

ЛИТЕРАТУРА

1. *Su C. H., Lam S. H.* Continuum theory of spherical electrostatic probes.— *Phys. Fluids*, 1963, v. 6, № 10, p. 1479.
2. *Cohen I. M.* Asymptotic theory of spherical electrostatic probes in a slightly ionized, collision — dominated gas.— *Phys. Fluids*, 1963, v. 6, № 10, p. 1492.
3. *Chung P. M., Talbot L., Touryan K. J.* Electric probes in stationary and flowing plasmas: theory and application, Berlin [a. o.], Springer, 1975, 150 p.
4. *Ястребов А. А.* Точное решение задачи об измерении параметров плотной плазмы при помощи сферического зонда.— *Ж. техн. физики*, 1972, т. 42, № 4, с. 809.
5. *Ястребов А. А.* О методе решения краевых задач для зонда Ленгмюра в плотной плазме.— *Ж. техн. физики*, 1972, т. 42, № 6, с. 1143.
6. *Малыгин Л. А., Москаленко А. М.* Электрическое поле и структура слабоионизованной плазмы в окрестности большого заряженного тела.— *Ж. техн. физики*, 1974, т. 44, № 2, с. 311.
7. *Малыгин Л. А., Москаленко А. М.* Структура возмущенной зоны в окрестности сильно заряженного тела в слабоионизованной плазме.— *Ж. техн. физики*, 1974, т. 44, № 2, с. 325.
8. *Бенилов М. С., Турский Г. А.* Об одном точном решении задачи о проводящей сфере в покоящейся слабоионизованной плазме.— *Докл. АН СССР*, 1978, т. 240, № 6, с. 1324.
9. *Бенилов М. С., Турский Г. А.* К расчету электрических эффектов в ионизованном многокомпонентном газе около электропроводящих тел. Метод расщепления.— *ПММ*, 1979, т. 43, № 2, с. 288.
10. *Панкратьева И. Л., Полянский В. А.* Анализ задачи об электрическом зонде в плотной плазме с разными температурами компонент.— В кн.: *Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува*. М.: Изд-во МГУ, 1979, с. 181.
11. *Ван-Дайк М.* Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967. 310 с.
12. *Toba K., Sayano S.* A continuum theory electrostatic probes in a slightly ionized gas.— *J. Plasma Phys.*, 1967, v. 1, № 4, p. 407.
13. *Коул Дж.* Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир, 1972. 274 с.

Ленинград

Поступила в редакцию
28.III.1979

УДК 624.131+532.529

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛНЫ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЕ С ПРЕГРАДОЙ

ЛЯХОВ А. Г.

Модель многокомпонентной жидкой среды с нелинейными предельными диаграммами сжатия и постоянным коэффициентом вязкости [1] усовершенствована введением коэффициента вязкости, изменяющегося в процессе деформации. На основе новой модели приводится численное решение задачи о распространении создаваемой ударной нагрузкой плоской волны и о взаимодействии ее с неподвижной преградой. Ранее [2] такая задача в случае вязкой среды решалась при линейных диаграммах статического и динамического сжатия и постоянном коэффициенте вязкости.

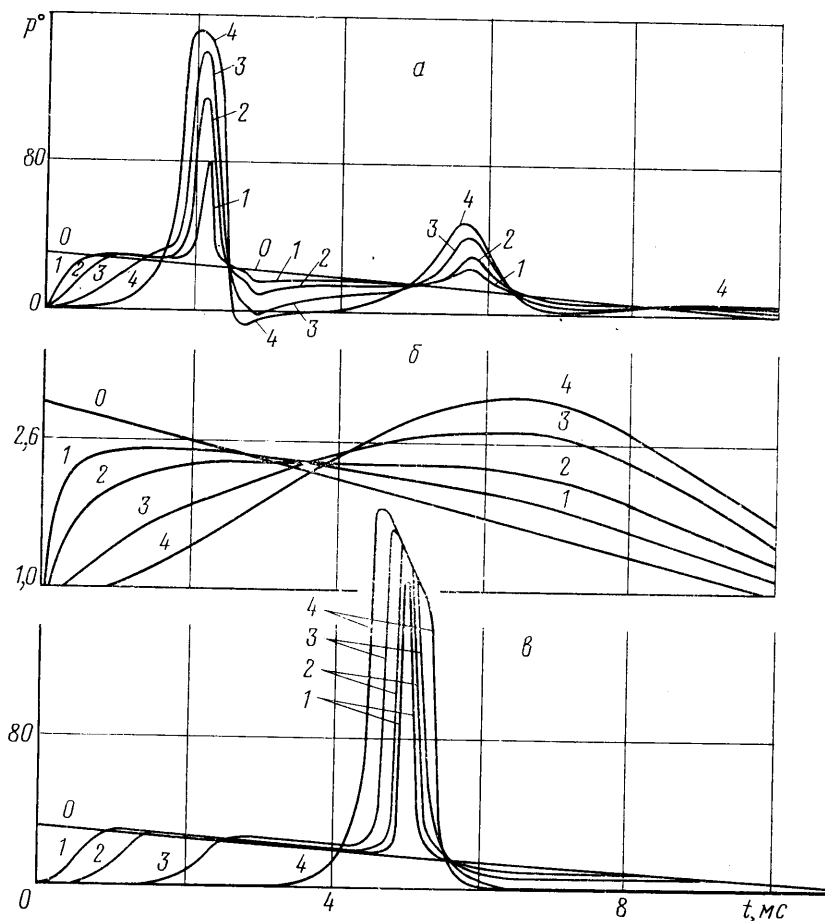
Показано, что нелинейность диаграммы статического сжатия приводит с возрастанием давления сначала к увеличению коэффициента отражения, а затем к его уменьшению. При достаточной длительности нагрузки в начальном сечении преграда испытывает последовательное воздействие нескольких волн, число которых увеличивается с увеличением длительности и амплитуды нагрузки.

Расчет проводится для глицерина с пузырьками воздуха. Принято, что при давлениях до $400 \cdot 10^5$ н/м² глицерин является линейно-упругой средой. В этом случае динамическая диаграмма сжатия двухкомпонентной среды — глицерин с пузырьками газа — линейна. Уравнение модели выводится из следующих предпосылок.

1. Деформацию двухкомпонентной двухфазной среды можно представить как сумму деформации жидкого и газообразного компонентов

$$(1) \quad V_0 - V = \alpha_1 V_0 - \alpha_1 V_0 W / W_0 + (p - p_0) / A^2$$

Здесь V , p — удельный объем и давление двухкомпонентной среды, α_1 и α_2 — начальное объемное содержание газообразного и жидкого компонентов, $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$; W — объем пузырька газа, $W = 4\pi r^3 / 3$; r — радиус пузырька газа, $A = c_{20} \sqrt{\rho_{20} \rho_0 / \alpha_2}$; ρ_{20} — плотность жидкости, для глицерина $\rho_{20} = 1,26 \cdot 10^3$ кг/м³; c_{20} — скорость звука в жидкости, для глицерина $c_{20} = 1925$ м/с; $1/V_0 = \rho_0 = \rho_1 \alpha_1 + \rho_{20} \alpha_2$; ρ_{10} — плотность газа,



Фиг. 1

Индекс 0 соответствует параметрам среды в начальный момент времени при $p_0 = 10^5 \text{ н/м}^2$.

2. Прикладываемая к элементу среды нагрузка вызывает мгновенное сжатие жидкости. Пузырьки газа при этом сжимаются по мере заполнения их объема жидкостью со скоростью

$$(2) \quad \dot{r} = -(p - p_r) / B$$

где p_r — давление внутри пузырька, точкой сверху обозначена производная по времени. Величина B может быть уточнена из сравнения расчета с экспериментом. При расчете принято $B = \rho_{20} c_{20}$.

3. Давление и объем пузырька связаны зависимостью

$$(3) \quad p_r = p_0 (W_0 / W)^\gamma$$

где γ — показатель адиабаты, для воздуха $\gamma = 1,4$. Совместное решение уравнений (1)–(3) дает уравнение модели среды, деформация которой зависит от скорости деформирования, т. е. среды с объемной вязкостью.

$$(4) \quad \dot{V} + \frac{\dot{p}}{A^2} = G(p, V), \quad G(p, V) = \frac{3\alpha_1 V_0}{r_0 B} F^{3/2} \left(\frac{p_0}{F^\gamma} - p \right)$$

$$F = \frac{W}{W_0} = \frac{1}{\alpha_1 V_0} \left(V + \frac{p - p_0}{A^2} - \alpha_2 V_0 \right)$$

Уравнение (4) может быть представлено в виде [1]

$$\frac{\dot{V}}{V_0} = \varphi(p) \dot{p} - \frac{\alpha_1}{\eta(p, V)} \psi(p, V), \quad \varphi(p) = -\frac{V_0}{A^2}$$

$$\eta(p, V) = \frac{Ar_0\alpha_1^{3/2}}{3} \left[\frac{V}{V_0} - \alpha_2 \left(1 - \frac{p-p_0}{\rho_{20}c_{20}^2} \right) \right]^{-3/2}$$

$$\psi(p, V) = p - p_0 \alpha_1^{\gamma} \left[\frac{V}{V_0} - \alpha_2 \left(1 - \frac{p-p_0}{\rho_{20}c_{20}^2} \right) \right]^{-\gamma}$$

Коэффициент объемной вязкости $\eta(p, V)$ изменяется в процессе деформации среды. В [1] он принимался постоянным.

Уравнение (4) вместе с основными уравнениями движения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

(x — координата Лагранжа) составляют замкнутую систему.

Решение получено методом характеристик с помощью ЭВМ. Система уравнений имеет три семейства характеристик, вдоль которых выполняются соотношения:

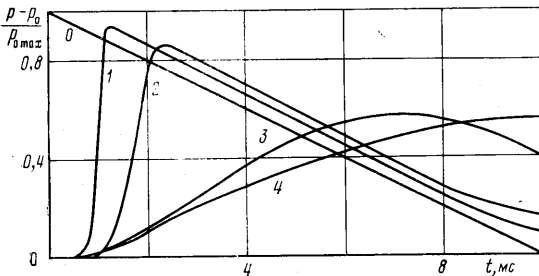
$$dp \pm Adu = A^2G(p, V)dt \text{ вдоль } dx/dt = \pm A/\rho_0$$

$$dp + A^2dV = A^2G(p, V)dt \text{ вдоль } dx/dt = 0$$

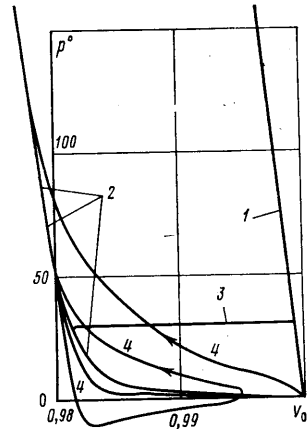
Граничные условия: в начальном сечении задана нагрузка $-p = p_0 + p_0 \max(1 - t/\theta)$ при $0 < t \leq \theta$, $p = p_0$ при $t > \theta$, на преграде $u = 0$. Фронт волны распространяется вдоль характеристик $dx/dt = \pm A/\rho_0$. На фронте выполняются условия соответственно $dp = \pm Adu$.

Решение проведено в безразмерных переменных: $x^\circ = x/r_0$, $t^\circ = tc_{20}/r_0$, $V^\circ = V/V_0$, $\theta^\circ = \theta c_{20}/r_0$, $u^\circ = u/c_{20}$, $p^\circ = p/p_0$. При переходе к размерному виду принято: начальный радиус пузырька $r_0 = 10^{-3}$ м, $\theta = 10^{-2}$ с, $c_{20} = 1925$ м/с, $p_0 = 10^5$ н/м². На фиг. 1 представлены зависимости давления от времени в различных сечениях среды. Прямая 0 — в начальном сечении, кривые 1-4 в сечениях среды на расстояниях 8 см ($x^\circ = 80$); 16 см ($x^\circ = 160$); 32 см ($x^\circ = 320$); 60 см ($x^\circ = 600$) от начального сечения. Величина $t = 1$ мс соответствует $t^\circ = 1925$. В сечении 4 находится преграда.

Фиг. 1, а соответствует случаю $\alpha_1 = 0,02$, $p_0 \max = 30 \cdot 10^5$ н/м². На преграду последовательно воздействуют три импульса давления с амплитудами $150 \cdot 10^5$, $46,8 \cdot 10^5$, $3,4 \cdot 10^5$ н/м². После отражения первого импульса сжатия возникает растягивающее напряжение, которое должно привести к раз-



Фиг. 2



Фиг. 3

рыву сплошности среды. Разрыв сплошности не предусмотрен в постановке задачи. Максимальные нагрузки на преграду, однако, достигаются до возникновения растягивающих напряжений. Вместе с тем, поскольку небольшой участок с кавитацией не может существенно повлиять на закономерности распространения волн в среде, расчет проводился и для последующих за кавитацией интервалов времени. Скорость распространения максимума давления отраженной волны порядка 2500 м/с.

В случае $\alpha_1 = 0,02$, $p_0 \max = 100 \cdot 10^5$ н/м² на преграду последовательно воздействуют четыре импульса давления с амплитудами $391 \cdot 10^5$, $257 \cdot 10^5$, $147 \cdot 10^5$, $39,4 \cdot 10^5$ н/м². Между этими импульсами возникают три зоны с растягивающими напряжениями. Скорость распространения максимума давления отраженной волны порядка 2500 м/с.

Фиг. 1, б соответствует $\alpha_1 = 0,02$, $p_0 \max = 2 \cdot 10^5$ н/м². На преграду действует один импульс давления амплитудой $2,09 \cdot 10^5$ н/м². Растягивающее напряжение не возникает. Импульс давления отраженной волны быстро угасает, в сечениях 1 и 2 его воздействие приводит лишь к замедлению угасания в падающей волне.

Фиг. 1, а соответствует большому содержанию воздуха $\alpha_1=0,1$, $p_{0 \max}=30 \cdot 10^5$ н/м². На преграду действует один импульс давления с амплитудой $202,5 \cdot 10^5$ н/м². Амплитуда импульса отрицательного давления $1,2 \cdot 10^5$ н/м². Скорость распространения максимума давления отраженной волны порядка 1300 м/с.

Фигура 2 соответствует распространению волны при отсутствии преграды. Линия 0 показывает давление в начальном сечении. Остальные линии соответствуют давлению в сечении $x=0,6$ м, где в представленных ранее расчетах помещалась преграда, для случаев: 1 - $p_{0 \max}=100 \cdot 10^5$ н/м², 2 - $p_{0 \max}=30 \cdot 10^5$ н/м², 3 - $p_{0 \max}=2 \cdot 10^5$ н/м², 4 - $p_{0 \max}=0,2 \cdot 10^5$ н/м². Во всех случаях $\alpha_1=0,02$.

α_1	$10^{-5} p_{0 \max}$, н/м ²	D , м/с	$10^{-5} p^*$, н/м ²	$10^{-5} p^{**}$, н/м ²	K
0,02	0,2	75	0,111	0,151	1,36
0,02	2	110	1,14	2,09	1,8
0,02	30	370	25,5	150,2	6
0,02	100	520	92,2	391	4,25

В таблице представлены: D - скорость распространения максимума давления в падающей волне, p^{**} - максимальное избыточное давление на преграду, p^* - максимальное избыточное давление в том же сечении среды при отсутствии преграды, $K=p^{**}/p^*$ - коэффициент отражения.

Скорость звука, определяемая по статической диаграмме

$$c_0 = \left(\frac{\rho_0 \alpha_2}{\rho_{20} c_{20}^2} + \frac{\rho_0 \alpha_1}{1,4 \rho_0} \right)^{-1/2}$$

при $\alpha_1=0,02$, $c_0=75$ м/с, а также величина D совпадают с измеренными в работе [3] во всем диапазоне давлений, где проводились измерения от 0 до $6 \cdot 10^5$ н/м².

На фиг. 3 представлены динамическая 1 и статическая 2 диаграммы сжатия среды с $\alpha_1=0,02$. Динамическая диаграмма, соответствующая сжатию только жидкого компонента, линейна. Статическая диаграмма, соответствующая предельному (при $\dot{p} \rightarrow 0$, $\dot{V} \rightarrow 0$) суммарному сжатию обоих компонентов, существенно нелинейна. Для случая, рассмотренного на фиг. 1, а ($p_{0 \max}=30 \cdot 10^5$ н/м²), показаны кривые сжатия в начальном сечении 3 и в сечении на преграде 4. Кривая 4 описывает два последовательных сжатия среды и область растягивающих напряжений между ними. Стрелками показано движение по кривой 4 во времени. В начальном сечении ударное сжатие происходит по динамической, а разгрузка - примерно по статической диаграмме. При движении до преграды волна размывается и становится неударной, поэтому нагрузка и разгрузка происходят вблизи статической диаграммы. Таким образом, величина коэффициента отражения в вязкой среде определяется в основном характером статической диаграммы. В работе [2], где статическая диаграмма принималась линейной, коэффициент отражения при всех давлениях в волне не превышал 2, в настоящей работе при учете нелинейности статической диаграммы он меняется с давлением и его наибольшее значение достигает 6.

Можно сделать следующие выводы.

1. Нелинейность статической диаграммы приводит к тому, что величина коэффициента отражения существенно зависит от амплитуды нагрузки в начальном сечении. С увеличением амплитуды нагрузки коэффициент отражения сначала увеличивается до величины, существенно большей двух, затем падает. При малых давлениях в вязких средах его величина может быть меньше двух.

2. Увеличение объемного содержания воздуха α_1 приводит к увеличению коэффициента отражения.

3. При достаточной длительности нагрузки в начальном сечении преграда испытывает последовательное воздействие нескольких отраженных волн. При увеличении давления вследствие возрастания скорости распространения волн число таких воздействий увеличивается.

4. После отражения волн сжатия в среде могут возникать области отрицательного давления, приводящие к разрыву сплошности.

5. Скорость распространения максимума давления отраженной волны почти на порядок превосходит скорость максимума в падающей волне и может превосходить скорость звука в чистой жидкости.

Автор выражает благодарность Ю. А. Созоненко за обсуждение и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляхов Г. М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М.: Недра, 1974.
2. Ляхов Г. М., Сулганов К. С. Взаимодействие волны в вязкопластической среде с преградой. — ПМТФ, 1978, № 4.
3. Якимов Ю. Л., Ерошин В. А., Романенков Н. И. Моделирование движения тела в воде с учетом ее сжимаемости. В кн.: Некоторые вопросы механики сплошной среды. М., Изд-во Моск. ун-та, 1978.

Москва

Поступила в редакцию
16.XI.1979