad \left[\frac{\alpha}{(\rho_1+\rho_2)g^3}\right]^{1/4},\quad \left[(\rho_1+\rho_2)\frac{g^3}{\alpha}\right]^{1/4}$$

$$\left[\frac{\alpha g}{(\rho_1+\rho_2)}\right]^{1/4},\quad \gamma^\circ,\quad \gamma^\circ\left[(\rho_1+\rho_2)\frac{g}{\alpha}\right]^{1/2},\quad [\alpha(\rho_1+\rho_2)g]^{1/2}$$

получим для возмущений следующую линеаризованную систему уравнений [6, 7]:

$$\frac{\partial\mathbf{v}_1}{\partial t}=-\frac{1}{\beta_1}\nabla p_1+\frac{1}{A}\nabla^2v_1$$

$$\frac{\partial\mathbf{v}_2}{\partial t}=-\frac{1}{\beta_2}\nabla p_2,\qquad \nabla\mathbf{v}_{1,2}=0\tag{1.2}$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t}=\eta_1\nabla^2n_1,\qquad n_2\equiv\text{const}$$

$$A\equiv\frac{1}{\nu\sqrt[4]{\alpha^3g}},\quad \beta_i\equiv\frac{\rho_i}{(\rho_1+\rho_2)},\qquad \eta_i\equiv D_i\sqrt[4]{\alpha^3g}$$

Здесь $\alpha\equiv\alpha(\gamma^\circ)$, D_1 – коэффициент объемной диффузии.

Считая смещение поверхности ζ малым, имеем на поверхности (при $z=0$) [6, 7, 9]

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}=w_1,\qquad w_1=w_2$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial z}+\frac{\partial w_1}{\partial x}+Al\frac{\partial\gamma}{\partial x}=0,\qquad \frac{\partial v_1}{\partial z}+\frac{\partial w_1}{\partial y}+Al\frac{\partial\gamma}{\partial y}=0$$

(1.3)
$$\frac{\partial\gamma}{\partial t}-\frac{\partial w_1}{\partial z}=\eta_3\left(\frac{\partial^2\gamma}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\gamma}{\partial y^2}\right)+\eta_1\frac{\partial n_1}{\partial z}$$
$$p_1-p_2=\left[\beta_1-\beta_2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)-q_1\cos\Omega t\right]\zeta+\frac{2\beta_1}{A}\frac{\partial w_1}{\partial z}$$
$$l\equiv\frac{\gamma^\circ}{\alpha}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\gamma}\right),\qquad q_1\equiv\frac{2P^\circ(\beta_1-\beta_2)\Omega}{\beta_1C_1+\beta_2C_2}$$

где P°, Ω, C_i – безразмерные амплитуда, частота и скорость звуковой волны, D_3 – коэффициент поверхностной диффузии.

В случае, когда диспергирование жидкости происходит вследствие вибрации сосуда с жидкостью [10], т. е. при $\mathbf{g}=(1-b\cos\omega t)g$, где $b=a_1\omega^2/g$ – безразмерная амплитуда модуляции, вместо q_1 следует писать $q_2=(\beta_1-\beta_2)b$.

К этим уравнениям необходимо еще добавить уравнение, связывающее между собой поверхностную и объемную концентрации. Для связи γ и n_1 на границе раздела будем предполагать, что время установления равновесия между концентрациями поверхностно-активного вещества в поверхностном и объемном растворах много меньше периода возбуждаемых на границе раздела поверхностных волн, т. е. будем считать, что поверхностный и объемный растворы все время находятся в равновесии [6]:

(1.4) $$\mu_1(n_1^\circ+n_1)=\mu_3(\gamma^\circ+\gamma)$$

Поскольку деформации поверхности, а следовательно, и изменение концентрации бесконечно малы, то, раскладывая (1.4) в ряд Тейлора по степеням γ и n_1, получим для связи γ и n_1 выражение

(1.5) $$\gamma=\left(\frac{\partial\mu_1}{\partial n_1}\Big/\frac{\partial\mu_3}{\partial\gamma}\right)n_1\equiv\varkappa n_1$$

(1.6) $$|z|\to\infty:\quad v_i\to0,\quad n_1\to0$$

Совершая преобразование Фурье по переменным x, y и Лапласа по времени и учитывая, что возмущения скорости, концентрации и смещения поверхности в начальный момент времени равны нулю и $\mathbf{v}$, ζ, n_1 $\partial\mathbf{v}/\partial x$, $\partial\mathbf{v}/\partial y$, $\partial\zeta/\partial x$, $\partial\zeta/\partial y$, $\partial n_1/\partial x$, $\partial n_1/\partial y\to0$ при $|x,\ y|\to\infty$, исключив x- и y-компоненты скорости и давление, вместо (1.2)–(1.6) получим

(1.7)
$$\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)^2W_1(s)=As\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)W_1(s),\qquad k^2\equiv k_x^2+k_y^2$$
$$\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)W_2(s)=0,\qquad sN(s)=\eta_1\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)N(s)$$

$$z=0:\quad sZ(s)=W_1(s)=W_2(s),\qquad \Gamma(s)=\varkappa N(s)$$

(1.8)
$$\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)W_1(s)+Alk^2\Gamma(s)=0$$
$$s\Gamma(s)-\frac{dW_1(s)}{dz}=\eta_1\frac{dN(s)}{dz}-\eta_3k^2\Gamma(s)$$

(1.9)
$$\frac{\beta_1}{k}\left[s-\frac{1}{A}\left(\frac{d^2}{dz^2}-3k^2\right)\right]\frac{dW_1(s)}{dz}-\frac{\beta_2}{k}s\frac{dW_2(s)}{dz}+$$
$$+[k^3+k(\beta_1-\beta_2)Z(s)]-\frac{q_1k}{2}[Z(s+i\Omega)+Z(s-i\Omega)]=0$$

Здесь $\mathbf{k}=\{k_x,\ k_y\}$ – волновой вектор; $W(s)$, $\Gamma(s)$, $N(s)$, $Z(s)$ – трансформы Лапласа величин $w(t)$, $\gamma(t)$, $n_1(t)$ и $\zeta(t)$.

При $|z|\to\infty$ имеем

(1.10) $$W_2(s)\to0,\quad z\to+\infty;\qquad W_1(s)\to0,\quad dW_1(s)/dz\to0,\quad z\to-\infty$$

Решая систему (1.7) с условиями (1.8) и (1.10) и подставляя полученное решение в условия (1.9), получим для $Z(s)$ уравнение

$$(1.11)\quad \frac{lk^3\beta_1 Z(s)}{s}\left(s+\frac{2k^2}{A}-\frac{2k}{A}\sqrt{k^2+As}\right)^2\left[k^2\eta_3+s-\frac{\eta_1}{\varkappa}\sqrt{k^2+\frac{s}{\eta_1}}+\right.$$
$$\left.+\frac{lk^2}{s}(\sqrt{k^2+As}-k)\right]^{-1}+\beta_1\left(s+\frac{2k^2}{A}\right)^2 Z(s)+\beta_2 s^2 Z(s)-$$
$$-\frac{4k^3\beta_1\sqrt{k^2+As}}{A^2}Z(s)-\frac{q_i k}{2}\left[Z(s+i\Omega)+Z(s-i\Omega)\right]=0$$

2. Рассмотрим случай малых l, η_i. Раскладывая выражение (1.11) в ряд по l, η_i, совершив обратное преобразование Лапласа, для $\zeta(t)$ получим

$$(2.1)\quad \frac{d^2\zeta}{dt^2}+2\delta\frac{d\zeta}{dt}+(\Omega_0^2-q_i k\cos\Omega t)\zeta=\varepsilon_1\int\limits_0^t\frac{\zeta(t-\tau)}{\sqrt{\pi\tau}}d\tau+\varepsilon_2\int\limits_0^t\zeta(\tau)\,d\tau$$

$$\delta\equiv\frac{2k^2\beta_1}{A},\qquad \Omega_0^2\equiv(\beta_1-\beta_2)k+k^3(1+\beta_1 l),\qquad \varepsilon_1\equiv l\beta_1\left(\frac{4k^4}{\sqrt{A}}-\frac{k^3\sqrt{\eta_1}}{\varkappa}\right),$$

$$\varepsilon_2\equiv\beta_1 lk^5\eta_3$$

Решая уравнение (2.1) методом усреднения [11], получим для границы области устойчивости следующее уравнение:

$$\frac{q_i^2k^2}{4\omega^2(\delta+\varepsilon_1/\omega^{3/2}+2\varepsilon_2/\omega^2)^2}-\frac{(\Omega_0^2-\omega^2/4-\varepsilon_1/\omega^{1/2})^2}{\omega^2(\delta+\varepsilon_1/\omega^{3/2}+2\varepsilon_2/\omega^2)^2}=1$$

откуда получаем, что на поверхности возникают волны с частотой $\omega/2$ и волновым числом k при

$$(2.2)\quad q_i\geqslant q_{i*}=\frac{2\omega}{k}\left(\delta+\frac{\varepsilon_1}{\omega^{3/2}}+\frac{2\varepsilon_2}{\omega^2}\right)$$

Волновое число наиболее легко возбуждаемых поверхностных волн найдем с точностью до $1/A^2$ из уравнения

$$(2.3)\quad k_*^3(1+\beta_1 l)+(\beta_1-\beta_2)k_*-\frac{l\beta_1 k_*^3}{\omega^{1/2}}\left(\frac{4k_*}{\sqrt{A}}-\frac{\sqrt{\eta_1}}{\varkappa}\right)=\frac{\omega^2}{4}$$

Поскольку (2.2) получено в результате линейного решения задачи, то можно говорить о q_*, как о пороге разрушения (дробления) капли жидкости снизу.

Уменьшение объемной концентрации поверхностно-активного вещества ($\varkappa\to\infty$) приводит к случаю нерастворимой пленки [2, 12].

При увеличении объемной концентрации поверхностно-активного вещества ($\varkappa\ll 1$) из (1.11) получим

$$(2.4)\quad \frac{d^2\zeta}{dt^2}+2\delta\frac{d\zeta}{dt}+\left[k^3+(\beta_1-\beta_2)k-\frac{\varkappa l\beta_1 k^2}{\eta_1}-q_i k\cos\Omega t\right]\zeta=0$$

Решая это уравнение методом усреднения [11], получим для порога разрушения $q_{i*}=2\delta\omega/k_*$, где k_* определится из уравнения

$$(2.5)\quad k_*^3+(\beta_1-\beta_2)k_*^3-\frac{\varkappa l\beta_1 k_*^2}{\eta_1}=\frac{\omega^2}{4}$$

Из уравнения (2.4) следует, что в случае большой растворимости поверхностно-активного вещества порог возбуждения поверхностных волн практически не зависит от концентрации примеси. Смещение порога возбуждения обуславливается лишь изменением волнового числа наиболее легко возбуждаемых поверхностных волн.

Таким образом, при $q>q_*$ на границе раздела возникают поверхностные волны, амплитуда которых растет до тех пор, пока, начиная с некоторой критической амплитуды, из гребня волны не возникает струя, разрушение которой и приводит к диспергированию жидкости [5, 13, 14].

Учитывая, что в момент отрыва от поверхности жидкости капли ведут себя как при отрыве от струи, выходящей из отверстия, можем оценить размер капель на основе критерия максимальной неустойчивости жидкой струи. Тогда радиус капли R можем найти из уравнения $^4/_3\pi R^3=\pi d^2l$, где d — диаметр струи, l — длина струи, характеризующаяся максимальной неустойчивостью [5, 15].

Диаметр струи d можно связать с длиной возбуждающихся на межфазной границе волн выражением $d\approx\lambda_*/2=\pi/k_*$.

Из критерия максимальной неустойчивости рэлеевской струи $\pi d/l\approx0{,}71$ [15] найдем для радиуса капли $R\approx4{,}7/k_*$.

Из этого соотношения и (2.3), (2.5) следует, что с ростом частоты возбуждения уменьшается радиус частицы диспергируемой жидкости. Однако увеличение частоты вибраций приводит и к повышению порога разрушения капель жидкости, т. е. начиная с некоторой частоты возбуждения работа гидродинамического вибратора (излучателя) с фиксируемой амплитудой колебаний может стать неэффективной. Это необходимо учитывать при применении и проектировании диспергирующих устройств.

В заключение автор благодарит В. А. Брискмана за постоянное внимание к его работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Наборщиков П. В., Покровский В. А., Полинская Р. Е., Кушнир В. Н.* Промысловые исследования эффективности диспергирования примесей в сточных водах с помощью гидродинамических аппаратов.— Нефтепромысловое дело. Пермь: Пермск. книжн. изд-во, 1972, с. 144.
2. *Неволин В. Г.* Влияние поверхностно-активных веществ на диспергирование нефти в сточных водах.— 2-я Научн.-техн. конф. молодых ученых ин-та ПермНИПИнефть. Тез. докл. Пермь, 1975, с. 51.
3. *Наборщиков П. В., Неволин В. Г.* Механизм диспергирования нефти в звуковом поле вибратора.— В кн.: Геология, разработка, бурение и эксплуатация нефтяных месторождений Пермского Приуралья. Пермь, 1976, с. 92.
4. *Неволин В. Г., Кирчанов В. С.* Влияние примеси на диспергирование жидкости.— Инж.-физ. ж., 1979, т. 36, № 6, с. 1012.
5. *Li M. K., Fogler H. S.* Acoustic emulsification. Pt. 1. The instability of the oil-water interface to form the initial droplets.— J. Fluid Mech., 1978, v. 88, pt. 3, p. 499.
6. *Левич В. Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Изд-во АН СССР, 1952, 538 с.
7. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механиза сплошных сред. М.— Л.: Гостехтеориздат, 1944, 624 с.
8. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. М.: Наука, 1964, 567 с.
9. *Levich V. G., Krylov V. S.* Surface-tension-driven phenomena.— Annual Rev. Fluid Mech., v. 1. Palo Alto, Calif., Annuai Revs, p. 293.
10. *Моисеев Н. Н.* Динамика корабля, имеющего жидкие грузы.— Изв. АН СССР. ОТН, 1954, вып. 7, с. 27.
11. *Филатов А. Н.* Методы усреднения в дифференциальных и интегродифференциальных уравнениях. Ташкент: Фан, 1971, 297 с.
12. *Кирчанов В. С., Неволин В. Г.* Параметрическое возбуждение волн на поверхности жидкости в присутствии нерастворимой пленки.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 5, с. 159.
13. *Сорокин В. И.* Об эффекте фонтанирования капель с поверхности вертикально колеблющейся жидкости.— Акуст. ж., 1957, т. 3, вып. 3, с. 262.
14. *Brand R. P., Nyborg W. L.* Parametrically excited surface waves.— J. Acous. Soc. Amer. 1965, v. 37, p. 509.
15. *Ламб Г.* Гидродинамика, М.— Л.: Гостехиздат, 1947, 928 с.

Пермь

Поступила в редакцию
16.I.1980

УДК 533.6.011.35

ПУЛЬСАЦИИ ДАВЛЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ШАРА ПРИ ОБТЕКАНИИ ДОЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ

КУПЦОВ В. М.

В настоящее время имеется много данных по коэффициентам сопротивления C_x и по распределению статического давления на поверхности шара [1, 2]. Однако соответствующих данных по пульсациям давления на поверхности шара практически нет.

В настоящей работе изложены результаты исследования суммарных и спектральных уровней пульсаций давления в различных точках поверхности шара при $M\approx0{,}5-1{,}0$ и $\mathrm{Re}\approx(1{,}7-2{,}7)\cdot10^6$. Обнаружено, что наиболее интенсивные пульсации давления реализуются на боковой поверхности в районе угла $\theta\approx90°$. В этом районе при $M\approx0{,}6-0{,}8$ относительный суммарный уровень σ_Σ/q, где q — скоростной напор в набегающем потоке, достигает значений 0,18–0,22. Установлено, что при $M=0{,}7-0{,}9$ в спектрах пульсаций давления на частотах $\mathrm{Sh}=fD/V=0{,}2-0{,}3$ реализуются узкопо-