

УДК 532.542.013.2

## РАСЧЕТ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДЕ

ОВСЯННИКОВ В. М.

Представлено сравнение результатов расчета ускоренного течения жидкости в трубопроводе с известными экспериментами [1] при ламинарном режиме. Разностным методом получено решение для установившегося по длине трубы нестационарного осесимметричного течения, вычисленного ранее И. С. Громека в виде ряда. Выведена формула для зависимости коэффициента трения от числа Рейнольдса  $Re$  и ускорения жидкости. Сравнение показывает согласование результатов с погрешностью не хуже 37%.

Однако расчет дает, что коэффициент трения пропорционален  $Re$  в степени  $-1,5$ , в то время как эксперимент [1] показывает более слабую зависимость, пропорциональную числу  $Re$  в степени  $-1,15$ .

Ускоренное течение жидкости в полностью заполненном трубопроводе в пусковой период изучалось экспериментально в работах [1-4], где было установлено отличие нестационарного сопротивления от стационарного. Кроме того, было обнаружено, что ламинарный режим сохраняется в начале процесса даже при таких больших числах  $Re$ , достигающих 78 000-234 500, которые в 30-100 раз превышают его критическую величину при стационарном течении.

Анализ уравнений движения [5] показал, что при нестационарном течении в трубе можно выделить начальный участок и участок установившегося по длине нестационарного течения. Движение жидкости на последнем описывается при ламинарном режиме следующим уравнением с начальными и граничными условиями:

$$(1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right)$$

$$(2) \quad u=0 \quad (t=0), \quad u=0 \quad (r=R), \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad (r=0)$$

Здесь  $r, x$  - координаты по радиусу и вдоль оси трубы;  $u$  - скорость жидкости по координате  $x$ ;  $p$  - давление;  $\rho$  и  $\mu$  - плотность и коэффициент вязкости жидкости;  $R$  - радиус трубы.

И. С. Громека [6] нашел решение задачи для случая, когда задан градиент давления как любая функция времени. Позднее частные случаи этого решения рассматривались в [7, 8].

Таким образом, расчетный подход к задаче возникновения течения жидкости в трубе достаточно хорошо исследован. Появившаяся недавно экспериментальная работа [1] выполнена достаточно тщательно, на современном высоком техническом уровне проведения экспериментов. В использованной здесь установке достигнуто ламинарное течение воды в трубе большого диаметра, равного 61 мм. Ввиду простоты поля течения эта задача может служить эталонной для проверки степени согласованности решения уравнений Навье - Стокса при нестационарном течении с экспериментом [9].

Задача (1), (2) решается при условии, что в момент  $t=0$  внезапно возникает градиент давления  $dp/dx$ , не меняющийся в дальнейшем по времени. В работах [6-8] решение получено в виде ряда

$$(3) \quad \varphi = \frac{R}{u_m(\infty)} \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} = -4 + \sum_{n=1}^{\infty} 16\alpha_n^{-2} \exp(-\alpha_n^2 \tau)$$

$$\tau = \frac{\mu t}{R^2 \rho}$$

содержащего нули функции Бесселя первого рода нулевого порядка  $\alpha_n$ . Здесь  $u_m(\infty)$  - средняя скорость установившегося течения при заданном градиенте давления  $dp/dx$ ,  $\tau$  - безразмерный параметр времени. Ряд (3) при малых значениях  $\tau$  обладает плохой сходимостью. Так, при  $\tau=0,00005$ , соответствующем в эксперименте [1] времени 0,0445 с для опыта АК-2, при учете 17 членов ряда  $\varphi=0,13288$ , а при учете 20 членов -  $\varphi=0,12097$ .

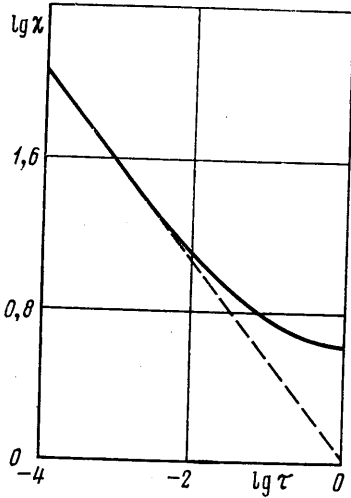
Таким образом, решения работ [6-8] непригодны для проведения расчетов при условиях, достигнутых в эксперименте [1].

Поэтому было проведено решение задачи (1), (2) разностным методом. Использовалась неявная разностная схема второго порядка точности аппроксимации по радиусу и первого порядка - по безразмерному параметру времени  $\tau$ . Шаг расчет-

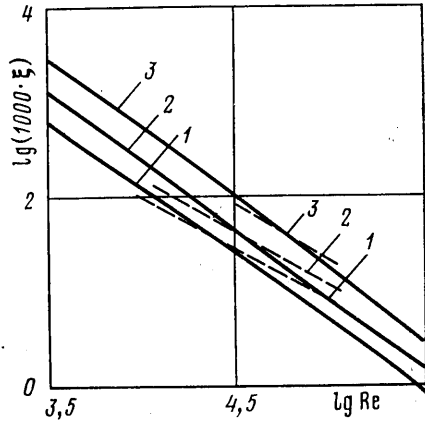
ной сетки по  $\tau$  был постоянный и менялся в пределах от  $\Delta\tau=5 \cdot 10^{-6}$  до  $250 \cdot 10^{-6}$ . По радиусу шаг сетки был переменным, изменяющимся от  $\Delta(r/R)=0,001$  у стенки до 0,1 вблизи оси трубы.

Была проведена сверка полученного численного решения со всеми известными расчетными результатами. Изменение средней скорости течения  $u_m$  от безразмерного параметра времени  $\tau$  показало совпадение с результатами вычислений [8] в интервале  $0,02 \leq \tau \leq 1$ . Распределение по радиусу скорости  $u$  сравнивалось с расчетными результатами [7] при  $0,1 \leq \tau \leq 0,3$ . Наибольшее различие составило 0,2%.

Убедившись в хорошей точности полученного численного решения, перейдем к сопоставлению его с экспериментом [1]. В опыте, обозначенном в [1] индексом



Фиг. 1



Фиг. 2

АК-2, было измерено изменение по времени силы трения на стенке  $\tau_0$  и средней скорости жидкости  $u_m$ . Их отношение дается выражением

$$(4) \quad \frac{\tau_0}{u_m} = \frac{\mu\chi}{R}, \quad \chi(\tau) = \frac{R}{u_m(\tau)} \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_w(\tau)$$

Левая часть первого из равенств (4) вычислялась по результатам опыта АК-2, а правая — на основании численного решения. Рассогласование правой и левой частей равенства составляет от -7 до 26,4%.

В работе [1] на основании экспериментальных данных была определена зависимость коэффициента трения  $\xi$  от числа Рейнольдса Re:

$$\xi = \frac{8\tau_0}{\rho u_m^2}, \quad Re = \frac{2Ru_m\rho}{\mu}$$

Используя (4), получим  $\xi = 16\chi(\tau)/Re$ . При стационарном течении  $\chi=4$  и формула принимает известный для ламинарного течения вид  $\xi=64/Re$ . Для ускоренного течения функция  $\chi(\tau)$  берется из численного решения задачи (1), (2) и приведена на фиг. 1 сплошной линией. При малых значениях аргумента  $10^{-3} \leq \tau \leq 10^{-2}$  функция  $\chi(\tau)$  аппроксимируется зависимостью  $\chi=9/(8\sqrt{\tau})$ , нанесенной на фиг. 1 штриховой прямой.

Для связи значения  $\tau$  с числом Re воспользуемся дополнительным условием линейного изменения средней скорости жидкости  $u_m$  от времени  $u_m=at$ .

В эксперименте [1] линейное по времени изменение средней скорости достигалось подбором формы эксцентрика, открывающего затвор в трубопроводе. Тогда получим для коэффициента трения  $\xi$  формулу, применимую при  $\tau < 10^{-3}$ :

$$(5) \quad \xi = \frac{18\sqrt{2a}\rho}{\mu} \left(\frac{R}{Re}\right)^{3/2}, \quad \tau = \frac{\mu^2 Re}{2a\rho^2 R^3}$$

На фиг. 2 сплошными линиями приведены результаты расчета по формуле (5) зависимости коэффициента трения  $\xi$  от числа  $Re$  для трубопровода диаметром 61 мм, заполненного водой с коэффициентом вязкости  $\mu=0.01$  г/(см·с). Штриховыми линиями здесь нанесены результаты экспериментов [1]. Линии с номерами 1, 2, 3 относятся к течению жидкости со средними по сечению ускорениями  $a$ , равными соответственно 87, 310, 1178 см/с<sup>2</sup>. Сравнение показывает, что в области значений  $Re \sim 10^{3.5} - 10^{4.5}$  результаты совпадают в точности, и затем расходятся, имея различные зависимости от  $Re$ . Экспериментальные значения  $\xi$  обратно пропорциональны  $Re$  в степени 1,15, а расчетные — в степени 1,5.

Наибольшее расхождение результатов составляет 37%. Сравнение зависимости  $\xi$  от среднего ускорения жидкости  $a$  дает отличие расчетных значений  $\xi$  при  $a=87$  и 1178 см/с<sup>2</sup> в 3,67 раза, в то время как, согласно экспериментам, оно составляет 2,57–2,82 раза. Учет слабого линейного по времени уменьшения градиента давления, составившего в опыте АК-2 экспериментов [1] ~12%, не дал существенного изменения расчетных результатов.

Таким образом, расчет течения жидкости на основании уравнения (1), следующего из системы уравнений Навье – Стокса, дает согласование с действительной картиной ускоренного течения с погрешностью менее чем 1,4 раза. При этом реальное течение воды имеет более слабую зависимость от параметров  $Re$  и  $a$ , чем в соответствии с уравнением (1).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коппель Т. А., Лийв У. Р. Экспериментальное исследование возникновения движения жидкости в трубопроводах. — Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6.
2. Барсегян М. Г. О коэффициенте сопротивления трения при неустановившемся движении в трубах. — Изв. АН АрмССР, Сер. техн. наук, 1971, т. 24, № 6.
3. Марков С. Б. Экспериментальное исследование скоростной структуры и гидравлических сопротивлений в неустановившихся напорных турбулентных потоках. — Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 2.
4. Букреев В. И., Шагин В. М. Экспериментальное исследование энергии турбулентности при неустановившемся течении в трубе. В кн.: Математические вопросы механики. Новосибирск, 1975.
5. Виленский В. Д., Коченов И. С., Кузнецов Ю. Н. К вопросу о гидравлических сопротивлениях при нестационарных режимах. В кн.: Пневмо- и гидроавтоматика. М.: Наука, 1964.
6. Громека И. С. К теории движения жидкости в узких цилиндрических трубках. — Уч. зап. Казанск. ун-та, 1882 (См. также: Громека И. С. Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1952.)
7. Szymanski P. Quelques solutions exactes des equations de l'hydrodynamique du fluide visqueux dans le cas d'un tube cylindrique. — J. Math. Pures et Appl., Ser. 9, 1932, vol. 11, No. 1.
8. Hidesato-Ito. Theory of the Laminar flow in the tube with variable pressure gradient. — Reports Inst. High Speed Mech. Tohoku Univ., v. 3. Sendai (Japan), 1953.
9. Петров Н. П. Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости. — Изв. Технолог. ин-та. С.-Пб., 1887 (См. также: Петров Н. П. Гидродинамическая теория смазки. Избр. работы. М.: Изд-во АН СССР, 1948).

Москва

Поступила в редакцию  
19.II.1980

УДК 532.594.013.4

#### ВЛИЯНИЕ РАСТВОРИМЫХ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ НА ДИСПЕРГИРОВАНИЕ ЖИДКОСТИ

НЕВОЛИН В. Г.

Применение в различных технологических процессах, связанных с добычей нефти, поверхностно-активных веществ приводит к тому, что в сточных водах нефтепромыслов имеются остатки нефти и масел с пленкой поверхностно-активных веществ. Для использования сточных вод — закачки их в продуктивные горизонты — необходимо, чтобы размеры частиц примеси были меньше размеров поровых каналов. Для достижения этого применяются различные типы диспергаторов. Хорошие результаты показал гидродинамический вибратор [1–3], механизм дробления ка-