

УДК 532.546

ФИЛЬТРАЦИЯ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В ПОЛЗУЧИХ СРЕДАХ

АМЕТОВ И. М., БАСНИЕВ К. С.

При фильтрации жидкости или газа в пористых (или трещиноватых, трещиновато-пористых) средах существенное влияние на характеристики течения оказывают деформации горных пород. Экспериментальному исследованию деформационных свойств нефтегазосодержащих пластов в связи с фильтрацией в них жидкостей и газов посвящено большое число работ (см. список цитируемой литературы в [1]). Методы расчетов фильтрационных течений в деформируемых пластах при упругом, упругопластическом и пластическом режимах обобщены в работе [2].

Развитая в этих исследованиях теория исходит из предположения о мгновенной связи между деформациями и напряжениями, возникающими в горных породах. В то же время известно, что деформации горных пород имеют релаксационный характер. Это подтверждается экспериментальными исследованиями [3-5], в которых приводятся результаты изучения зависимости деформаций от времени для различных пород. Время релаксации в экспериментах изменялось в широких пределах (от нескольких часов до нескольких лет).

Анализ разработки конкретных месторождений показывает, что в ряде случаев обнаруживается несоответствие наблюдаемых показателей с расчетными данными. Так, например, по результатам газодинамических исследований скважин Оренбургского и Вуктыльского месторождений природного газа времена стабилизации давлений часто достигают десяти и более суток, а иногда даже и нескольких месяцев. Эти величины значительно превышают расчетные времена, определенные по формулам теории упругого режима фильтрации. Приведенные факты свидетельствуют о необходимости учета в расчетах фильтрационных течений запаздывающего характера происходящих при этом деформаций пород.

1. Зависимость фильтрационных параметров пород от нагрузки. Рассмотрим основные соотношения, описывающие изменение фильтрационных параметров пород-коллекторов в зависимости от нагрузки. В соответствии с [2] предполагаем, что зависимость между параметрами среды и действующими напряжениями является линейной. Для учета объемной ползучести горных пород по аналогии с методами теории ползучести [7] можно записать

$$(1.1) \quad k = k_0 [1 + F_1 * (p - p_0)]; \quad m = m_0 [1 + F_2 * (p - p_0)]$$

$$F_i * u = \int_0^t F_i(t - \tau) u(\tau) d\tau, \quad i = 1, 2$$

Здесь F_1, F_2 — ядра ползучести, являющиеся характеристиками горной породы; p — внутривязкое давление; p_0 — некоторое значение пластового давления, принятое за начало отсчета. Соотношения (1.1) являются естественным обобщением известной модели в теории фильтрации с мгновенной связью между деформациями и напряжениями для проницаемости k и пористости m [2] и записаны для случая, когда пластическими деформациями можно пренебречь. Вид функций $F_1(t), F_2(t)$ должен определяться из экспериментов.

2. Основные уравнения теории фильтрации. В предположении о справедливости закона Дарси для капельной жидкости при $\rho = \rho_0 [1 + \beta(p - p_0)]$ уравнение фильтрации сжимаемой жидкости в ползучей среде будет иметь вид

$$(2.1) \quad \frac{k_0}{\mu} \operatorname{div} \{ [1 + F_1 * (p - p_0)] \nabla p \} = m_0 \frac{\partial}{\partial t} \{ [1 + \beta(p - p_0)] [1 + F_2 * (p - p_0)] \}$$

Здесь μ — вязкость жидкости, ρ — плотность.

Учитывая, что в реальном диапазоне изменения внутривязкого давления относительные деформации пород малы, пренебрегая величинами второго порядка малости, из уравнения (2.1) получаем

$$(2.2) \quad \operatorname{div} \{ [1 + F_1 * (p - p_0)] \nabla p \} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{\kappa_1 \beta} \frac{\partial}{\partial t} [F_2 * (p - p_0)]$$

$$\kappa_1 = k_0 m_0^{-1} \beta^{-1} \mu^{-1}; \quad \kappa = k_0 m_0^{-1} \mu^{-1}$$

Рассмотрим частные случаи уравнения (2.2). Для расчетов стабилизации фильтрационного потока существенное значение имеет изменение проницаемости от

давления, тогда как изменением пористости практически можно пренебречь. При этих условиях в уравнении (2.2) следует положить $F_2=0$.

Для расчетов изменения давления при прекращении фильтрации существенным становится изменение пористости. Уравнение для этого случая получается из (2.2) при $F_1=0$.

Рассмотрим теперь фильтрацию идеального газа, уравнение состояния которого $\rho=cr$. Аналогично уравнению (2.2) получаем

$$(2.3) \quad \operatorname{div} \{ [1 + F_1 * (p - p_0)] p \nabla p \} = m_0 \mu k_0^{-1} (\partial p / \partial t) \{ 1 + F_2 * (p - p_0) \}$$

Предположим, что решения уравнения (2.3) близки к решению следующего линейного (относительно квадрата давления) уравнения:

$$\operatorname{div} \{ [1 + p_0^{-1} (F_1 * (p^2 - p_0^2))] \nabla p^2 \} = \frac{1}{\kappa_2} \frac{\partial p^2}{\partial t} + \frac{2p_0}{\kappa_2} \frac{\partial}{\partial t} [F_2 * (p^2 - p_0^2)]$$

$$\kappa_2 = k_0 p_0 (m_0 \mu)^{-1}, \quad \mu = \text{const}$$

При стабилизации расхода процесс фильтрации газа определяется уравнением (2.3) при $F_2=0$.

В случае изменения давления при прекращении фильтрации газа в уравнении (2.4) следует положить $F_1=0$.

Граничные условия для уравнений типа (2.2)–(2.4) формулируются обычным образом. При формулировке начальных условий следует учитывать исходное распределение давления, так как в соотношениях (1.1) за исходное принято фиксированное значение внутрипорового давления. Например, при пуске скважины начальное условие записывается в виде $p=p_0$ при $t=0$, а уравнения (2.2)–(2.4) сохраняют свой вид.

В общем случае, когда начальное распределение давления отлично от p_0 , соотношения (1.1) следует несколько видоизменить.

При этом характер изменения давления и расхода при повышении и понижении внутрипорового давления оказывается различным.

3. Частные решения и сравнение с экспериментом. Рассмотрим задачу о пуске скважины с постоянным расходом в осесимметричном случае. Радиус скважины обозначим R_c , радиус пласта — R .

Предположим, что функции $F_i(t)$ в уравнении (2.2) имеют вид

$$(3.1) \quad F_1(t) = k_1 \exp(-\gamma_1 t), \quad F_2 = 0$$

Уравнение (1.1), (2.2), (3.1) решается при условиях

$$(3.2) \quad \begin{aligned} t=0, \quad p=p_0=0, \quad r=R, \quad p=0 \\ r=R_c, \quad r(\partial p / \partial r) = \mu Q (2\pi k_0 h)^{-1} = q_0 \end{aligned}$$

Для качественного анализа процесса используем метод осреднения по пространственной переменной [2], а именно положим, что

$$(3.3) \quad \partial p / \partial t = \partial \langle p \rangle / \partial t = \varphi(t); \quad k(t) \approx k_0 [1 + F_1 * \langle p \rangle]$$

$$\langle p(t) \rangle = \frac{2}{R^2 - R_c^2} \int_{R_c}^R r p(r, t) dr$$

Тогда вместо уравнений (1.1), (2.2); (3.1) получаем следующее:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\varphi(t) k_0}{\kappa_1 k(t)} = f(t)$$

Интегрируя это уравнение и используя условия (3.2) с учетом $R_c \ll R$, находим

$$(3.4) \quad p(r, t) = \frac{f(t)(r^2 - R^2)}{4} + \left(q_0 - \frac{f(t) R_c^2}{2} \right) \ln \frac{r}{R}; \quad \langle p \rangle = \frac{f(t) R^2}{8} - \frac{q_0}{2}$$

Используя соотношения (3.3), получаем уравнение

$$(3.5) \quad -R^2 f' = 8 \kappa_1 k(t) f; \quad f(0) = -4 q_0 R^{-2}$$

Здесь начальное условие при $t=0$ для функции f получено из начального условия «в среднем» $\langle p(0) \rangle = 0$.

Для решения уравнения (3.5) поступим следующим образом. Так как величина осредненного давления $p(t)$ изменяется от нуля до $q_0/2$, положим в (3.3) $\langle p(t) \rangle = -q_0/4$. Тогда будем иметь

$$k(t) = k_0 [1 - 1/4 q_0 K_1 (1 - \exp(-\gamma_1 t))]$$

Подставляя выражение для $K(t)$ в уравнение (3.5) и интегрируя, определяем давление на скважине

$$(3.6) \quad p(R_c, t) = -\frac{q_0}{2} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{8\kappa_1}{R^2} \left(\left(1 - \frac{q_0 k}{4\gamma_1} \right) t + \frac{q_0 k}{4\gamma^2} (1 - \exp(-\gamma_1 t)) \right) \right] \right\}$$

При небольших значениях времени t из (3.6) получаем

$$p(R_c, t) \approx -\frac{1}{2} q_0 [1 - \exp(-8\kappa_1 R^{-2} t)]$$

что совпадает с формулами для упругого режима фильтрации с характерным временем $T = R^2/8\kappa$.

При больших t будем иметь

$$p(R_c, t) \approx -\frac{q_0}{2} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{8\kappa_1}{R^2} \left(\left(1 - \frac{q_0 k_0}{4\gamma_1} \right) t + \frac{q_0 k_1}{4\gamma^2} \right) \right] \right\}$$

$$T_2 = R_2 \{ 8\kappa [1 - q_0 k_1 (4\gamma_1)^{-1}] \}^{-1} > T_1$$

Характерное время этого процесса T_2 определяется не только параметрами системы R_1 ; κ_1 ; k_1 ; γ_1 , но и расходом q_0 . С увеличением расхода время стабилизации давления возрастает.

При исследовании фильтрации природных газов характерной является задача о восстановлении давления в скважине, работавшей до остановки с постоянным расходом. Решение этой задачи используется для определения фильтрационных параметров пластов. Положим, что ядра $F_i(t)$ имеют вид

$$(3.7) \quad F_2(t) = m_1 \exp(-\gamma_2 t), \quad F_1 = 0$$

где $m_1 > 0$ — некоторый параметр, γ_2^{-1} — время релаксации породы.

Для расчета восстановления давления необходимо решить уравнение (2.4), которое с учетом (3.7) принимает вид

$$(3.8) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = \frac{1}{\kappa_2} \frac{\partial p^2}{\partial t} + \frac{2p_0 m_1}{\kappa_2} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \exp(-\gamma_2(t-\tau)) (p^2 - p_0^2) d\tau$$

Уравнение (3.8) решается при условиях

$$t=0, \quad p^2 = q_0 \ln(r/R); \quad r=R_c, \quad \partial p^2 / \partial r = 0; \quad r=R, \quad p^2 = 0$$

Применяя для решения данной задачи преобразование Лапласа по времени, получаем в пространстве изображений решение в виде

$$U(r, s) = \frac{q_0}{S} \left[\ln \frac{r}{R} - \frac{K_0(nR) I_0(nr) - I_0(nR) K_0(nr)}{nr(K_0(nR) I_1(nR_c) + K_1(nR_c) I_0(nR))} \right]$$

$$n^2 = 8\kappa_2^{-1} [1 + 2p_0 m_1 (s + \gamma_2)^{-1}]$$

где $U(r, s)$ — изображение функции $p^2(r, t)$, S — параметр преобразования Лапласа, K_0, K_1, I_0, I_1 — стандартные обозначения функций Бесселя. Тогда для изменения давления на скважине получаем следующее асимптотическое выражение:

$$(3.9) \quad p_0^2 - p^2(R_c, t) = [A \exp(\delta_1 t) + (1-A) \exp(\delta_2 t)] q_0$$

$$A = (\gamma_2 + \delta_1 + 2p_0 m_1) (\delta_1 - \delta_2)^{-1}, \quad \delta_1 < \delta_2 < 0$$

$$\delta_{1,2} = -\frac{4\kappa_2 + R^2(2p_0 m_1 + \gamma_2)}{2R^2} \mp \left\{ \left[\frac{4\kappa_2 + R^2(2p_0 m_1 + \gamma_2)}{2R^2} \right]^2 - \frac{4\gamma_2 \kappa_2}{R^2} \right\}^{1/2}$$

Из выражения (3.9) следует, что существуют два асимптотических представления для изменения давления на скважине

$$(3.10) \quad p_0^2 - p^2(R_c, t) = [(1-A) + A \exp(\delta_1 t)] q_0 \quad (|\delta_2| t \ll t)$$

$$p_0^2 - p^2(R_c, t) \approx [(1-A) \exp(\delta_2 t)] q_0 \quad (|\delta_2| t \gg 1)$$

На фигуре показана кривая восстановления давления, снятая на одной из скважин Оренбургского газоконденсатного месторождения, построенная в координатах $X = \ln[(p_0^2 - p^2) q_0^{-1}]$ (фигура, а) и $Y = \ln[(p_0^2 - p^2) q_0^{-1} - 1 + A]$ (фигура, б).

Отметим, что в течение трех суток восстановилось примерно две трети начального перепада давления ($p = 198$ кгс/см²). Как уже отмечалось, столь длительное время восстановления давления трудно объяснить с позиций обычных уравнений упругого режима.

Обработка кривой восстановления давления по формулам (3.9), (3.10) дала следующие результаты: $\gamma_2 = 4,3 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}$, $4\kappa_2/R^2 = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $m_1 = 3,4 \cdot 10^{-8} (\text{скг/см}^2)^{-1}$.

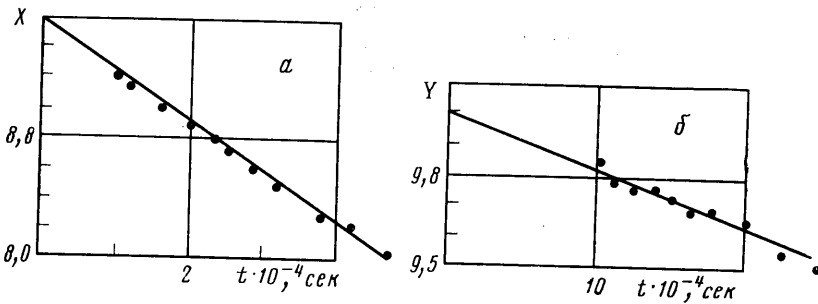
Как видно, время релаксации породы намного больше времени гидродинамического перераспределения давления в пласте.

Используя полученные данные, можно оценить величину коэффициента сжимаемости порового объема. Действительно, из соотношений (1.1), (3.7) получаем, что при создании постоянной нагрузки изменение пористости имеет вид

$$m = m_0 [1 + m_1 \gamma_2^{-1} (p - p_0)] = m_0 [1 + \beta_n (p - p_0)]$$

В рассмотренном случае $\beta_n = 8 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{кг}$. По данным [6], коэффициенты сжимаемости известняков находятся в пределах $10^{-2} - 10^{-4} \text{ см}^2/\text{кг}$. Газосодержащие породы Оренбургского месторождения представлены трещиновато-пористыми карбонатными породами. Обработка результатов газодинамических исследований большого числа скважин этого месторождения показала, что параметр β_n изменяется в пределах $10^{-2} - 10^{-3} \text{ см}^2/\text{кг}$, что достаточно хорошо согласуется также с данными [2].

Следует отметить, что возможны различные физические причины, обуславливающие увеличение времени переходных процессов в пластах. В частности, релакса-



ционный эффект может объясняться двойной пористостью или же межпластовыми перегородками газа или жидкости. Поэтому выбор модели для описания фильтрации должен производиться с учетом имеющейся геологической, геофизической и другой информации о залежи.

В нашем случае пласт представлен трещиновато-пористой средой, однако характерные времена релаксации, определенные в соответствии с теорией фильтрации в среде с двойной пористостью [2], оказываются значительно ниже, чем полученные в рассмотренных примерах. Это говорит о необходимости учета ползучести пород при фильтрационных расчетах и возможности трактовки пласта месторождения как обычной пористой среды, обладающей, однако, объемной ползучестью.

Из полученных результатов следуют некоторые качественные выводы. При разработке газовой залежи на истощение по мере снижения пластового давления периоды перераспределения давления в пласте будут увеличиваться вследствие релаксационных эффектов. Такая картина наблюдается на Вуктыльском газоконденсатном месторождении, где по данным Коми филиала ВНИИГаза времена восстановления давления в скважинах при их остановке увеличились в несколько раз по сравнению с начальными при снижении пластового давления примерно на 30%.

В заключение авторы приносят благодарность А. Х. Мирзаджанзаде за формулировку проблемы и В. Н. Николаевскому за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Добрынин В. М. Деформации и изменения физических свойств коллекторов нефти и газа. М.: Недра, 1970.
2. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970.
3. Руппенейт К. В. Деформируемость массивов трещиноватых горных пород. М.: Недра, 1975.
4. Ержанов Ж. С. Теория ползучести горных пород и ее приложения, Алма-Ата: Изд-во АН СССР, 1964.
5. Желтов Ю. П. Механика нефтегазоносного пласта. М.: Недра, 1975.
6. Исаев Р. Г. К учету наиболее характерных особенностей пласта и флюида в процессах фильтрации в глубоководных продуктивных пластах с новыми геологическими свойствами. — Изв. вузов. Нефть и газ, 1973, № 1.
7. Ржаницын А. Р. Теория ползучести. М.: Стройиздат, 1968.

Ухта, Москва

Поступила в редакцию
19.VI.1979