

ЛИТЕРАТУРА

1. Görtler H. Dreidimensionales zur Stabilitätstheorie laminarer Grenzschichten.— ZAMM 35, 326–364, 1955, Bd 35, H. 9/10.
2. Юдович В. И. Вторичные течения и неустойчивость жидкости между вращающимися цилиндрами.— ПММ, 1966, т. 30, вып. 4.
3. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматгиз, 1962.
4. Линь Цзяцзяо. Теория гидродинамической устойчивости. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
5. Маргеев Н. М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск: Вишешная школа, 1974.

Алма-Ата

Поступила в редакцию
29.1.1980

УДК 532.529

ТОНКИЙ ПРОФИЛЬ В ПОТОКЕ ДИСПЕРСНОЙ СМЕСИ

ОСИЩОВ А. Н.

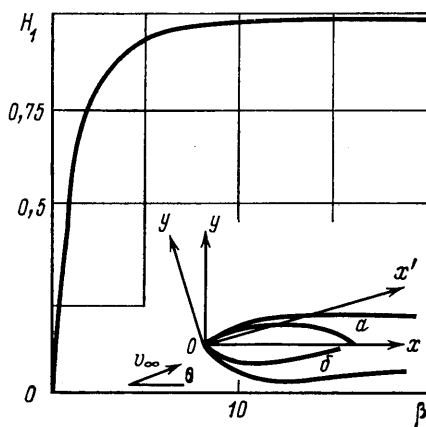
В линейной постановке рассматривается плоская задача стационарного обтекания тонкого профиля однородным потоком двухфазной среды типа газ — твердые частицы при малой объемной концентрации твердой фазы. Исследованы режимы обтекания с малой дозвуковой скоростью в пренебрежении сжимаемостью несущей фазы и со сверхзвуковой скоростью. Цель работы — определение в рамках модели взаимонепроницающих континуумов [1, 2] аэродинамических характеристик тонких профилей, обтекаемых под малыми углами атаки.

Линейной теории стационарных сверхзвуковых течений посвящены работы [2—4]. Наиболее полное исследование содержится в [4], где на основе линейризации уравнений типа [2] получено уравнение в частных производных относительно потенциала скоростей возмущенного движения несущей фазы, справедливое при обтекании плоских и осесимметричных тонких тел. С помощью преобразования Лапласа получено общее решение этого уравнения, рассмотрены конкретные примеры, в частности обтекание тонкого клина.

Ниже доказана потенциальность полей скоростей обеих фаз в однородном на бесконечности линейризованном невязком двухфазном потоке. Получены выражения для сил и моментов, действующих на тонкие плоские тела в двухфазном потоке. Подробно исследована задача обтекания пластины под малым углом атаки. Показано, что существует область изменения безразмерных определяющих параметров задачи, при которых суммарный момент сил, приложенных к пластине, действует в сторону уменьшения угла атаки.

1. Постановка задачи. Тонкий профиль обтекается однородным на бесконечности потоком двухфазной среды под углом атаки θ . Несущая фаза — совершенный газ с постоянными теплоемкостями, дисперсная фаза — твердые сферические частицы одинакового радиуса r . Физическая плотность вещества частиц много больше плотности газа $\rho_s \gg \rho^0$. Броуновское движение частиц и их влияние друг на друга отсутствуют. В качестве силы взаимодействия между фазами принята сила Стокса. Теплопередача между частицами и газом определяется условием равенства числа Нуссельта единице. Эффектами, связанными с наличием пограничного слоя вблизи поверхности обтекаемого тела, пренебрегается.

Направим ось x декартовой системы координат x, y с началом в передней кромке профиля по его средней хорде, а ось x' системы x', y' — параллельно вектору скорости невозмущенного потока. Картина течения изображена на фиг. 1; a — область чистого газа без частиц, b — область частиц, отраженных от поверхности тела. Система уравнений [2], описывающих движение двухфазной среды вне областей a



Фиг. 1

и б, в безразмерном виде имеет вид

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \operatorname{div} \rho \mathbf{v} &= 0, \quad \operatorname{div} \rho_s \mathbf{v}_s = 0, \quad \gamma M^2 p = \rho T \\ \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \nabla p + \alpha \beta \rho_s (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s) &= 0 \\ (\mathbf{v}_s \cdot \nabla) \mathbf{v}_s &= \beta (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s), \quad (\mathbf{v}_s \cdot \nabla) T_s = \frac{c_p}{c} \beta (T - T_s) \\ \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) T - (\gamma - 1) M^2 (\mathbf{v} \cdot \nabla) p &= \alpha \beta \rho_s (T_s - T) + \alpha \beta (\gamma - 1) M^2 \rho_s |\mathbf{v}_s - \mathbf{v}|^2 \end{aligned}$$

Здесь индекс s относится к параметрам континуума частиц, $\beta = 6\lambda \sigma \mu L / m v_\infty$ (m — масса частицы, v_∞ — скорость потока на бесконечности, μ — вязкость несущей фазы, L — длина средней хорды профиля), $\alpha = \rho_{s\infty} / \rho^0$, c — теплоемкость вещества частиц, c_p — теплоемкость газа при постоянном давлении, γ — показатель адиабаты несущей фазы, M — число Маха, соответствующее параметрам несущей фазы на бесконечности. Остальные обозначения общеприняты. В качестве характерных масштабов при обезразмеривании приняты: для компонент скорости фаз — v_∞ , для ρ — плотность несущей фазы на бесконечности ρ^0 , для давления — $\rho^0 v_\infty^2$, для плотности континуума частиц — $\rho_{s\infty}$, для температур — T_∞ ; масштаб длины L . Для использования параметра запаздывания скоростей β в уравнениях для температур фаз принято $c_p \mu / \lambda = 2/3$ [2]. Основные безразмерные определяющие параметры системы (1.1) в случае несжимаемой несущей фазы обсуждены в [5].

В качестве граничного условия на поверхности обтекаемого тела следует задать условие непротекания несущей фазы

$$(1.2) \quad \frac{v}{u} (x, y_\pm(x)) = y_\pm'(x)$$

Здесь y_\pm — уравнение формы тела, индексы плюс и минус соответствуют верхней и нижней частям поверхности. Примем, что падающие на тело частицы отражаются зеркально, граница области б есть огибающая траекторий отраженных частиц.

В невозмущенном потоке имеем

$$(1.3) \quad u = u_s = \cos \theta, \quad v = v_s = \sin \theta, \quad T = T_s = \rho = \rho_s = 1, \quad p = 1 / \gamma M^2$$

Считая малым параметром безразмерную толщину профиля $\varepsilon \ll 1$, проведем линеаризацию задачи (1.1) — (1.3). Представим форму профиля в виде

$$y_\pm(x) = \varepsilon \eta_\pm(x)$$

Будем считать $\varepsilon = k\theta$. Здесь k , $\eta_\pm(x)$, $\eta_\pm'(x) \sim O(1)$.

Ищем решение (1.1) — (1.3) вне областей а и б в виде

$$(1.4) \quad \begin{aligned} p &= 1 / \gamma M^2 + \varepsilon p_1 + \dots, \quad u = 1 + \varepsilon u_1 + \dots, \quad u_s = 1 + \varepsilon u_{s1} + \dots \\ \rho &= 1 + \varepsilon \rho_1 + \dots, \quad \rho_s = 1 + \varepsilon \rho_{s1} + \dots, \quad T = 1 + \varepsilon T_1 + \dots \\ T_s &= 1 + \varepsilon T_{s1} + \dots, \quad v = \varepsilon v_1 + \dots, \quad v_s = \varepsilon v_{s1} + \dots \end{aligned}$$

Подставляя (1.4) в (1.1) и оставляя уравнения для функций первого порядка, получаем систему уравнений (индексы 1 здесь и далее опущены)

$$(1.5) \quad \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial y} + \frac{\partial \rho_s}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha \beta (u - u_s) &= 0, \quad \frac{\partial u_s}{\partial x} = \beta (u - u_s) \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} + \alpha \beta (v - v_s) &= 0, \quad \frac{\partial v_s}{\partial x} = \beta (v - v_s) \\ \frac{\partial T}{\partial x} - (\gamma - 1) M^2 \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha \beta (T - T_s) &= 0 \\ \frac{c}{c_p} \frac{\partial T_s}{\partial x} &= \beta (T - T_s), \quad \gamma M^2 p = \rho + T \end{aligned}$$

После линеаризации (1.3) условие на бесконечности для функций первого порядка принимает вид

$$(1.6) \quad u = T = T_s = u_s = \rho = \rho_s = p = 0, \quad v = v_s = k$$

При $\epsilon \rightarrow 0$ характерная толщина областей а и б стремится к нулю, поэтому функции первого порядка в (1.4) непрерывны везде в плоскости x, y , кроме положительной части оси x , на которой могут терпеть разрыв параметры частиц.

Параметры несущей фазы не терпят разрыва на границе областей а и б и внутри этих областей изменяются на величину $\sim o(\epsilon)$. Это обстоятельство позволяет в линейном приближении использовать (1.2) в качестве граничного условия для (1.5). Отбросив в (1.2) малые второго порядка и снося граничное условие на ось x , имеем

$$(1.7) \quad v_{\pm}(0, x) = \eta_{\pm}'(x)$$

Здесь индексы плюс и минус соответствуют значениям v на верхней и нижней границе отрезка $[0; 1]$.

Заметим, что условие зеркального отражения частиц от поверхности тела не носит принципиального характера. Другие граничные условия для частиц (с коэффициентом аккомодации нормального импульса меньше единицы) не изменят условия (1.7) и не повлияют на результаты, изложенные в п. 2—3.

Возможность введения потенциала скоростей несущей фазы в линейаризованном сверхзвуковом двухфазном потоке использовалась в работах [2—4]. Покажем, что в линейном приближении завихренность в потоке отсутствует независимо от режима движения несущей фазы. Дифференцируя и вычитая попарно уравнения импульсов для каждой фазы из (1.5), получим уравнения для завихренности

$$\partial \omega / \partial x = \alpha \beta (\omega_s - \omega), \quad \partial \omega_s / \partial x = \beta (\omega - \omega_s)$$

Здесь $\omega = |\text{rot } v|$, $\omega_s = |\text{rot } v_s|$. Учитывая отсутствие завихренности на бесконечности, имеем

$$\omega = \omega_s = 0$$

2. Случай несжимаемой несущей фазы. При движении потока с малыми дозвуковыми скоростями сжимаемость несущей фазы незначительна, и в (1.5) следует положить $\rho = 0$, $M = 0$. В линейном приближении оказывается незначительной и сжимаемость дисперсной фазы, поскольку из уравнений импульса для континуума частиц в (1.5) следует, что $\text{div } v_s = 0$.

Поле скоростей несущей фазы соленоидально и потенциально, что позволяет ввести аналитическую функцию χ комплексного переменного $z = x + iy$, полагая

$$\chi(z) = u + i(k - v)$$

Для $\chi(z)$ из (1.5)—(1.7) получаем задачу, совпадающую с классической задачей обтекания тонкого профиля идеальной несжимаемой жидкостью [6]

$$(2.1) \quad \text{Im} [\chi(z)] = k - \eta_{\pm}'(x), \quad (y=0, 0 \leq x \leq 1), \quad \chi(\infty) = 0$$

Соотношение для давления из (1.5)—(1.7) имеет вид

$$(2.2) \quad p = -u - \alpha u_s$$

Следовательно, наличие в потоке частиц не меняет в линейном приближении поля скоростей несущей фазы, а сказывается только на распределении давления, изменяя его на величину

$$(2.3) \quad \Delta p = -\alpha u_s$$

Использование известных аналитических решений (2.1) для некоторых форм профилей, например для дуг кривых второго порядка [6], позволяет свести задачу (1.5)—(1.7) к решению обыкновенных дифференциальных уравнений.

Ограничимся определением действующих на тонкий профиль сил и моментов. Проектируя интеграл от давления по поверхности тела на оси x' , y' и оставляя главные члены по ϵ , представим выражения для силы сопротивления и подъемной силы, действующих на профиль со стороны несущей фазы, в виде

$$X' = \Delta X', \quad Y' = Y_0' + \Delta Y'$$

Индексом ноль отмечена составляющая, равная подъемной силе в чистом газе без частиц. Дополнительные силы $\Delta X'$, $\Delta Y'$ действуют на тело вследствие изменения поля давлений на величину (2.3) и имеют вид

$$(2.4) \quad \Delta X' = \epsilon^2 \rho^{\circ} v_{\infty}^2 L \int_0^1 [k(\Delta p_- - \Delta p_+) + (\Delta p_+ \eta_+' - \Delta p_- \eta_-')] dx$$

$$\Delta Y' = \epsilon \rho^{\circ} v_{\infty}^2 L \int_0^1 (\Delta p_- - \Delta p_+) dx$$

Аналогично получаем выражение для момента сил относительно середины центральной хорды профиля

$$G = G_0 + \Delta G$$

Здесь

$$(2.5) \quad \Delta G = \varepsilon \rho^{\circ} v_{\infty}^2 L^2 \int_0^1 (x^{-1/2}) (\Delta p_- - \Delta p_+) dx$$

Нижние индексы плюс и минус в (2.4) — (2.5) соответствуют значениям Δp на верхней и нижней границе отрезка $[0; 1]$.

При вычислении вклада в силы и моменты, действующие на профиль со стороны падающих на поверхность частиц, для простоты будем считать, что падающий пучок частиц передает поверхности тела весь свой импульс. Выражение для вклада в силу сопротивления со стороны падающих на поверхность частиц имеет вид

$$(2.6) \quad \Delta_s X' = \varepsilon \rho^{\circ} \alpha v_{\infty}^2 L \int j_s dx$$

Здесь $j_s = \pm (\eta_{\pm}' - v_{s\pm})$, знаки плюс, минус соответствуют верхней и нижней частям отрезка. Интегрирование в (2.6) ведется по проекции на ось x той части поверхности тела, на которой импульс частиц направлен внутрь поверхности.

Вклады импульса падающих на тело частиц в подъемную силу и момент имеют порядок ε^2 и в линейном приближении несущественны.

В качестве примера рассмотрим задачу обтекания пластины под малым углом атаки. Комплексная скорость несущей фазы в случае обтекания пластины имеет вид [7]

$$(2.7) \quad u - iv = -ik\sqrt{z-1}/z$$

Выделяя в (2.7) действительную и мнимую части, решая дифференциальные уравнения для u_s и v_s из (1.5) и используя (2.3), имеем на поверхности пластины

$$(2.8) \quad v_{s-} = k\beta e^{-\beta x} \int_0^{\infty} e^{-\beta t} \sqrt{\frac{1+t}{t}} dt$$

$$\Delta p_- = -\Delta p_+ = \alpha k\beta e^{-\beta x} \int_0^x e^{\beta t} \sqrt{\frac{1-t}{t}} dt$$

Подставляя (2.8) в (2.4), после интегрирования находим дополнительные силы и моменты, действующие на пластину за счет присутствия частиц

$$(2.9) \quad \Delta X' = \theta^2 \rho^{\circ} v_{\infty}^2 \alpha L \pi H_1(\beta)$$

$$\Delta Y' = \rho^{\circ} v_{\infty}^2 \theta \pi L \alpha H_1(\beta)$$

$$\Delta G = -\frac{1}{4} \rho^{\circ} v_{\infty}^2 L^2 \theta \pi \alpha H_2(\beta), \quad \Delta_s X' = \alpha \rho^{\circ} v_{\infty}^2 L \theta H_3(\beta)$$

$$H_1(\beta) = 1 - \Phi(1/2, 2, \beta) e^{-\beta}$$

$$H_2(\beta) = 1 + 2\Phi(1/2, 2, \beta) e^{-\beta} - \frac{4}{\beta} H_1(\beta)$$

$$H_3(\beta) = \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta}) \Phi(1/2, 0, \beta)$$

Здесь Φ — вырожденная гипергеометрическая функция Куммера [8].

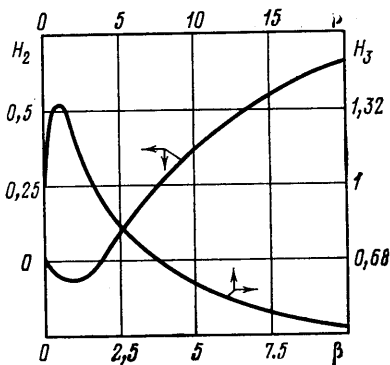
Графики функций $H_1(\beta)$, $H_2(\beta)$, $H_3(\beta)$ представлены на фиг. 1, 2. В случае независимого движения фаз ($\beta=0$) $\Delta X'$ и $\Delta Y'$ равны нулю, $\Delta_s X'$ равна силе сопротивления от параллельного пучка частиц. С уменьшением рассогласования скоростей фаз ($\beta \rightarrow \infty$) имеем асимптотически $H_1 = H_2 = 1$, $H_3 = 0$. В пределе, в случае замороженного движения частиц суммарные момент и подъемная сила совпадают с силой

и моментом, действующими на пластину в однородной жидкости с плотностью $\rho = \rho^0(1+\alpha)$ [7]. Величина ΔG пропорциональна массовой концентрации частиц α (2.9), поэтому в области значений β , для которых $H_2 < 0$ (фиг. 2), суммарный момент при больших α действует в сторону уменьшения угла атаки. При конечных значениях α и β основной вклад в силу сопротивления вносит $\Delta_s X'$, так как $\Delta X'$ имеет второй порядок малости относительно угла атаки.

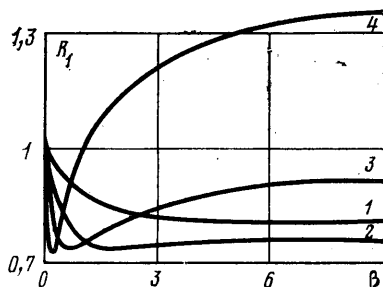
Координата x_0 точки приложения суммарной силы определяется по формуле

$$x_0 = \frac{1}{4} + \frac{\alpha}{4\beta} \frac{4H_1(\beta) - 3\beta\Phi(1/2, 2, \beta)}{1 + \alpha H_1(\beta)}$$

В случае независимого движения фаз ($\beta=0$) и вмороженного движения частиц ($\beta \rightarrow \infty$), как и в однородной жидкости [7], $x_0 = 1/4$. При конечных значениях α и β



Фиг. 2



Фиг. 3

$x_0 > 1/4$, т. е. наличие в потоке частиц приводит к смещению точки приложения суммарной силы в сторону задней кромки.

3. Сверхзвуковое обтекание тонкого профиля¹. При $M > 1$ система уравнений (1.5) является гиперболической. Присоединенная ударная волна в линейном приближении вырождается в слабый разрыв. Вверх по потоку возмущения от тела не распространяются, поэтому в области перед характеристиками положительного направления, выходящими из передней кромки профиля, следует принять соотношение (1.6).

Как и в п. 2, ограничимся определением действующих на тонкий профиль сил и моментов. Введем потенциал скоростей несущей фазы ϕ , полагая

$$\partial\phi/\partial x = u, \quad \partial\phi/\partial y = v - k$$

Применим к (1.5) преобразование Лапласа по x [9]. Для изображения $F(y, \zeta)$ функции $\phi(x, y)$ получаем уравнение

$$(3.1) \quad \partial^2 F / \partial y^2 - \lambda^2 F = 0$$

$$\lambda^2 = \zeta^2 \left[(M^2 - 1) + \frac{\alpha\beta M^2}{\zeta + \beta} \left(1 + \frac{c(\gamma - 1)(\zeta + \alpha\beta + \beta)}{c\zeta + \alpha\beta c + c_p\beta} \right) \right]$$

Здесь ζ — комплексная переменная. Общее решение (3.1) имеет вид

$$(3.2) \quad F(y, \zeta) = C_{\pm}(\zeta) e^{\mp \lambda y}$$

Здесь и далее верхние знаки в формуле соответствуют $y > 0$, нижние — $y < 0$. Функции $C_+(\zeta)$, $C_-(\zeta)$ определяются из дополнительных граничных условий, например условий типа (1.7), заданных на положительной полуоси x . Для определения давления на поверхности тела достаточно условия (1.7).

¹ О постановке аналогичной задачи докладывал Р. Р. Айдагулов на 2-й Всесоюзной школе-семинаре по механике многофазных сред.

Выражение для давления (2.2) на поверхности профиля с использованием (3.2), (1.7) и теоремы о свертке [9] принимает вид

$$p_{\pm} = \pm \int_0^x (\eta_{\pm}'(x-\tau) - k) B(\tau) d\tau \quad (3.3)$$

$$B(x) = L^{-1} \left[\frac{\zeta}{\lambda} \left(1 + \frac{\alpha\beta}{\zeta + \beta} \right) \right]$$

Здесь L^{-1} обозначает операцию обратного преобразования Лапласа.

Заменяя в (2.4)–(2.5) Δp_{\pm} на p_{\pm} из (3.3), можно получить выражения для сил и моментов, действующих на профиль со стороны несущей фазы при обтекании сверхзвуковым потоком.

В качестве иллюстрации изложенного выше метода рассмотрим задачу обтекания пластины сверхзвуковым дисперсным потоком под малым углом атаки. Для простоты выкладок ограничимся случаями $c/c_p=0$ и $c/c_p=1$. Положив в (3.3) $\eta_{\pm}'=0$ и обращая с помощью контурного интегрирования преобразование Лапласа, получаем распределение давления на поверхности пластины

$$p_- = -p_+ = \frac{k}{\sqrt{M^2-1}} \left(\frac{1+\alpha}{\sqrt{1+A}} + \frac{\exp(-\beta x)}{\pi} \int_0^1 \frac{(At-\alpha) \exp(-A\beta t x) dt}{(1+At) \sqrt{t(1-t)}} \right) \quad (3.4)$$

Здесь $A = \alpha M^2 / (M^2 - 1)$ при $c/c_p=0$, $A = \gamma \alpha M^2 / (M^2 - 1)$ при $c/c_p=1$.

Подставив (3.4) в (2.4), (2.5), находим выражения для сил и момента, действующих на пластину со стороны несущей фазы

$$\begin{aligned} X' &= \frac{2\rho^{\circ} v_{\infty}^2 L \theta^2}{\sqrt{M^2-1}} R_1(\alpha, A, \beta), & Y' &= \frac{2\rho^{\circ} v_{\infty}^2 L \theta}{\sqrt{M^2-1}} R_1(\alpha, A, \beta) \\ G &= \frac{\rho^{\circ} v_{\infty}^2 L^2 \theta}{\sqrt{M^2-1}} R_2(\alpha, A, \beta) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Функция R_1 определяется соотношением

$$R_1(\alpha, A, \beta) = \frac{1+\alpha}{\sqrt{1+A}} + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{(At-\alpha) [1 - \exp(-\beta(At+1))] dt}{\beta(1+At)^2 \sqrt{t(1-t)}}$$

Выражение для R_2 слишком громоздко и здесь не приводится.

При фиксированных α и β значения функций R_1 и R_2 для случая $c/c_p=0$ равны соответственно R_1 и R_2 для случая $c/c_p=1$, если выполнено соотношение

$$M_1^2 / (M_1^2 - 1) = \gamma M_2^2 / (M_2^2 - 1) \quad (3.6)$$

Здесь M_1 и M_2 – числа Маха несущей фазы при $c/c_p=0$ и $c/c_p=1$.

В случаях малой массовой концентрации частиц $\alpha=0$ и независимого движения фаз ($\alpha \neq 0, \beta=0$) имеем $R_1=1, R_2=0$ и формулы (3.5) совпадают с формулами Аккерета [10] для сил и момента, действующих на пластину в чистом газе. С уменьшением рассогласования скоростей и температур фаз ($\beta \rightarrow \infty$) имеем асимптотически

$$R_1 = (1+\alpha) / \sqrt{1+A}, \quad R_2 = 0 \quad (3.7)$$

и формулы (3.5) совпадают с формулами Аккерета в однородном газе с увеличенной плотностью $\rho = \rho^{\circ}(1+\alpha)$ и теплоемкостями, измененными за счет присутствия частиц [2].

Из (3.7) видно, что в диапазоне параметров

$$A > \alpha^2 + 2\alpha \quad (3.8)$$

в случае вмерзшего движения частиц волновое сопротивление и подъемная сила пластины (3.5) меньше соответствующих значений сил в чистом газе. Условие (3.8) выполнено для случая $c/c_p=0$ при

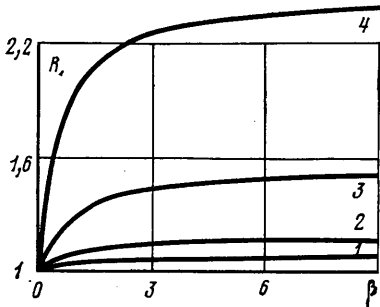
$$M^2 < 2, \quad 0 < \alpha < M^2 / (M^2 - 1) - 2$$

для случая $c/c_p=1$ — при значениях

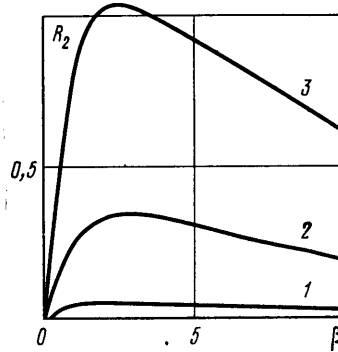
$$M^2 < 2/(2-\gamma), \quad 0 < \alpha < \gamma M^2 / (M^2 - 1) - 2$$

На фиг. 3–4 представлены результаты численных расчетов зависимости R_1 от β для $c/c_p=0$ при значениях $M=1,1$ и $M=1,5$ (фиг. 3 и 4 соответственно). Цифрами 1–4 отмечены графики R_1 при значениях массовой концентрации частиц $\alpha=0,25$; 1; 3; 10. Видно, что зависимость R_1 от β при $M^2 < 2$ (фиг. 3) в отличие от случая $M^2 > 2$ (фиг. 4) имеет существенно немонотонный характер.

На фиг. 5 представлены результаты численных расчетов R_2 как функции β для $c/c_p=0$ при $M=1,5$ и значениях $\alpha=0,5$; 3; 10 (кривые 1–3 соответственно). При других значениях числа Маха качественная зависимость R_2 от β аналогична. В боль-



Фиг. 4



Фиг. 5

шом диапазоне определяющих параметров (исключая очень малые значения α и β) $R_2 > 0$, т. е. суммарный момент сил, приложенных к пластине, действует в сторону уменьшения угла атаки.

Численные результаты, представленные на фиг. 3–5, справедливы для случая $c/c_p=1$ при соответствующих числах Маха, определяемых из условия (3.6).

Вклад в силу сопротивления со стороны падающих на пластину частиц имеет вид

$$\Delta_s X' = \rho^0 v_\infty^2 \theta \alpha (1 - e^{-\beta}) / \beta$$

При конечных значениях α и β величина $\Delta_s X'$ является основной составляющей суммарной силы сопротивления, так как волновое сопротивление (3.5) имеет второй порядок малости относительно угла атаки.

Рассмотренным выше методом могут быть найдены силы и моменты, действующие на тонкие тела с достаточно простой формой границы. Заметим, что соотношение (3.4) при $k=1$ определяет распределение давления на клине с углом раствора 2ϵ , обтекаемом под нулевым углом атаки.

Изложенный метод может быть обобщен на случай полидисперсной смеси, когда в потоке находится n различных континуумов частиц, отличающихся по размеру и физической плотности. Если объемная концентрация частиц настолько мала, что влиянием различных континуумов частиц друг на друга можно пренебречь, то в случае несжимаемой несущей фазы (п. 2) вклад каждого из континуумов частиц в силы и моменты, действующие на профиль, может быть учтен линейно. Например, при вычислении сил и момента, действующих на пластину в потоке полидисперсной смеси, достаточно просуммировать выражения (2.9) по числу континуумов частиц с соответствующими значениями α_n и β_n .

В заключение автор благодарит В. П. Стулова за внимание к работе и полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1979. 336 с.
2. Марбл Ф. Динамика запыленных газов. — В кн.: Механика, 1971, № 6, с. 48.
3. Разматуллин Х. А., Мамадалиев Н. А. Двухскоростная теория обтекания тонкого профиля. — ПМТФ, 1969, № 4, с. 32.

4. Ткаленко Р. А. К линейной теории сверхзвуковых течений смеси газа и частиц.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 1, с. 109.
5. Осипцов А. Н. О структуре ламинарного пограничного слоя дисперсной смеси на плоской пластине.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 4, с. 48.
6. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. 2-е изд. испр. и доп. М.: Наука, 1966. 448 с.
7. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Физматгиз, 1963. 583 с.
8. Абрамовиц М. А., Липман Д., Мак Нииш А. и др. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с.
9. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. 4-е изд. испр. и доп. М.: Наука, 1973. 736 с.
10. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Физматгиз, 1963. 727 с.

Москва

Поступила в редакцию
29.V.1980

УДК 532.54

ТЕЧЕНИЕ ГАЗА В ПОВОРОТНОМ КАНАЛЕ

СЕНЦ В. А.

Сведения о гидравлических потерях при течении жидкости в поворотных каналах различной формы приведены в многочисленных руководствах [1-3]. Однако исследование структуры течения, его особенностей, формы изменения скоростных и температурных профилей в различных сечениях канала, изменения локальных тепловых потоков представляет собой новую задачу высокотемпературной газовой динамики.

Ниже представлены результаты экспериментальных исследований течения газа (воздуха) в криволинейном цилиндрическом канале. С помощью холодных продувок прозрачной модели получены картины пристеночных линий тока и зоны отрыва. При исследовании течения высокотемпературного газа с использованием в качестве источника тепловой энергии электродугового подогревателя измерены профили полного давления и температуры торможения в различных сечениях канала. Показано, что деформация профилей при течении горячего газа за поворотным каналом заканчивается быстрее, чем у холодного. Распределение тепловых потоков имеет существенную особенность. За поворотным каналом тепловой поток резко возрастает.

При движении газа в криволинейном цилиндрическом канале возникают специфические явления. В связи с тем что частицы газа движутся по криволинейным траекториям, давление на внешней (вогнутой) и внутренней (выпуклой) образующих стенок канала оказывается разным и различно меняется в направлении движения. Это приводит к возникновению вторичного течения, которое в середине трубы направлено к внешнему закруглению, т. е. наружу, а около стенок трубы — к внутреннему закруглению, т. е. к центру кривизны [1, 2].

Для лучшего понимания картины течения в элементах с поворотным каналом была проведена серия экспериментов с прозрачным каналом на холодном воздухе ($T=300$ К). Цилиндрические прямолинейные участки до и после поворота составляли длину $L=5d$ ($d=4$ см). На входе в модель для сглаживания возмущений устанавливался участок с профилем «лемниската».

Эксперименты проводились в широком диапазоне расходов (100–250 г/с), что соответствовало числам Рейнольдса $Re=2 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^5$. Для визуализации пристеночных линий тока применялся специальный красящий состав (типографская краска + трансформаторное масло), который наносился с помощью кисти на кромку лемнискаты.

На фиг. 1 представлена картина пристеночных линий тока. Искривление линий тока начинается непосредственно в начале поворота. Большая часть линий тока, искривляясь по поверхности поворотного канала, сходится в зоне, где заканчивается поворот. Эта картина течения была постоянна в указанных пределах чисел Re . В зоне сгущения линий тока, на внутренней поверхности малого радиуса образуются два встречных вихря. Вращение вихрей вдоль образующей радиуса $R_1=1$ см направлено навстречу движению потока. За поворотным участком возникает вто-