

УДК 532.525:541.12.012

**МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ПОЛИДИСПЕРСНОГО КОНДЕНСАТА
С УЧЕТОМ СЛУЧАЙНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ
И ТЕМПЕРАТУРЫ КОАГУЛИРУЮЩИХ ЧАСТИЦ**

БУТОВ В. Г., ВАСЕНИН И. М., ДЬЯЧЕНКО Н. Н.

Течение двухфазных смесей, состоящих из газа и полидисперсного конденсата, сопровождается столкновением частиц разных размеров. При этом столкнувшиеся частицы могут либо коагулировать, либо дробиться. Двухфазные потери удельного импульса, связанные с неравновесностью потока, в большей степени зависят от преобладания одного из этих процессов.

Коагуляции посвящено большое количество исследований (наиболее полная библиография дана в работах [1, 2]). Дисперсность конденсата, как правило, описывается функцией распределения частиц по размерам. Однако точный подход к решению задач о двухфазных потоках требует введения функции распределения частиц не только по массам, но и по скорости и температуре внутри каждой фракции, так как столкновение, дробление, коагуляция приводят к перераспределению импульса и температуры частиц. Система уравнений для такой многомерной функции распределения является весьма сложной и представляется проблематичной в практическом использовании. В подавляющем большинстве работ по коагуляции вопрос о распределении импульса и энергии частиц либо не рассматривается, либо постулируется, что импульс и энергия образовавшихся при коагуляции частиц равномерно распределяются между всеми частицами данного размера [3]. Подобное допущение предполагает существование механизма обмена импульсом и энергией между частицами одной фракции, что вряд ли имеет отношение к реальности. Более строгий подход к модели течения с коагуляцией, справедливый для мелких частиц, предполагает, что избыток энергии и импульса частиц, «рожденных» в процессе коагуляции, полностью передается газу [4].

Авторами данной работы делается попытка учесть перераспределение импульса и энергии сталкивающихся частиц внутри фракции посредством учета случайных пульсаций скорости и температуры частиц. В первой части работы выведено уравнение переноса, которое является обобщением уравнения Больцмана [5] для кинетической теории газа на случай полидисперсного конденсата. В дальнейшем с использованием уравнения переноса получена система уравнений, которая в рамках предлагаемой модели полностью описывает картину коагуляции частиц. При этом система уравнений является замкнутой и, следовательно, пригодной для численной реализации.

В заключение приведены результаты расчета двухфазных потоков в сопле Лавала.

1. Определим функцию распределения $f(m, u, T, r, t)$ так, чтобы произведение $f(m, u, T, r, t) dm du dT dr dt$ равнялось числу частиц в момент времени t в объеме $dmdudTd\tau$, центр которого находится в точке (m, u, T, r) восьмимерного пространства, и рассмотрим группу частиц из этого объема. Если за время dt частицы группы не сталкиваются между собой и с частицами других групп, то координата r , скорость u и температура частиц T примут соответственно значения $r+udt$, $u+(F/m)dt$, $T+(q/cm)dt$, где F — сила, действующая на частицу со стороны газа, q — тепловой поток между частицей и газом, c — теплоемкость материала частицы, m — масса рассматриваемой частицы. Для функции распределения $f(m, u, T, r, t)$ несложно получить кинетическое уравнение

$$(1.1) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + u \nabla_r f + \nabla_u \frac{F}{m} f + \frac{\partial}{\partial T} \frac{q}{cm} f = I$$

где ∇_r и ∇_u — операторы градиента в обычном трехмерном пространстве и пространстве скоростей, $f=f(m, u, T, r, t)$ введена для краткости записи, I — скорость изменения числа частиц за счет столкновений.

Рассмотрим уравнение (1.1) при фиксированном значении массы m , которая входит в него как параметр. Поступательное движение частиц массы m можно охарактеризовать либо «истинными» скоростями u относительно лабораторной системы координат, либо пульсационными составляющими u' относительно системы координат, движущейся со средней скоростью частиц данной массы

$$u = u_0 + u', \quad u_0 = \int_{-\infty}^{\infty} u f du / \int_{-\infty}^{\infty} f du$$

Точно так же можно ввести среднюю температуру T_0 и пульсационную составляющую температуры T' для частиц массы m :

$$T = T_0 + T', \quad T_0 = \int_0^{\infty} T f dT / \int_0^{\infty} f dT$$

Переходя в уравнении (1.1) при фиксированном m к новым переменным u' и T' и учитывая, что r и t входят в функцию $f(m, u', T', r, t)$ не только явно, но и не явно через u' и T' , получим

$$(1.2) \quad \begin{aligned} & \frac{df}{dt} + u' \nabla_r f - \frac{du_0}{dt} \nabla_u f - u' \nabla_u f : \nabla_r u_0 + \nabla_u \left(\frac{F}{m} f \right) - \\ & - \frac{dT_0}{dt} \frac{\partial f}{\partial T'} - \frac{\partial f}{\partial T'} u' \nabla_r T_0 + \frac{\partial}{\partial T'} \left(\frac{q}{cm} f \right) = I, \\ & \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_0 \nabla_r \end{aligned}$$

Здесь ∇_u — оператор градиента в пространстве скоростей u' , $(:)$ — означает двойное тензорное умножение. Уравнение (1.2) является обобщением соответствующего кинетического уравнения идеального газа [5] на полидисперсные частицы с различными скоростями и температурами внутри каждой фракции.

Признак частицы Φ есть величина, связанная с частицей. Признаками частицы являются ее масса, скорость, температура и т. п. Среднее значение признака частицы $\langle \Phi \rangle$ по ансамблю частиц с массами $(m, m + \partial m)$ определим равенством

$$\langle \Phi(m) \rangle = \int_0^{\infty} dT \int_{-\infty}^{\infty} \Phi f du / \int_0^{\infty} dT \int_{-\infty}^{\infty} f du$$

Пусть функция $f(m, u', T', r, t)$ обращается в нуль на концах интервалов скоростей и температур. Умножая кинетическое уравнение (1.2) на признак Φ и интегрируя по всему пространству скоростей и температур, можно получить уравнение переноса признака частиц

$$(1.3) \quad \begin{aligned} & \frac{d}{dt} (f(m) \langle \Phi(m) \rangle) + f(m) \langle \Phi(m) \rangle \nabla_r u_0 + \nabla_r (f(m) \langle \Phi(m) u' \rangle) - \\ & - f(m) \left[\left\langle \frac{d\Phi(m)}{dt} \right\rangle + \langle u' \nabla_r \Phi(m) \rangle + \left(\frac{\langle F \rangle}{m} - \frac{du_0}{dt} \right) \langle \nabla_u \Phi(m) \rangle - \right. \end{aligned}$$

$$-\langle \nabla_{\mathbf{u}'} \Phi(m) \mathbf{u}' \rangle : \nabla_{\mathbf{r}} \mathbf{u}_0 + \frac{1}{cm} \left\langle g \frac{\partial \Phi(m)}{\partial T'} \right\rangle - \frac{dT_0}{dt} \left\langle \frac{\partial \Phi(m)}{\partial T'} \right\rangle -$$

$$-\left\langle \frac{\partial \Phi(m)}{\partial T'} \mathbf{u}' \right\rangle \nabla_{\mathbf{r}} T_0 \Big] = \int_0^{\infty} dT \int_{-\infty}^{\infty} I \Phi du$$

2. Если предположить, что процесс столкновения существенным образом определяется заданием положения, скоростей и температур жидких частиц в момент соприкосновения, то можно показать, что результат взаимодействия сферических частиц единственным образом определяется заданием масс m_1, m_2 , скоростей $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$, температур T_1, T_2 и момента относительного движения частиц

$$\mathbf{M} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{r}_{12} \times (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)$$

где \mathbf{r}_{12} — радиус-вектор, направленный от центра первой частицы к центру второй в момент их соприкосновения. Заметим, что когда вязкость и поверхностное натяжение жидкости не зависят от температуры, то температура частиц влияет только на распределение тепловой энергии между частицами, родившимися в результате столкновения. Энергия вращения частиц не учитывается. Согласно экспериментальным данным, в парных столкновениях жидких частиц [6] в практически важном диапазоне параметров взаимодействия можно рассматривать следующую картину столкновений.

При фиксированных физических характеристиках жидкости можно указать такое критическое значение момента $M_*(m_1, m_2, |\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2|)$, что если модуль относительного момента сталкивающихся частиц $M < M_*$, то частицы сливаются в результате взаимодействия. Если $M > M_*$, то столкнувшиеся частицы распадаются на две крупные и небольшое число очень мелких частиц, причем массой последних можно пренебречь по сравнению с массой крупных осколков.

Поместим начало координат в центр инерции двух сталкивающихся частиц и направим оси координат так, чтобы одна ось совпала с направлением $\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2$, а другая — с \mathbf{M} . В этой системе координат результат столкновения будет зависеть лишь от абсолютного значения разности скоростей столкнувшихся частиц $|\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2|$ и модуля момента $|\mathbf{M}| = M$, а не от самих скоростей частиц и моментов. Пусть $m_i^*, T_i^*, \mathbf{V}_i$ ($i=1, 2$) — массы, температуры и векторы скоростей крупных осколков соответственно, записанные в рассмотренной выше системе координат, причем эти величины зависят от $m_1, m_2, M, |\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2|$, а температуры также от T_1, T_2 . В лабораторной системе координат векторы скоростей осколков имеют вид

$$\mathbf{u}_1^* = \mathbf{u}_c + B\mathbf{V}_1, \quad \mathbf{u}_2^* = \mathbf{u}_c + B\mathbf{V}_2, \quad \mathbf{u}_c = \frac{m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2}{m_1 + m_2}$$

$$T^* = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} + \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \frac{|\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2|}{2c}$$

$$B = \|B_{\alpha k}\|, \quad B_{\alpha 1} = \frac{(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)_\alpha}{|\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2|}$$

$$B_{\alpha 2} = \frac{M_\alpha}{|M|}, \quad B_{\alpha 3} = \frac{[(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) \times \mathbf{M}]_\alpha}{|(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) \times \mathbf{M}|} \quad (\alpha = x, y, z)$$

Масса слившихся частиц $m^* = m_1 + m_2$, их скорость $\mathbf{u}^* = \mathbf{u}_c$, температура T^*

$$- \int \int \int_{m_1, u_1, T_1} \pi r_m^2 |u_1 - u_2| f(m, u, T) f(m_1, u_1, T_1) dm_1 du_1 dT_1$$

Подставив в правую часть уравнения (1.3) выражение (2.1) и воспользовавшись свойствами δ -функции, получим скорость изменения признака Φ за счет столкновений

$$(2.2) \quad \int_0^\infty dT \int_{u_1} \Phi(m, u, T) du = \frac{1}{2} \int \int \int \int \int \int_{m_1, m_2, u_1, u_2, T_1, T_2} \Phi_1 \pi r_m^2 |u_1 - u_2| f(m_1, u_1, T_1) \times \\ \times f(m_2, u_2, T_2) dm_1 dm_2 du_1 du_2 dT_1 dT_2 - \int \int \int \int \int \int_{u, T, m_1, u_1, T_1} \Phi(m, u, T) \times \\ \times \pi r_m^2 |u_1 - u_2| f(m, u, T) f(m_1, u_1, T_1) dm_1 du_1 dT_1 du dT \\ \Phi_1 dm = dm \left\{ \int_0^{M_m} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(m, u^*, T^*) d\varphi \right] \delta(m - m_1 - m_2) \frac{2M dm}{M_m^2} + \right. \\ \left. + \int_{M_m}^{M_m} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(m, u_1^*, T_1^*) d\varphi \right] \delta(m - m_1^*) \frac{2M dm}{M_m^2} + \right. \\ \left. + \int_{M_m}^{M_m} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(m, u_2^*, T_2^*) d\varphi \right] \delta(m - m_2^*) \frac{2M dm}{M_m^2} \right\}$$

Интегралы, входящие в правую часть (2.2), значительно упрощаются, если скорости и температуры каждой фракции частиц мало отличаются от среднемассовых, так что $f(m, u, T) \approx 0$ при $|u - u_0| > \varepsilon$, $|T - T_0| > \varepsilon$.

В этом случае с погрешностью порядка ε можно записать

$$(2.3) \quad \int \int_{T, u} I \Phi(m, u, T) du dT \approx \frac{1}{2} \int \int_{m_1, m_2} \Phi_2 \pi r_m^2 |u_0(m_1) - u_0(m_2)| f(m_1) \times \\ \times f(m_2) dm_1 dm_2 - \int_m \Phi_2 \pi r_m^2 |u_0(m) - u_0(m_1)| f(m) f(m_1) dm_1 \\ \Phi_2 dm = dm \left\{ \int_0^{M_m} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(m, u_0^*, T_0^*) d\varphi \right] \delta(m - m_1 - m_2) \frac{2M dm}{M_m^2} + \right. \\ \left. + \int_{M_m}^{M_m} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(m, u_0(m_1^*), T_0(m_1^*)) d\varphi \right] \delta(m - m_1^*) \frac{2M dm}{M_m^2} + \right. \\ \left. + \int_{M_m}^{M_m} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(m, u_0(m_2^*), T_0(m_2^*)) d\varphi \right] \delta(m - m_2^*) \frac{2M dm}{M_m^2} \right\}$$

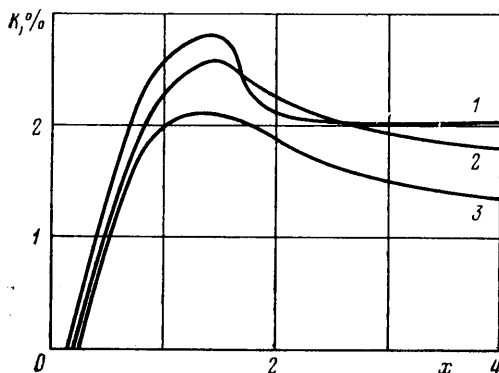
Когда массы осколков не зависят от моментов, первый интеграл в правой части (2.3) сводится к однократному. Таким образом, подставляя соответствующий признак в уравнение переноса (1.3), можно получить систему уравнений, которая описывает макроскопические свойства и поведение ансамбля частиц.

3. В качестве примера использования предлагаемой модели проведен численный расчет установившегося движения смеси полидисперсного конденсата и газа в сопле Лавала в квазиодномерном приближении. За признак частиц принимались $\Phi=1$, $\Phi=u'(m)$. Для замыкания моментных уравнений моменты третьего порядка и выше опускались. В работах, посвященных исследованию течений газа с конденсированными частицами в соплах, установлено, что большее влияние на тягу оказывает отставание частиц по скорости, чем отставание по температуре. Поэтому в рассматриваемом примере пульсации по температуре не учитываются. Авторы работы [6] показали, что для рассматриваемого примера отношение $(M_*/M_m)^2$ можно заменить выражением для коэффициента эффективности соударения частиц Φ_{II} , введенным в работе [7].

Расчеты проведены для неравновесного течения в коническом сопле с полууглами на входе 45° , на выходе 12° , диаметр минимального сечения сопла $d_m=20$ мм, горловина очерчена радиусом, равным d_m . На входе в сопло частицы распределены по нормально-логарифмическому закону со среднемассовым радиусом $r_{43}=1,85$ мкм. Давление газа на входе в сопло $p=50$ атм. В процессе счета учитывалось аэродинамическое дробление частиц. На фиг. 1 представлены значения отношения пульсационной составляющей скорости частиц к средней скорости частиц в процентах

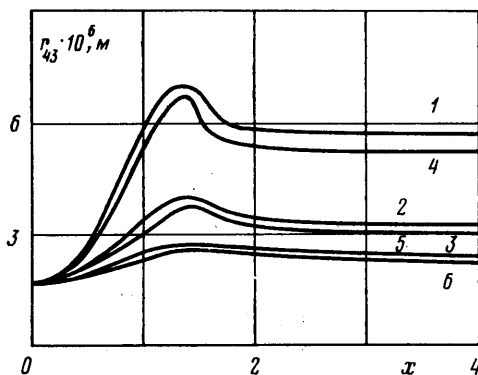
$$K = \left[\frac{\sum_I u'(m_i)}{\sum_I u_0(m_i)} \right] \cdot 100\%$$

вдоль оси сопла ($x=L/d_m$, L — размерная длина сопла), кривые 1–3 соответствуют весовым концентрациям конденсата $z=0,8; 0,6; 0,4$. Рост среднемассового радиуса

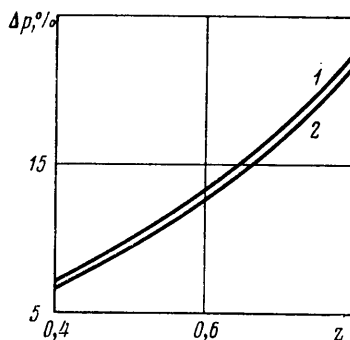


Фиг. 1

частиц r_{43} вдоль оси сопла иллюстрируется на фиг. 2, кривые 4, 5, 6 соответствуют весовым концентрациям конденсата $z=0,8; 0,6; 0,4$, при этом расчеты проводились без учета пульсаций скорости, а кривые 1–3 — для $z=0,8; 0,6; 0,4$, но учитывалось влияние пульсаций скорости. Хотя кинетическая энергия пульсаций мала по сравнению с кинетической энергией среднего движения, однако пульсационная скорость составляет проценты от средней скорости, а в отдельных случаях может и достигать разности средних скоростей некоторых фракций, что сказывается на процессе



Фиг. 2



Фиг. 3

коагуляции. Дополнительный рост среднемассового размера частиц r_{43} приводит к увеличению двухфазных потерь. На фиг. 3 показана зависимость потерь удельного импульса ΔP от весовой концентрации конденсата: кривая 1 — для решения с учетом пульсаций скорости, кривая 2 — без учета флуктуаций скорости.

В заключение необходимо отметить следующее. Столкновения и коагуляция частиц в сопле приводят к возникновению хаотического движения частиц, которое по масштабам скорости и длин свободного пробега, по своей интенсивности сравнимо с соответствующими характеристиками турбулентного течения. Следовательно, возникающие по причине хаотического движения частиц напряжения трения, потоки тепла и массы имеют такой же порядок, как и в турбулентном течении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974.
2. Пирумов У. Г., Росляков Г. С. Течения газа в соплах. М.: Изд-во МГУ, 1978.
3. Гришин С. Д., Тишин А. П., Хайрутдинов Р. И. Неравновесное двухфазное течение в сопле Лавалья с коагуляцией частиц полидисперсного конденсата.— Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 2.
4. Крайко А. Н., Шрайбер А. А. К построению модели, описывающей в одномерном приближении двухфазное течение с коагуляцией частиц полидисперсного конденсата.— ПМТФ, 1974, № 2.
5. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
6. Архипов В. А., Васенин И. М., Трофимов В. Ф. Экспериментальное исследование устойчивости вязких капель при столкновениях. Физическая гидродинамика и теплообмен. Сб. научн. тр. Ин-т теплофиз. СО АН СССР, Новосибирск, 1978.
7. Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. Киев: Наукова думка, 1972.

Томск

Поступила в редакцию
30.X.1979