

УДК 532.5.001

## ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ НА ОСТАТОЧНУЮ ГАЗОНАСЫЩЕННОСТЬ ПРИ КАПИЛЛЯРНОМ ВПИТЫВАНИИ ЖИДКОСТИ

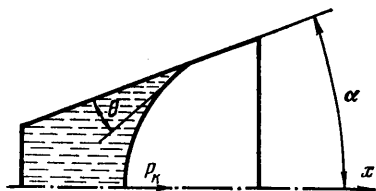
ПАНФИЛОВ М. Б.

На основе модели пористой среды, состоящей из ветвящихся случайным образом конических пор, исследуется квазистатическое вытеснение газа смачивающей жидкостью без подведения внешнего давления. Учитывается, что при капиллярной пропитке все поры обладают хотя бы односторонней проницаемостью для жидкой фазы. Получено выражение, связывающее остаточную газонасыщенность с параметрами, характеризующими структуру пор и смачивающих свойств системы. Введены две новые характеристики порового пространства: параметр разветвленности и угол раскрытия пор, исследовано их влияние на величину остаточного насыщения. Показано, что для отдельных классов естественных сред остаточная газонасыщенность зависит только от пористости и краевого угла смачивания.

Вопрос о том, как структура порового пространства влияет на величину защемленного объема газа при вытеснении его жидкостью из пористой среды, решался до сих пор экспериментальными методами [1—5]. Полученные при этом корреляции нельзя признать удовлетворительными, так как они подчас противоречат друг другу. В теоретических работах [6—8] изучался процесс квазистатического нагнетания несмачивающей жидкости, при наличии смачивания построенные модели дают тривиальный результат: полное заполнение среды вытесняющей фазой.

Цель данной работы — выделить систему структурных параметров пористых сред, влияющих на остаточную газонасыщенность при капиллярном впитывании жидкости, и оценить их влияние качественно.

**1. Модель отдельной поры.** Считаем, что поровое пространство представляет собой систему каналов, изначально заполненных газом, каждый из которых является непрерывной последовательностью геометрически подобных секций. Эти секции назовем порами. С левой стороны подводится смачивающая жидкость.



Фиг. 1

Защемление целиков газа обуславливается наличием пор, не проницаемых для жидкости. Таковыми являются резко раскрывающиеся секции, следовательно, модель отдельной поры должна отражать непостоянство ее поперечного сечения. Подчеркнем, что такое усложнение формы пор по сравнению с привычной цилиндрической является принципиально необходимым при рассмотрении впитывания смачивающей жидкости. На фиг. 1 изображена принятая модель поры в виде усеченного конуса вращения.

Для характеристики пор вводятся две независимые случайные величины: средний радиус секции  $r$  и угол раствора  $\alpha$  с плотностями распределения  $\varphi(r)$  и  $\psi(\alpha)$  соответственно

$$(1.1) \quad \int_0^{\infty} \varphi(r) dr = 1; \quad \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \psi(\alpha) d\alpha = 1$$

Угол  $\alpha$  считается отрицательным для сужающихся пор.

Из условия равновесия мениска в канале с переменным радиусом сечения  $R=R(x)$

$$(1.2) \quad P_k = \sigma r^{-1} (\cos \theta - R_x' \sin \theta) [1 + (R_x')^2]^{-1/2}; \quad R_x' = dR/dx$$

можно получить условие впитывания жидкости в пору при подходе слева

$$(1.3) \quad P_k > 0, \quad -\pi/2 < \alpha < \pi/2 - \theta$$

здесь  $P_k$  — капиллярное давление,  $\sigma$  — поверхностное натяжение,  $\theta$  — краевой угол смачивания ( $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ).

Следует учесть, что абсолютно непроницаемых пор нет вообще, так как пора, не проницаемая слева, оказывается проницаемой справа, а на больших расстояниях от входного сечения оба направления заполнения равновероятны. Поэтому все множество пор удобно разбить на три класса:

$K_1$  — «чисто левые поры» — проницаемы только слева ( $-\pi/2 < \alpha < -[\pi/2 - \theta]$ ),

$K_2$  — «чисто правые поры» — проницаемы только справа ( $\pi/2 - \theta < \alpha < \pi/2$ ),

$K_3$  — «двусторонние поры» — проницаемы с обеих сторон ( $-[\pi/2 - \theta] < \alpha < \pi/2 - \theta$ ).

Доля пор каждого класса

$$(1.4) \quad \eta_1 = \int_{-\pi/2}^{-(\pi/2-\theta)} \psi(\alpha) d\alpha; \quad \eta_2 = \int_{\pi/2-\theta}^{\pi/2} \psi(\alpha) d\alpha; \quad \eta_3 = \int_{-(\pi/2-\theta)}^{\pi/2-\theta} \psi(\alpha) d\alpha$$

В дальнейшем понадобятся еще два подмножества: левых пор (все поры, проницаемые слева) —  $K_{13} = K_1 \cap K_3$ , и правых пор —  $K_{23} = K_2 \cap K_3$ . Далее индексы указывают на принадлежность рассматриваемой величины к соответствующему подмножеству пор.

**2. Модель порового пространства в целом.** Возможность внедрения жидкости на значительные расстояния обеспечивается разветвлениями поровых каналов, по которым вытесняющая фаза может обходить непроницаемые участки. Аналогично [7] считаем, что процесс ветвлений отдельного канала является случайным процессом марковского типа, а вероятность ветвления на бесконечно малой длине  $dx$  пропорциональна самой длине. Такие предпосылки приводят к пуассоновскому распределению вероятностей событий, происходящих с порами.

События будем изображать графически с помощью обозначений, приведенных в левом столбце фиг. 2: 1 — чисто левая пора, 2 — чисто правая, 3 — левая, 4 — правая, 5 — двусторонняя, 6 (7) — ветвление на левую (правую) пору.

В правом столбце фиг. 2 представлены основные структурные элементы модели порового пространства. Для облегчения восприятия графиков изображен случай, когда в среде отсутствуют двусторонние поры. Расшифруем события, происходящие с левой порой «а»: А, В — ветвление на левую (слияние и раздвоение), С, D — ветвление на правую, Е, F — переход левой в правую, G — отсутствие ветвлений и переходов. Аналогичные графики могут быть составлены для любого класса пор.

Положим, что вероятность ветвления поры на левую (правую) на длине  $dx$  равна  $\nu dx$ , на двустороннюю —  $\mu dx$ , а вероятность перехода левой в чисто правую —  $2\lambda dx$ . Заметим, что вероятности графиков 6 и 7, эквивалентных соответственно событиям А+В и С+D, равны  $\nu dx$ . Тогда вероятности графиков А—F составляют последовательно:  $(\nu/3) dx$ ,  $2/3 \nu dx$ ,  $1/2 \nu dx$ ,  $1/2 \nu dx$ ,  $\lambda dx$ ,  $\lambda dx$ .

**3. Расчет вероятности заполнения пор жидкостью.** Остаточная газонасыщенность есть доля пор, не заполненных жидкостью, или вероятность незаполнения жидкостью произвольной поры. Обозначим события:

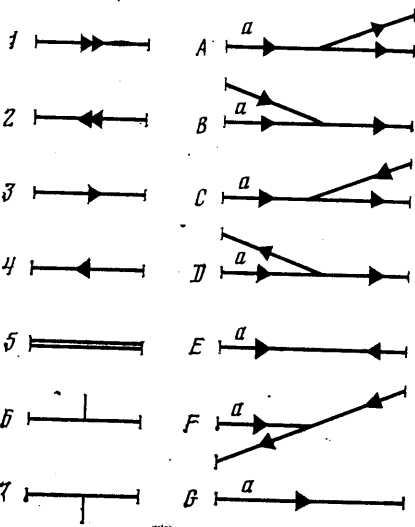
$M = \{\text{заполнение жидкостью произвольной поры}\}$

$M_i = \{\text{заполнение жидкостью поры } i\text{-го класса}\}$ .

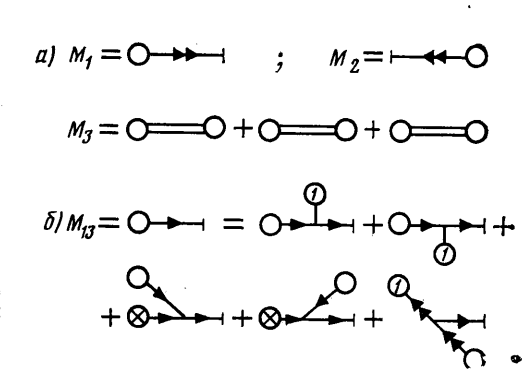
Тогда:

$$(3.1) \quad S = 1 - p(M); \quad p(M) = \sum_{i=1}^3 p_i \eta_i; \quad p_i \equiv p(M_i)$$

Для заполнения поры необходимо, чтобы жидкость могла подойти к ее концу, т. е. пора должна примыкать к единой системе заполняемых пор (ЕС). Примыкание к ЕС обозначается кружком, непримыкание — зачеркнутым кружком. События  $M_i$  эквивалентны графикам, представленным на фиг. 3, а. Поэтому чисто левая (чисто правая) пора заполнится, если она примыкает к ЕС слева (справа), а двусторонняя пора может примыкать любым концом.



Фиг. 2



Фиг. 3

Расчет вероятностей  $p_i$  этих событий можно провести по общей методике [8], однако наличие двусторонних пор чрезвычайно загромождает выкладки. В целях получения простого аналитического решения было введено допущение: вероятность заполнения чисто левой (чисто правой) поры приблизительно равна вероятности заполнения левой (правой) поры

$$(3.2) \quad p_1 \approx p_{13}, \quad p_2 \approx p_{23}$$

Можно показать, что (3.2) переходит в точное равенство в случаях  $\theta \rightarrow 0$  и  $\theta \rightarrow \pi/2$ . Таким образом, анализ задачи ограничивается рассмотрением очень хорошо и очень плохо смачивающих жидкостей. Однако для промежуточных значений  $\theta$  решения будут отличаться только численно, но не качественно.

Рассчитаем  $p_{13}$ . Возможные способы осуществления события  $M_{13}$  изображены на фиг. 3, б, где кружок с единицей означает достоверное событие. Смысл уравнения в следующем: если одна из ветвей, предшествующих рассматриваемой поре, примыкает к ЕС, то неважно, что происходит с другой ветвью; если же одна ветвь не примыкает к ЕС, то вторая должна примыкать и образовывать узел слияния. Стрелки одновременно указывают

возможные направления заполнения. На бесконечном удалении от входа в пористое тело все рассматриваемые события и их вероятности не зависят от координаты, а такое событие, как непосредственный выход на поверхность входного сечения без ветвлений и переходов бесконечно удаленной поры, оказывается невозможным, поэтому не фигурирует в уравнении на фиг. 3.

Из свойств пуассоновского распределения следует, что если событие  $T$  из потока с плотностью  $\omega$  имеет вероятность  $\gamma dx$  на малой длине  $dx$ , то вероятность появления  $T$  на конце поры (фактически — в интервале  $dx$  на конце поры) произвольной длины  $x \in (0, \infty)$  равна  $\gamma/\omega$  [8]. Отдельные ветви считаются независимыми. Первые два графика в уравнении на фиг. 3, б совместны, поэтому для вероятностей имеем

$$(3.3) \quad p_{13} = (2\nu - \mu) \omega^{-1} p_{13} + \nu (3\omega)^{-1} p_{13} (1 - p_{13}) + \\ + \nu (2\omega)^{-1} p_{23} (1 - p_{23}) + \lambda \omega^{-1} p_2; \quad \omega = 2\nu + 2\lambda - \mu$$

Кроме того, из условий симметрии  $p_1 = p_2$  и  $p_{13} = p_{23}$ . Поэтому с учетом (3.2) получаем

$$(3.4) \quad p_1 = 1 - \frac{6}{5} \lambda \nu^{-1}$$

Вероятность  $p_3$  находится из системы

$$(3.5) \quad p_3 = 2p_3^* (1 - p_3^*) + (p_3^*)^2, \quad p_{13} (\eta_1 + \eta_3) = p_1 \eta_1 + p_3^* \eta_3$$

для замыкания которой надо добавить соотношение (3.2). Здесь  $p_3^*$  — вероятность того, что двусторонняя пора примыкает в ЕС одним концом при произвольном событии на втором конце. Первое уравнение в (3.5) следует из уравнения для события  $M_3$  на фиг. 3, второе — формула полной вероятности. При точном решении вместо (3.2) надо строить уравнения, аналогичные (3.3). Окончательно получаем

$$(3.6) \quad p_3 = 2p_1 - p_1^2$$

Параметр  $\nu$  есть среднее число левых ветвлений на единице длины одного канала,  $1/\lambda$  — среднее расстояние между соседними узлами перехода. Допуская, что объем и поверхность конической поры можно вычислить, аппроксимировав ее цилиндром, а длина ее равна среднему диаметру, получим по аналогии с [8]

$$(3.7) \quad \nu = 2m\eta \langle r \rangle \langle r^2 \rangle^{-1}, \quad \lambda = (1 - \eta) [\eta (1 + \eta) \langle r \rangle]^{-1}$$

где  $m$  — пористость,  $\eta$  — доля пор, проникаемых в одном направлении:

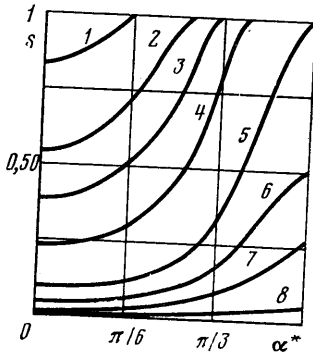
$$(3.8) \quad \eta = \int_{-\pi/2}^{\pi/2 - \theta} \psi(\alpha) d\alpha; \quad \langle r^n \rangle = \int_0^{\infty} \varphi(r) r^n dr \quad (n=1; 2)$$

Подставляя (3.7), (3.6), (3.4) в (3.1), находим

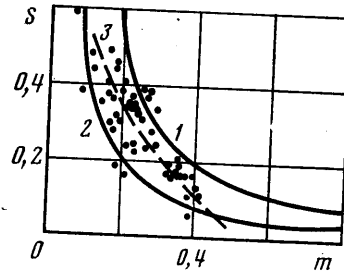
$$(3.9) \quad S = \frac{2^4}{5} (1 - \eta)^2 [\kappa \eta (1 + \eta)]^{-1} \left\{ \frac{6}{5} (2\eta - 1) [\kappa \eta (1 + \eta)]^{-1} + 1 \right\}; \\ \kappa = 4m \langle r \rangle^2 \langle r^2 \rangle^{-1}$$

Здесь параметр разветвленности  $\kappa$  (аналог параметра Фатта [9, 10] для сетевых моделей) равен отношению средней площади боковой поверхности поры, занятой ответвлениями, к средней площади поперечного сечения канала и характеризует число ветвей на участке канала длиной, равной среднему диаметру участка.

4. **Обсуждение результатов.** На фиг. 4 кривым 1—8 соответствуют значения  $\kappa=0,04; 0,08; 0,12; 0,16; 0,2; 0,4; 0,6; 2,0$ . Из фигуры видно, что на величину  $S$  существенное влияние оказывает закон распределения углов раскрытия конических секций. Для иллюстрации принято трапецидальное распределение углов  $\alpha$  с параметром  $\alpha^*$ , соответствующим угловой точке функции  $\psi(\alpha)$ . При  $\alpha^* \rightarrow 0$   $\psi(\alpha)$  вырождается в треугольник, при  $\alpha^* \rightarrow \pi/2$  получаем закон равномерной плотности. Остаточная газонасы-



Фиг. 4



Фиг. 5

щенность может меняться от 0,1 до 1. Причину таких колебаний легко объяснить, если учесть, что эти два случая различаются соответственно малым и большим содержанием резко раскрывающихся пор, которые способствуют заземлению газа.

Величина  $\langle r \rangle$  практически не влияет на  $S$  для сред с малым разбросом радиусов пор, что, вообще говоря, согласуется с экспериментами [1, 4], где показано, что  $S$  и  $\langle r \rangle$  не коррелируются. Однако по пересчитанным данным работы [11] дисперсия распределения радиусов пор в естественных пористых средах достаточно велика ( $\langle r \rangle^2 \langle r^2 \rangle^{-1} \approx 0,4-0,8$ ), поэтому результатам упомянутых экспериментов следует искать иное объяснение. Как будет показано ниже, оно может заключаться в специфическом законе распределения размеров пор.

Влияние пористости и параметра разветвленности (фиг. 5) качественно идентично, так как эти величины пропорциональны. Для сравнения приведены опытные точки из работы [3] и построенная по ним корреляционная зависимость «3» («1» —  $\theta = \pi/6$ ; «2» —  $\theta = \pi/9$ ).

Отметим, что даже хорошо смачивающая порода жидкость не может проникнуть в слабо ветвящуюся среду при

$$(4.1) \quad \kappa <^{12}/_3 (1-\eta) [\eta(1+\eta)]^{-1}$$

и наоборот, плохо смачивающая жидкость, у которой

$$(4.2) \quad \theta >^{1}/_2 \pi \kappa_*^{-1} [\kappa_* - 1 + (\kappa_*^2 + 6\kappa_* + 1)^{1/2}], \quad \kappa_* = ^5/_12 \kappa$$

не может проникнуть в сильно ветвящиеся среды.

5. **Сокращение системы параметров для зернистых сред.** Для сред из зерен со случайной упаковкой, например песков, трудно выделить какой-либо предпочтительный угол раскрытия пор, поэтому распределение  $\psi(\alpha)$  можно считать равномерным. В этом случае в формуле (3.9) следует положить

$$(5.1) \quad \eta = 1 - \theta/\pi$$

Заметим, что в конечных формулах не фигурирует такая величина, как  $\cos \theta$ , часто вводимая в число определяющих параметров при экспериментальных исследованиях [2].

Если полагать, что частицы породы образуют случайное пуассоновское поле точек с плотностью  $\tau$ , то, как показано в [12], распределение радиусов пустот подчиняется однопараметрическому закону Релея:

$$(5.2) \quad \varphi(r) = 2\pi\tau \exp(-\pi\tau r^2)$$

Тогда отношение  $\langle r \rangle^2 / \langle r^2 \rangle^{-1}$  постоянно и параметр разветвленности зависит только от пористости:

$$(5.3) \quad \kappa = \pi\tau$$

Из соотношений (5.1), (5.3), (3.9) следует, что остаточная насыщенность оказывается функцией только двух переменных: пористости и краевого угла. Как известно, в большинстве экспериментов по вытеснению газа водой обнаружено превалирующее влияние пористости и несущественная роль проницаемости и радиуса пор, что согласуется с результатами данной работы. Разброс экспериментальных точек, например на фиг. 5, можно объяснить неучитываемыми вариациями краевого угла смачивания.

Зависимость (3.9) с учетом (5.1), (5.3) можно использовать для определения характеристик смачивания заданной системы «пористая среда — жидкость» при известной пористости.

Подчеркнем, что полученные закономерности распространяются только на процесс капиллярного вытеснения. В случае нагнетания смачивающей жидкости под давлением условие впитывания будет накладываться уже не только на угол  $\alpha$  (1.3), но и на радиусы пор. В результате все воды могут существенно измениться.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Булавинов Л. Б. Исследование капиллярного вытеснения газа водой из естественных песчаников.— Новости нефт. и газ. техн. Сер. Газовое дело, 1966, № 7.
2. Маргос В. Н. О возможности заводнения газоконденсаторных пластов.— В кн.: Вопросы нелинейной фильтрации и нефтегазоотдачи при разработке нефтяных и газовых месторождений. М., 1972.
3. Ширковский А. И. Новые методы расчета газонасыщенности, газоотдачи, начальных запасов газа и испарения связанной воды при разработке газовых залежей и подземном хранении газа. М.: 1967 (ВНИИЭГазпром).
4. Chierici G. L., Pizzi G., Ciucci G. M. Water drive gas reservoirs: uncertainty in reserves evaluation from past history.— J. Petrol. Technol., 1967, No. 2, p. 238—244.
5. Stoian E., Telford A. S. Determination of natural gas recovery factors. J. Canad. Petroleum Technology, 1966, v. 5, No. 3.
6. Ксенжек О. С. Капиллярное равновесие в пористых средах с пересекающимися порами.— Ж. физ. химии, 1963, т. 37, № 6.
7. Маркин В. С. О капиллярном равновесии в модели пористого тела с пересекающимися порами переменного сечения.— Докл. АН СССР, 1963, т. 151, № 3.
8. Чизмаджев Ю. А., Маркин В. С., Тарасевич М. Р., Чирков Ю. Г. Макрокинетика процессов в пористых средах (топливные элементы). М.: Наука, 1971.
9. Вайнер М. И. О влиянии статистического критерия подобия микроструктуры пористых сред на характеристики течения двухфазной жидкости в области автомодельности по критерию  $\tau_1$ .— Научно-техн. сб. по добыче нефти. Всес. нефтегаз. н.-и. ин-т, 1964, вып. 25.
10. Fatt J. The network model of porous media.— Trans. AIME, 1956, v. 207, p. 147.
11. Богомолова А. Ф., Орлова Н. А. Количественная характеристика структуры порового пространства.— ПМТФ, 1961, № 4.
12. Коротков Р. П. Статистическая теория фильтрации.— Сб. науч. тр. Харьковского ин-та механизации и электрификации сельск. хоз., 1971, т. 1—2, вып. 18—19.

Москва

Поступила в редакцию  
4.1.1980