

УДК 533.6.011

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В СИЛЬНО
НЕРАВНОВЕСНЫХ СЛОЯХ КНУДСЕНА

АБРАМОВ А. А., КОГАН М. Н., МАКАШЕВ Н. К.

Рассматриваются численные решения модельных кинетических уравнений в слоях Кнудсена на поверхностях с сильным испарением «в свой газ» и возбуждением внутренних степеней свободы молекул. Показано существенное влияние возбуждения молекул на структуру слоя Кнудсена и параметры испаряющегося газа.

1. Задача о сильном испарении одноатомного газа в настоящее время является достаточно хорошо исследованной [1-6] и поэтому может использоваться для проверки работоспособности вновь создаваемых методов решения кинетических уравнений. Различные вопросы, связанные с физической постановкой задачи, рассматривались в указанных работах, поэтому здесь приведем лишь формулировку математической задачи применительно к модельному кинетическому уравнению БГК [7].

Требуется решить уравнение для функции распределения f

$$(1.1) \quad v_z \frac{\partial f}{\partial z} = An(f_0 - f), \quad f_0 = n \left(\frac{h}{\pi} \right)^{3/2} \exp[-h(v-u)^2]$$

в полубесконечном пространстве над плоской испаряющейся поверхностью, на которой граничное условие для f имеет вид

$$(1.2) \quad f(z=0, v_z > 0) = [a_w n_{ev} + n_r] \left(\frac{h_w}{\pi} \right)^{3/2} \exp(-h_w v^2)$$

Предполагая испарение сильным [2, 3] и имея в виду получение основного приближения к решению, граничное условие на внешней границе слоя Кнудсена запишем следующим образом:

$$(1.3) \quad f(z \rightarrow \infty) = n_\infty \left(\frac{h_\infty}{\pi} \right)^{3/2} \exp\{-h_\infty[(v_z - u_\infty)^2 + v_\perp^2]\}$$

В выражениях (1.1) - (1.3) v - скорость молекулы, $h = m/2kT$, n - числовая плотность газа, T - его температура, u - среднемассовая скорость, T_w - температура поверхности, n_{ev} - плотность насыщенного пара материала поверхности при температуре T_w , n_r - плотность отраженных молекул, a_w - коэффициент испарения [8], определяющий вероятность поглощения стенкой падающей на нее молекулы. Ось z_* направлена по нормали к поверхности в сторону газа.

При заданных свойствах поверхности T_w , n_{ev} , a_w для решения задачи достаточно [2, 3] задания одного из параметров вдали от стенки: n_∞ , T_∞ , u_∞ или $n_\infty u_\infty$. В качестве такого параметра удобно выбрать расход испаряющегося вещества $n_\infty u_\infty$.

Уравнение (1.1) и граничные условия запишем в виде

$$(1.4) \quad \xi_z \partial F / \partial z = F_0 - F$$

$$(1.5) \quad F(z=0, \xi_z > 0) = (a_w \eta_{ev} + \eta_r) (\pi \tau_w)^{-3/2} \exp(-\xi^2 / \tau_w)$$

$$F(z \rightarrow \infty) = \pi^{-3/2} \exp[-(\xi_z - U_\infty)^2 - \xi_\perp^2]$$

$$(f, f_0) = n_\infty h_\infty^{3/2} (F, F_0), \quad (v, u) = h_\infty^{-1/2} (\xi, U)$$

$$z_* = (An_\infty h_\infty^{1/2})^{-1} \int_0^z \eta^{-1} d\sigma, \quad n = n_\infty \eta, \quad T = T_\infty \tau$$

Введем в рассмотрение функции $F_1 = \int = F d\xi_{\perp}$, $F_2 = \int \xi_{\perp}^2 F d\xi_{\perp}$, с помощью которых макроскопические величины выражаются следующим образом:

$$\eta = \int_{-\infty}^{+\infty} F_1 d\xi_z, \quad \frac{3}{2} \eta \tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi_z^2 F_1 d\xi_z + \int_{-\infty}^{+\infty} F_2 d\xi_z - \eta U^2$$

$$\eta U = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi_z F_1 d\xi_z = U_{\infty}$$

Уравнения для F_1 и F_2 получаются в результате интегрирования уравнения (1.4) по скоростям ξ_{\perp} после умножения соответственно на 1 и ξ_{\perp}^2 . Аналогичным образом преобразуются и граничные условия (1.5).

Значения величин τ_w , η_{ev} и η_r находятся из условий баланса потоков частиц на стенке и сохранения потока энергии и массы поперек кнудсеновского слоя

$$\tau_w = \frac{1}{2} (E_{\infty} + E_c) / (U_{\infty} + J_c)$$

$$\eta_{ev} = 2\sqrt{\pi} / \tau_w (U_{\infty} + a_w J_c) / a_w$$

$$\eta_r = 2\sqrt{\pi} / \tau_w (1 - a_w) J_c$$

$$J_c = - \int_{\xi_z < 0} \xi_z F_1 d\xi_z, \quad E_c = - \int_{\xi_z < 0} \xi_z^2 F_1 d\xi_z - \int_{\xi_z < 0} \xi_z F_2 d\xi_z$$

$$E_{\infty} = U_{\infty} (2.5 + U_{\infty}^2)$$

При заданном коэффициенте a_w параметром, от которого зависит решение, является величина U_{∞} .

Для решения задачи использовался итерационный процесс

$$\xi_z \partial F_{(i)} / \partial z = F_{0(i-1)} - F_{(i)} + \Phi_{(i-1)}$$

где $\Phi_{(i-1)}$ — добавка, стремящаяся к нулю при сходимости итераций к решению, выбиралась таким образом, чтобы контролировать выполнение законов сохранения.

Следует отметить, что в работе [5] $\Phi = 0$, что, как показано в [9], может привести к медленной сходимости итерационного процесса. В связи с этим в работе [9] предлагается метод решения кинетического уравнения, основанный на использовании на промежуточных итерациях законов сохранения с выделением определенным образом навье-стоксовских членов. Расчеты, приводимые ниже, проводились для следующего выбора Φ :

$$\Phi_{(i-1)} = F_{0(i-1)} (P_z^{\infty} - P_z^{(i-1)}) = F_{0(i-1)} \delta P_z^{(i-1)}, \quad P_z^{\infty} = 0.5 + U_{\infty}^2$$

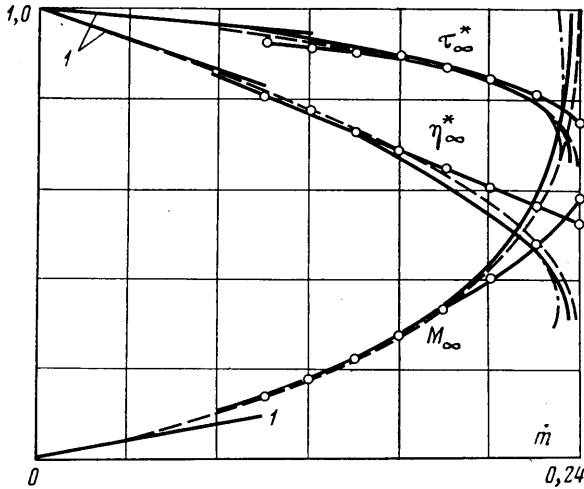
Здесь P_z — безразмерный поток импульса в направлении оси z .

Расчеты показали, что выбранный алгоритм существенно улучшает сходимость итераций. При численном интегрировании итерационных уравнений для $F_{1,2}$ был использован прием, аналогичный примененному в [9, 10]: значения функции $F_{(i)}$ при $\xi_z = \xi_z^{(0)}$ в расчетных точках z , находились с помощью выражений

$$(1.6) \quad F_{(i)}(z_l, \xi_z^{\circ}, \xi_{\perp}) = F_{(i-1),l} + \\ + (F_{(i),l-\alpha} - F_{(i-1),l-\alpha}) \exp\left(-\frac{\Delta_{l,l-\alpha}}{\xi_z^{\circ}}\right) - \\ - (\Phi_{(i-1),l} - \Phi_{(i-1),l-\alpha}) \frac{\xi_z^{\circ}}{\Delta_{l,l-\alpha}} \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta_{l,l-\alpha}}{\xi_z^{\circ}}\right)\right] \\ \Phi_{(i-1)} = F_{0(i-1)} (1 + \delta P_z^{(i-1)}), \quad \alpha = \text{sgn}(\xi_z^{\circ}), \quad \Delta_{l,l-\alpha} = z_l - z_{l-\alpha}$$

Аналогичные соотношения для функций F_1 и F_2 получаются после интегрирования (1.6) по ξ_{\perp} с весами 1 и ξ_{\perp}^2 .

Результаты расчета $\eta_{\infty}^* = n_{\infty}/n_{ev}$, $\tau_{\infty}^* = T_{\infty}/T_w$ и M_{∞} для $a_w = 1$ представлены на фиг. 1, где для сравнения приведены результаты работ [2, 5, 6]. При этом сплошными кривыми показаны результаты, полученные в данной работе, сплошными линиями с точками — в [2], пунктирными — в [5] и штрихпунктирными — в [6]. Здесь же сплошными линиями приведены результаты решения задачи о слабом испарении с малыми расходами, полученные в рамках линейной по U постановки в [3].



Фиг. 1

При переходе к предельному режиму испарения ($M_{\infty} \rightarrow 1$) сходимость к решению на больших (порядка нескольких десятков длин пробега) расстояниях от стенки ухудшалась. Однако было отмечено, что ухудшение сходимости относилось в первую очередь лишь к распределению макропараметров на некотором расстоянии от стенки и не сказывалось на определении величины n_{∞} и T_{∞} при заданных свойствах поверхности и величине расхода $n_{\infty} u_{\infty}$.

Если $a_w \neq 1$, то результаты, полученные для $a_w = 1$, могут быть пересчитаны на этот случай по формулам, указанным в [2].

2. Сильное испарение с плоской поверхности является примером существенного влияния процессов в кнудсеновском слое на вид граничных условий для макроскопических уравнений. Конечный скачок температуры и значительное отличие зависимости $n_{\infty}/n_{ev} = H(nu/n_{ev}c_{T_w})$ от известной формулы Герца — Кнудсена являются следствием сильного возмущения функции распределения падающих на поверхность молекул [2].

В качестве другой причины, также приводящей к сильному возмущению, может служить «взаимодействие» между интенсивными гетерогенными реакциями на поверхности и неупругими процессами при столкновениях молекул в газовой фазе, если вероятность последних достаточно велика [11].

Для иллюстрации рассмотрим модельный газ двухатомных молекул, которые при взаимодействии с поверхностью испытывают сильное возбуждение (или девозбуждение) вращательных степеней свободы. В качестве кинетического уравнения выберем модельное уравнение в форме Морза —

Виллиса — Гамеля [12, 13]

$$(2.1) \quad v_z \frac{\partial f}{\partial z_*} = A_1 n (f_{01} - f) + A_2 n (f_{02} - f)$$

$$(2.2) \quad f_{01} = n \left(\frac{h}{\pi} \right)^{3/2} \exp[-h(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2] \left(\frac{h_i}{\pi} \right) \exp(-h_i \xi^2)$$

$$f_{02} = n \left(\frac{h_0}{\pi} \right)^{5/2} \exp\{-h_0[(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2 + \xi^2]\}, \quad h_\alpha = \frac{m}{2kT_\alpha}$$

Здесь $f = f(z_*, \mathbf{v}, \xi)$, $\xi \equiv (\xi_1, \xi_2)$ — обобщенная скорость для вращательных степеней свободы молекулы, T и T_i — поступательная и внутренняя температуры; температура T_0 определяется по T и T_i с помощью выражения

$$(2.3) \quad 5kT_0/2 = 3kT/2 + kT_i$$

Граничные условия на f представим в виде

$$(2.4) \quad f(z_* = 0, v_z > 0) = n_r \left(\frac{h_w}{\pi} \right)^{3/2} \exp(-h_w v^2) \varphi_r(\xi)$$

$$\int \varphi_r(\xi) d\xi = 1, \quad \int \varphi_r(\xi) \frac{m\xi^2}{2} d\xi = kT_w R$$

$$R = T_{iw}/T_w, \quad d\xi = d\xi_1 d\xi_2$$

Предположим, что $(T_{iw} - T_w)/T_w = O(1)$ и $A = A_2/A_1 = O(1)$. Вследствие последнего условия на толщине кнудсеновского слоя происходит выравнивание поступательной и внутренней температур. Поэтому граничное условие на f при $z_* \rightarrow \infty$ имеет вид

$$(2.5) \quad f(z_* \rightarrow \infty) = n_\infty \left(\frac{h_\infty}{\pi} \right)^{5/2} \exp[-h_\infty(\mathbf{v}^2 + \xi^2)]$$

Так как используется модельное кинетическое уравнение, функция распределения f является функционалом макровеличин n , u , T и T_i и моментов функции $\varphi_r(\xi)$. Это позволяет избежать конкретизации вида последней и ограничиться заданием величины R .

Решение задачи (2.1)–(2.5) осуществлялось с помощью численного алгоритма, описанного выше, после обезразмеривания

$$\mathbf{v} = \sqrt{\frac{2kT_\infty}{m}} \xi, \quad \xi = \sqrt{\frac{2kT_\infty}{m}} \mathbf{v}$$

$$n = n_\infty \eta, \quad T = T_\infty \tau, \quad T_i = T_\infty \tau$$

$$z_* = [(A_1 + A_2) n_\infty h_\infty^{1/2}]^{-1} \int_0^z \frac{d\sigma}{\eta}, \quad f = n_\infty h_\infty^{5/2} F$$

и введения в рассмотрение функций

$$F_1 = \int F d\xi_\perp d\mathbf{v}, \quad F_2 = \int \xi_\perp^2 F d\xi_\perp d\mathbf{v}, \quad F_3 = \int v^2 F d\xi_\perp d\mathbf{v}$$

$$d\mathbf{v} = dv_1 dv_2$$

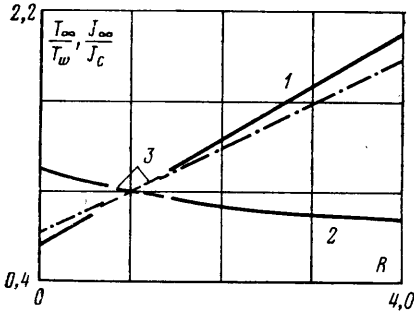
которые, очевидно, зависят не от конкретного вида $\varphi_r(\xi)$, а лишь от соответствующих моментов этой функции.

Макроскопические величины определяются по $F_{1,2,3}$ согласно выражениям

$$\eta = \int_{-\infty}^{+\infty} F_1 d\xi_z, \quad \frac{3}{2} \eta \tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi_z^2 F_1 d\xi_z + \int_{-\infty}^{+\infty} F_2 d\xi_z,$$

$$\eta \tau_i = \int_{-\infty}^{+\infty} F_3 d\xi_z$$

Входящие в условие на F при $z=0$ неизвестные безразмерные параметры η_r и τ_w находятся из условий напротекания и отсутствия в главном приближении потока энергии поперек кнудсеновского слоя при заданной величине отношения $T_{iw}/T_w=R$



Фиг. 2

$$\tau_w = E_c / [J_c (2+R)],$$

$$\eta_r = 2\sqrt{\pi} J_c / \tau_w^{1/2}$$

$$J_c = - \int_{\xi_z < 0} \xi_z F_1 d\xi_z,$$

$$E_c = - \int_{\xi_z < 0} \xi_z^3 F_1 d\xi_z - \int_{\xi_z < 0} \xi_z F_2 d\xi_z$$

Рисчеты проводились для различных значений R при $A=A_2/A_1=1$. Их результаты сплошными линиями приведены на фиг. 2, где $J_\infty = (2\sqrt{\pi})^{-1}$ — безразмерная интенсивность падающих на поверхность молекул, определенная по максвелловской функции с параметрами n_∞ и T_∞ . На этой фигуре кривая 1 — расчет отношения T_∞/T_w в зависимости от величины R , кривая 2 — расчет отношения J_∞/J_c . Для сравнения при $|R-1| \ll 1$ кривыми 3 показаны результаты расчета этих отношений в рамках линейной по $(R-1)$ теории [14].

Важно отметить, что при фиксированном R и изменении n_∞ изменяется лишь абсолютная толщина слоя Кнудсена, но не отношения T_∞/T_w и J_∞/J_c .

Результаты, показанные на фиг. 2, требуют некоторых разъяснений. Очевидно, что $T_{iw}/T_\infty = (T_{iw}/T_w)(T_w/T_\infty) = R/(T_\infty/T_w)$. Рассмотрим, например, область $T_\infty/T_w \leq 1$ и $R \leq 1$. Здесь вдоль решения (кривая 1) отношение $T_{iw}/T_\infty \leq 1$. Так как, по предположению, потока энергии от газа к поверхности в главном приближении нет, то в этом случае взаимодействие падающих молекул с поверхностью происходит следующим образом. В среднем более «холодные», чем поверхность, молекулы, падая на нее при температуре $T \approx T_i \approx T_\infty$, передают часть запасенной внутренней энергии поступательным степеням свободы. При $R > 1$, когда $T_\infty/T_w > 1$ и $T_{iw}/T_\infty > 1$, происходит обратный процесс, когда на поверхность падают более «горячие», чем поверхность, молекулы, энергия передается от поступательных степеней свободы внутренним.

Нетрудно видеть, что в обоих случаях передача определяется, говоря на языке термодинамики, от более «холодного» резервуара энергии к более «горячему». Очевидно, что такие процессы не могут быть единственными в системе. Попадая на поверхность, молекула должна пройти на ней некоторую цепочку реакций, последней ступенью которой является вылет молекулы с поверхности. При этом в конденсированной фазе должны про-

исходить те или иные изменения. С такими явлениями можно, например, встретиться в лазерной химии на поверхности раздела фаз [15].

Если $A \ll 1$, то величина T_∞/T_w может быть определена в результате решения макроскопических уравнений в неравновесном подслое с толщиной порядка λ/\sqrt{A} , где происходит выравнивание температур T и T_i [11]. Соответствующие результаты, заимствованные из [16], приведены на фиг. 2 штрихпунктирной линией. Превышение при $R > 1$ сплошной кривой, изображающей величину отношения T_∞/T_w для $A=1$, над штрихпунктирной обусловлено влиянием на температуру T_∞ процессов в кнудсеновском слое, которое усиливается по мере увеличения A . В этом можно убедиться, рассмотрев решение задачи об определении величины отношения T_∞/T_w при $A \ll 1$ с учетом скачков температур T и T_i в кнудсеновском слое. Воспользовавшись для этого результатами работ [14, 16], найдем, что

$$(2.6) \quad \frac{T_\infty}{T_w} = \frac{T_\infty^{(0)}}{T_w} + \sqrt{A} \frac{T_\infty^{(1)}}{T_w} + \dots, \quad T_\infty^{(0)} = \frac{5}{7} T_w + \frac{2}{7} T_{iw}$$

$$\frac{T_\infty^{(1)}}{T_w} = \operatorname{sgn}(R-1) \cdot 0,23 \sqrt{\frac{75}{28} \left[\frac{T_\infty^{(0)}}{T_w} \ln \frac{T_\infty^{(0)}}{T_w} - \left(\frac{T_\infty^{(0)}}{T_w} - 1 \right) \right]}$$

Из (2.6) видно, что отношение $T_\infty^{(1)}/T_w$ положительно, если $R > 1$, и отрицательно для $R < 1$.

Заметим, что при $A=O(1)$ и существенном превышении R над единицей величина интенсивности потока падающих на поверхность молекул значительно отличается от «равновесной» J_∞ . Это обстоятельство может повлиять на скорость гетерогенной реакции, происходящей на стенке и вызывающей неравновесное распределение покидающих ее молекул по внутренним степеням свободы, т. е. на величину R .

3. Пусть теперь имеют место оба рассмотренных в п. 1, 2 процесса, т. е. сильное испарение происходит при возбуждении внутренних степеней свободы молекул. Течение в кнудсеновском слое описывается уравнением (2.1); для функции распределения молекул, покидающих поверхность, было использовано выражение

$$(3.1) \quad f(z_*=0, v_z > 0) =$$

$$= f_{ev} + f_r = [a_w n_{ev} \varphi_{ev}(\xi) + n_r \varphi_r(\xi)] \left(\frac{h_w}{\pi} \right)^{3/2} \exp(-h_w v^2)$$

где f_{ev} и f_r соответствуют испаренным и отраженным поверхностью молекулам; распределение по внутренним степеням свободы этих молекул описывается функциями φ_{ev} и φ_r . По определению, эти функции удовлетворяют равенствам

$$(3.2) \quad \int \varphi_r d\xi = 1, \quad \int \varphi_{ev} d\xi = 1$$

Согласно (3.1) и (3.2), температура поступательных степеней свободы молекул, покидающих поверхность, равна T_w . Температура внутренних степеней свободы этих молекул не обязательно должна равняться T_w , поэтому положим

$$(3.3) \quad \int \frac{m\xi^2}{2} \varphi_r d\xi = kT_w R_r, \quad \int \frac{m\xi^2}{2} \varphi_{ev} d\xi = kT_w R_{ev}$$

где величины $R_r = T_{iw,r}/T_w$ и $R_{ev} = T_{iw,ev}/T_w$ могут отличаться от единицы.

Аналогично п. 2 можно показать, что решение задачи зависит от моментов функций φ_r и φ_{ev} , определяемых соотношениями (3.2) и (3.3), а не от распределения отраженных и испаренных молекул по внутренним степеням свободы. Поэтому в дальнейшем вид этих функций не конкретизируем.

Поскольку $A = A_1/A_2 = O(1)$, а испарение предполагается сильным, то на внешней границе слоя Кнудсена

$$(3.4) \quad f(z_* \rightarrow \infty) = n_\infty \left(\frac{h_\infty}{\pi} \right)^{3/2} \exp \{ -h_\infty [(v_z - u_\infty)^2 + v_\perp^2 + \xi^2] \}$$

Плотность отраженных поверхностью молекул n_r определяется через интенсивность падающих на нее молекул $J_c = - \int v_z f(z=0, v, \xi) d\xi dv$ и вероятность $(1 - a_w)$. В соответствии с (3.4) для n_r имеем

$$(3.5) \quad n_r = 2\sqrt{\pi} h_w^{1/2} (1 - a_w) J_c$$

Остановимся теперь на определении n_{ev} . В одноатомном газе [1-6], когда газ находится в равновесии со стенкой (насыщение), температура газа равна T_w и значение n_{ev} определяется по давлению насыщенных паров P^* , $n_{ev} = p^*(T_w)/kT_w$. В многоатомном газе при неравновесном возбуждении внутренних степеней свободы молекул, покидающих поверхность, в отсутствие испарения ($u_\infty = 0$) около стенки возникает неравновесный слой Кнудсена, в котором происходит выравнивание поступательных и внутренних температур. При этом температура T_∞° на внешней границе кнудсеновского слоя не равна T_w (см. п. 2).

Если в этой ситуации J_c° — поток молекул на стенку, то из условия баланса потоков молекул имеем

$$J_c^\circ = (1 - a_w) J_c^\circ + n_{ev} a_w (2\sqrt{\pi} h_w)^{-1}$$

откуда

$$(3.6) \quad n_{ev} = 2\sqrt{\pi} h_w J_c^\circ (A, R_r, R_{ev}, n_\infty^\circ, T_w)$$

Из экспериментального исследования равновесия газа с поверхностью находится n_∞° и T_∞° . Для того чтобы найти J_c° , необходимо решение задачи о кнудсеновском слое. Эта задача отличается от рассмотренной в п. 2 лишь условием на поверхности. Сравнивая (3.1) с (2.4), видим, что при одинаковых A для определения J_c° нужно решить задачу п. 2 при $n_r^* \varphi_r^* = a_w n_{ev} \varphi_{ev} + n_r \varphi_r$. Так как $n_r^* = 2\sqrt{\pi} h_w J_c^\circ$, а n_{ev} и n_r связаны с J_c° соотношениями (3.5) и (3.6), то $\varphi_r^* = a_w \varphi_{ev} + (1 - a_w) \varphi_r$.

Как уже отмечалось, при рассмотрении задачи в рамках модели (2.1) решение зависит не от вида функций φ_r и φ_{ev} , а лишь от их моментов R_r и R_{ev} .

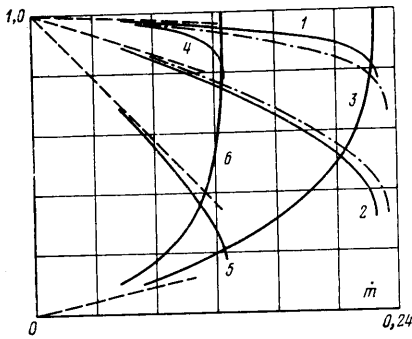
Поэтому для нахождения n_{ev} достаточно решить задачу п. 2 при том же A и для

$$(3.7) \quad R^* = (1 - a_w) R_r + a_w R_{ev}$$

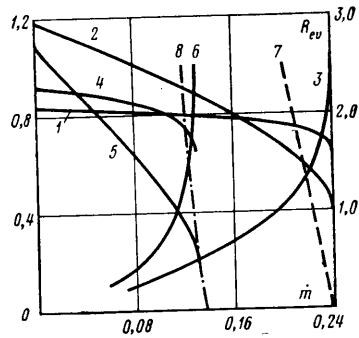
Если R_r , R_{ev} и a_w таковы, что $R^* = 1$, то $T_\infty^\circ = T_w$ и $J_c^\circ = n_\infty^\circ (2\sqrt{\pi} h_w)^{-1}$. В результате $n_{ev} = n_\infty^\circ$. В частности, $n_{ev} = n_\infty^\circ$ при $R_r = R_{ev} = 1$ и $a_w \neq 1$ или при $R_{ev} = 1$ и $a_w = 1$.

Отметим, что эти факты, как и сама формула пересчета (3.7), справедливы лишь в рамках модельного уравнения (2.1).

Как видно из постановки задачи, ее решение зависит от трех параметров: a_w , R_{ev} и R_r , входящих в граничное условие на поверхности, и от расхода \dot{m} . Однако специфика задачи такова, что решение, построенное для $a_w=1$ (в этом случае $f_r=0$ и параметр R_r «выпадает» из решения), позволяет путем пересчета восстановить полное решение. Процедура этого пересчета близка к описанной выше и основана на особенностях зависимости решения от величин a_w , R_r и R_{ev} .



Фиг. 3



Фиг. 4

Пусть $a_w=1$. Тогда f_r и плотность отраженных молекул равны нулю. Решение задачи, построенное для некоторого A , позволяет установить зависимости

$$(3.8) \quad \frac{T_\infty}{T_w} = H_1 \left(\frac{n_\infty u_\infty}{n_{ev}} h_w^{1/2}, R_{ev} \right), \quad \frac{n_\infty}{n_{ev}} = H_2 \left(\frac{n_\infty u_\infty}{n_{ev}} h_w^{1/2}, R_{ev} \right)$$

Можно показать, что при $a_w \neq 1$ для того же значения A роль плотности n_{ev} и параметра R_{ev} в решении будут играть величины

$$(3.9) \quad n_{ev}^* = a_w n_{ev} + n_r = n_{ev} [1 - \mu(1 - a_w)]$$

$$(3.10) \quad R_{ev}^* = \frac{a_w n_{ev} R_{ev} + n_r R_r}{a_w n_{ev} + n_r} = \frac{a_w R_{ev} + R_r (1 - a_w) (1 - \mu)}{1 - \mu(1 - a_w)}$$

$$(3.11) \quad \mu = \frac{2\sqrt{\pi}}{a_w} \frac{n_\infty u_\infty}{n_{ev}} h_w^{1/2}$$

Пересчет осуществляется с помощью зависимостей (3.8) и соотношений (3.9)–(3.11). Численное решение рассматриваемой задачи находилось так же, как в п. 1 и 2.

Некоторые результаты проведенных расчетов для $A=1$ представлены на фиг. 3–5. В частности, на фиг. 3 приведены результаты расчета величин T_∞/T_w , n_∞/n_{ev} и M_∞ (число Маха на внешней границе кнудсеновского слоя) в зависимости от величины безразмерного расхода $\dot{m} = \pi n_i h_w^{1/2} / n_{ev}$ при $a_w=1$ и $R_{ev}=1$ (кривая 1 – температура, 2 – плотность, 3 – число M_∞) и $R_r=R_{ev}=1$, $a_w=0,5$ (кривая 4 – температура, 5 – плотность, 6 – число M_∞). Здесь же штрихпунктирными кривыми представлены результаты расчета задачи о сильном испарении в одноатомном газе, а штриховыми – расчет величин T_∞/T_w , n_∞/n_{ev} и M_∞ в рамках линейной теории [14]. Более сильная зависимость решения от расхода \dot{m} в случае $a_w=0,5$ объясняется уменьшением по сравнению с n_{ev} плотности n_{ev}^* (см. соотношение (3.9)) с ростом \dot{m} и соответствующим увеличением отношения $\pi n_i h_w^{1/2} / n_{ev}^*$, входящего в зависимости (3.9). Как видно из (3.9)–(3.11), разница между

обеими случаями, представленными на фиг. 3, должна уменьшаться при уменьшении \dot{m} . Вид кривых на фиг. 3 подтверждает этот вывод.

Влияние многоатомности, как видно из фиг. 3, при $a_w=1$ и $R_{ev}=1$ сводится к уменьшению величины предельного расхода испарения по сравнению со случаем испарения в одноатомном газе за счет уменьшения величины отношения n_∞/n_{ev} и ограничивающей u_∞ скорости звука.

Кривые на фиг. 3 получены в предположении, что $A=1$. Однако расчеты показали, что при изменении A в диапазоне от 0,1 до 1 меняется только толщина пристеночного слоя, на котором происходит выравнивание температур T и T_s . Значения параметров газа на внешней границе слоя при этом изменяются очень слабо. Поэтому результаты, приведенные на фиг. 3 и далее, можно считать справедливыми (хотя бы приближенно) для A в указанном выше диапазоне.

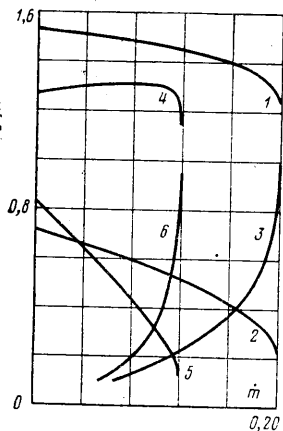
На фиг. 4 и 5 показаны результаты расчета тех же величин, что и на фиг. 3, но для других значений параметра R_{ev} . На фиг. 4 кривые 1-3 соответствуют случаю $a_w=1$, $R_r=0,5$, кривые 4-6 посчитаны для $a_w=0,5$, $R_r=1$, $R_{ev}=0,5$. Аналогичные кривые на фиг. 5 соответствуют $R_{ev}=2,5$ при тех же значениях остальных параметров. Номера кривых на фигурах соответствуют обозначениям, использованным на фиг. 3.

Сравнение между собой кривых 1-3 на фиг. 3 и 5 показывает, что возбуждение (или девозбуждение) молекул в процессе испарения оказывает значительное влияние на свойства течения в слое Кнудсена. При этом, в частности, существенно может меняться предельная величина безразмерного расхода \dot{m} , которая соответствует $M_\infty=1$. Зависимость максимального \dot{m} от R_{ev} показана на фиг. 4, где штриховая кривая 7 соответствует случаю $a_w=1$, штрихпунктирная 8 — случаю, когда $a_w=0,5$ при $R_r=1$.

Существенное влияние на решение оказывает и коэффициент испарения a_w . В некоторых случаях зависимость решения от a_w такова, что может привести к немонотонному изменению отношения T_∞/T_w в зависимости от \dot{m} (см. кривая на фиг. 5 для случая $a_w=0,5$, $R_r=1$, $R_{ev}=2,5$). Такую зависимость можно объяснить взаимодействием между двумя процессами: эффективным повышением с ростом \dot{m} степени возбуждения покидающих поверхность молекул за счет уменьшения доли менее возбужденных молекул, отражающихся от поверхности при $R_r=1$, и уменьшением T_∞/T_w за счет перехода все большей энергии в энергию направленного движения газа от поверхности. Обе этих причины нетрудно выделить с помощью соотношений (3.8)–(3.11) и кривых, изображающих изменение T_∞/T_w в зависимости от \dot{m} при $a_w=0,5$, на фиг. 3–5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Анисимов С. И., Имас Я. А., Романов Г. С., Ходыко Ю. В. Действие излучения большой мощности на металлы. М.: Наука, 1970.
2. Коган М. Н., Макашев Н. К. О роли слоя Кнудсена в теории гетерогенных реакций и в течениях с реакциями на поверхности. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 6.
3. Макашев Н. К. Испарение, конденсация и гетерогенные химические реакции при малых значениях числа Кнудсена. — Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 3.
4. Soga T. Quasi-steady one-dimensional evaporation problem using entropy-balance relation. — In: Rarefied Gas Dynamics. V. 2. N. Y., 1977.
5. Soga T. On the arbitrary strong one-dimensional evaporation problem. — Trans. Japan Soc. Aeronaut. and Space, 1978, v. 21, № 52.



Фиг. 5

6. *Ytrehus T.* Theory and experiments on gas kinetics in evaporation.— In: *Rarefied Gas Dynamics*. V. 2. N. Y., 1977.
7. *Коган М. Н.* Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.
8. *Хирс Д., Паунд Г.* Испарение и конденсация. М.: Metallurgia, 1966.
9. *Бишаев А. М., Рыков В. А.* Решение стационарных задач кинетической теории газов при умеренных и малых числах Кнудсена методом итераций.— *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1975, т. 15, № 1.
10. *Бишаев А. М., Рыков В. А.* Переконденсация одноатомного газа при малых числах Кнудсена.— *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1978, т. 18, № 3.
11. *Макашев Н. К.* О структуре течения многоатомных газов около тел с поверхностными реакциями.— *Уч. зап. ЦАГИ*, 1977, т. 8, № 1.
12. *Morse T. F.* Kinetics model for gases with internal degrees of freedom.— *Phys. Fluids*, 1964, v. 7, № 2.
13. *Willis D. R., Hamel B. B.* Non-equilibrium effects in spherical expansions of polyatomic gases and gas mixtures. In: *Rarefied Gas Dynamics*. V. 1. N. Y.— L.: Acad. Press, 1967.
14. *Абрамов А. А., Макашев Н. К.* О влиянии возбуждения внутренних степеней свободы молекул на процесс слабого испарения или конденсации.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1979, № 6.
15. *Карлов Н. В., Прохоров А. М.* Селективные процессы на границе раздела двух сред, индуцированные резонансным лазерным излучением.— *Усп. физ. наук*, 1977, т. 123, вып. 1.
16. *Абрамов А. А., Макашев Н. К.* О совместном влиянии гетерогенных и газофазных реакций на величину потока тепла к поверхности.— *Уч. зап. ЦАГИ*, 1979, т. 10, № 5.

Москва

Поступила в редакцию
3.XII.1979