

T_n получается существенно ниже, чем в конической с $\theta=3.5^\circ$. Так, при относительном диаметре выпускного отверстия $d_c/d_j \approx 0.2$ максимальный прирост температуры $(T_n - T_0)$ в конической полости с $\theta=3.5^\circ$ был выше по сравнению с цилиндрической примерно в 2.5 раза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sprenger H. Über thermische Effekte in Resonanzrohren. Mitt. Inst. Aerodynamik. Zurich, 1954, № 21.
2. Купцов В. М., Остроухова С. И., Филиппов К. Н. Пульсации давления и нагрев газа при втекании сверхзвуковой струи в цилиндрическую полость. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 5.
3. Ву, Островски, Нимех, Ли. Экспериментальное исследование цилиндрического резонатора. Ракетная техника и космонавтика, 1974, т. 12, № 8.
4. Ануфриев В. М., Комаров В. В., Купцов В. М., Мельников Д. А., Сергиенко А. А. Дискретная составляющая в спектре шума сверхзвуковых струй. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5.
5. Исакович М. А. Общая акустика. М., «Наука», 1973.

Москва

Поступила в редакцию
19.VI.1979

УДК 533.6.011.72

ВОЗРАСТАНИЕ ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ В ТЕПЛОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ПО НЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

АКИМОВ А. И., ПИСКАРЕВА М. В., ШУГАЕВ Ф. В.

Усиление слабых возмущений после прохождения через ударную волну отмечено в [1]. В [2] рассчитано возрастание градиента плотности за ударной волной при ее распаде на границе слабой неоднородности. В [3] экспериментально показано возрастание амплитуды акустических возмущений при встречном взаимодействии их с ударной волной.

В данной работе измерено распределение плотности за ударной волной, распространяющейся по покоящемуся газу с убывающей плотностью (давление постоянно). Экспериментально обнаружено возрастание абсолютного значения градиента плотности внутри тепловой неоднородности при распространении по ней ударной волны. Экспериментальные данные хорошо согласуются с расчетом, сделанным в предположении, что относительное изменение плотности вдоль неоднородности мало. В отличие от [1] при расчете учтены квадратичные члены.

Эксперименты выполнены в ударной трубе прямоугольного сечения размером $28,5 \times 28,5$ мм². Длина камеры низкого давления равна 0,9 м, камеры высокого давления — 0,45 м. В качестве рабочего газа использован воздух, толкающего — гелий. Числа Маха ударной волны изменялись в интервале $M=1,9-2,4$. Начальное давление в рабочей секции равно 110 торр. Рабочая секция ударной трубы снабжена кварцевыми окнами. Область с градиентом плотности в рабочей секции создается с помощью нагревателя. Торец его, обращенный к потоку, представляет собой квадрат сечением 27×27 мм². Температура нагревателя меняется в зависимости от силы тока, проходящего через обмотку нагревателя. Время прогрева составляет 10–20 с.

Скорость проходящей ударной волны измеряется по теневой фоторазвертке [2], а также с помощью пьезодатчиков, сигналы от которых через повторитель и усилитель подаются на частотомер типа ЧЗ-33. Для измерения плотности газа был сконструирован и изготовлен многолучевой интерферометр типа Фабри — Перо с клинообразным положением зеркал. Источником света служит импульсный рубиновый ОКГ с модулированной добротностью, позволяющий получать снимки отдельных стадий процесса. Модуляция добротности осуществляется с помощью пассивного затвора на основе красителя. В зависимости от напряжения, подаваемого на лампы накачки, и концентрации раствора красителя получают от одного до пяти импульсов излучения длительностью порядка 10^{-8} с каждый. Съемка производится фоторегистратором ЖФР-1. Для исключения влияния паразитного света перед объективом фоторегистратора установлен красный светофильтр. Оптическая система такова. Пучок света от ОКГ расширяется до пятна размером в 50 мм и попадает в интерферометр. Затем с помощью сопрягающего объектива он направляется на вход фото-

регистратора. В фокусе объектива расположена диафрагма для улучшения контрастности интерференционных полос и формирования теневой картины. Коэффициент увеличения оптического изображения на пленке равен 0,7.

Схема синхронизации вспышки ламп накачки ОКГ с моментом прохождения ударной волны через тепловую неоднородность содержит пьезодатчик, блок задержки и триггер.

При обработке интерферограмм как сама неоднородность, так и течение за проходящей ударной волной считались плоскими, поскольку нагреватель перекрывает почти все сечение трубки. Кроме того, из снимков видно, что фронт волны становится слегка искривленным и наклонным лишь в непосредственной близости от нагревателя (на расстоянии 2–3 мм от него). Эта область при обработке не рассматривалась.

Плотность газа рассчитывалась по формуле $\Delta\rho = 2sd/k\lambda$, где λ – длина волны рубинового ОКГ, s – относительное смещение интерференционной полосы, d – поперечный размер неоднородной области, k – постоянная Гладстона – Дейла.

В результате обработки интерферограмм получено распределение плотности вдоль неоднородности до прихода ударной волны и распределение плотности за волной, распространяющейся по неоднородному газу. Из фоторазверток найдено, что число Маха ударной волны при ее движении по неоднородности с данным распределением плотности практически не меняется. Типичные интерферограммы показаны на фиг. 1. Нагреватель находится слева. Первый снимок представляет собой интерферограмму неоднородности в отсутствие волны. На последующих снимках видна падающая ударная волна. Промежутки времени между вторым и третьим снимком равен 24 мкс, между третьим и четвертым – 9 мкс. Вне неоднородной области ударная волна является плоской, плотность за ней постоянна. Вблизи нагревателя за фронтом ударной волны возникает сильный градиент плотности, в несколько раз превышающий градиент плотности перед ударной волной. Начальный градиент плотности перед волной составлял около $3 \cdot 10^{-4}$ г/см⁴.

Для того чтобы сравнить распределение плотности за ударной волной, найденное из эксперимента, с теоретическим, был произведен расчет движения ударной волны по неоднородной области в одномерном случае. Пусть $\rho_1(a) = \rho_0 = \text{const}$ при $a \leq 0$, $\rho_1(a) = \rho_0 + \delta\rho_1(a)$ при $a > 0$, где $\delta\rho_1 \leq 0$, $\delta\rho_1(0) = 0$. Здесь a – лагранжева координата, индекс 1 относится к состоянию перед волной. Будем считать неоднородность слабой: $|\delta\rho_1|/\rho_0 \ll 1$, что соответствует условиям опытов. Представим плотность ρ_2 и давление p_2 за волной, а также число Маха M волны в виде

$$\begin{aligned} \rho_2(a, t) &= \rho_{20} + \delta\rho_2(a, t) + \delta^2\rho_2(a, t) + \dots \\ p_2(a, t) &= p_{20} + \delta p_2(a, t) + \delta^2 p_2(a, t) + \dots \\ M(a_0) &= M_0 + \delta M(a_0) + \delta^2 M(a_0) + \dots \\ \rho_{20} &= \rho_2(0, 0), \quad p_{20} = p_2(0, 0), \quad M_0 = M(0). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь a_0 – координата фронта волны.

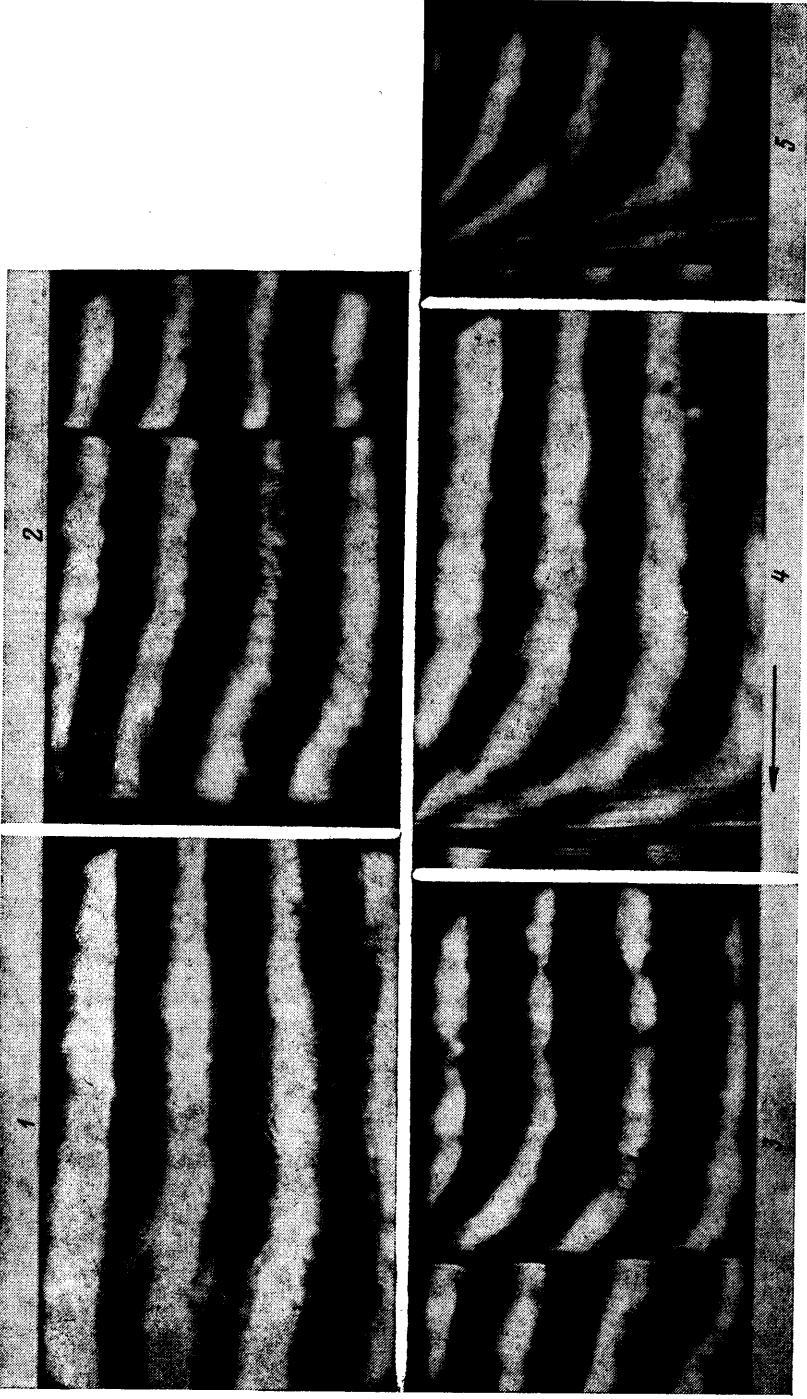
С учетом (1) найдем из уравнений движения и непрерывности в переменных Лагранжа

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \delta\rho_2}{\partial t^2} - \frac{c_2^2}{\varepsilon^2} \frac{\partial^2 \delta\rho_2}{\partial a^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \delta^2 p_2}{\partial t^2} - \frac{c_2^2}{\varepsilon^2} \frac{\partial^2 \delta^2 p_2}{\partial a^2} &= \frac{c_2^2}{\varepsilon^2} \left(\frac{\delta p_2}{p_2} + \frac{\delta\rho_2}{\rho_2} - 2 \frac{\delta\rho_1}{\rho_0} \right) \frac{\partial^2 \delta\rho_2}{\partial a^2} + \\ &+ \frac{\gamma+1}{\gamma p_2} \left(\frac{\partial \delta p_2}{\partial t} \right)^2 - \frac{c_2^2}{\varepsilon^2} \frac{1}{\rho_0} \frac{d \delta\rho_1}{da} \frac{\partial \delta p_2}{\partial a}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_0}{\rho_{20}} \end{aligned}$$

Здесь c_2 – скорость звука за волной при $a_0 \leq 0$.

Решение должно удовлетворять граничным условиям на контактной поверхности. Кроме того, необходимо учесть уравнение, описывающее изменение числа M вдоль луча [2, 4, 5]:

$$\begin{aligned} [2(2\gamma-1)M^4 + (\gamma+5)M^2 - \gamma + 1] \frac{1}{c_1} \frac{dM}{dt} &= - \frac{(\gamma+1)^2}{2\gamma} M^2 (M^2 - 1) \frac{1}{p_1} \frac{\partial p_2}{\partial a} - \\ - gM^2 (M^2 - 1) \frac{1}{c_1} \frac{dc_1}{da}, \quad g &= 2\gamma M^2 - \gamma + 1 \end{aligned}$$



Фиг. 1

С учетом квадратичных членов величина $\beta = \rho_2(a, t) / \rho_{20} - 1$ равна

$$\beta(a, t) = F(a, t), \quad a \geq 0; \quad \beta(a, t) = F(0, \tau), \quad \tau = t + \frac{a}{c_2} m, \quad a < 0$$

(2)

$$F(a, t) = A_1 h(a) + A_2 h^2(a) + A_3 h(\kappa) + A_4 h(a) h(\xi) +$$

$$+ A_5 h^2(\xi) + A_6 \int_0^a h(\alpha) h'(\eta) d\alpha + A_7 \int_0^a h(\alpha) h'(\zeta) d\alpha + A_8 \int_0^{\xi} h(\alpha) h'(\vartheta) d\alpha$$

$$\kappa = \xi + A_9(a_0 - a) h(\xi) + A_{10} \int_a^{\xi} h(\alpha) d\alpha + A_{11} \int_{\xi}^{a_0} h(\alpha) d\alpha$$

$$\xi = \frac{a + a_0 n_1}{1 + n_1}, \quad \eta = \frac{2\alpha + a(n_1 - 1)}{1 + n_1}, \quad \zeta = \frac{2\alpha + a_0 n_1 - a}{1 + n_1},$$

$$\vartheta = \frac{2(1 + n_1)\alpha + (a + a_0 n_1)(n_1 - 1)}{(1 + n_1)^2}$$

$$A_1 = 1 - \frac{2(\gamma - 1)(M_0^2 - 1)^3}{fg_0 z},$$

$$A_2 = - \frac{(\gamma - 1)(M_0^2 - 1)^3}{fg_0 z} \left\{ A_1 + \frac{M_0^2 - 1}{z^2} \left[1 + \frac{(3 - \gamma)M_0^4 + 2(\gamma - 1)M_0^2 + \gamma + 1}{2\sqrt{fg_0}} \right] + \right. \\ \left. + (n_2 - 1) \left(\frac{1}{2} - \frac{M_0^2 + 1}{z} \right) + \frac{1}{2fg_0 z} [(3M_0^2 + 1)fg_0 - 2M_0^2(M_0^2 - 1)(\gamma - 1)g_0 + 2\gamma f] \right\}$$

$$A_3 = \frac{2M_0^2(M_0^2 - 1)}{g_0 z}, \quad A_4 = A_1 A_3$$

$$A_5 = \frac{A_3}{2} \left\{ \frac{1 + 3M_0^2}{2z} - \frac{3}{2} - \frac{2(\gamma - 1)M_0^2(M_0^2 - 1)}{g_0 z} + \right. \\ \left. + \frac{M_0^2 - 1}{z^2} \left[1 + \frac{M_0^2(2(\gamma - 1)M_0^4 + (\gamma^2 - 2\gamma + 5)M_0^2 + 2(\gamma - 1))}{g_0 \sqrt{fg_0}} \right] \right\}$$

$$A_6 = - \frac{4(\gamma - 1)M_0^2(M_0^2 - 1)^3}{fg_0 z^2(1 + n_1)n_1} A_1, \quad A_7 = \frac{A_1 A_3}{2(1 + n_1)}, \quad A_8 = A_7 \left(\frac{4M_0^2}{n_1 z} - 1 \right)$$

$$A_9 = \frac{(\gamma + 1)M_0^2(M_0^2 - 1)}{\sqrt{fg_0 z}(1 + n_1)^2}$$

$$A_{10} = - \frac{1}{2(1 + n_1)} \left\{ 1 + \frac{2(\gamma - 1)(M_0^2 - 1)^3}{fg_0 z} \right\}, \quad A_{11} = \frac{n_1 + M_0^2}{z(1 + n_1)},$$

$$m = 1 - \frac{\gamma - 1}{2} A_3 h(\xi_0)$$

$$\xi_0 = \frac{n_1 a_0}{1 + n_1}, \quad n_1 = \sqrt{g_0/f}, \quad n_2 = \frac{(\gamma + 1)(M_0^2 - 1)}{\sqrt{fg_0}}, \quad f = 2 + (\gamma - 1)M_0^2, \quad g_0 = g(M_0)$$

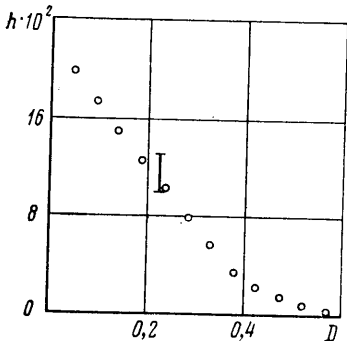
$$z = 1 + M_0^2 \left(1 + \frac{2}{n_1} \right), \quad h(a) = \frac{\delta \rho_1(a)}{\rho_0}, \quad h'(\eta) = \frac{dh}{d\eta}$$

$$x_2(a, t) = \frac{2(M_0^2 - 1)}{(\gamma + 1)M_0^2} a_0 + \frac{f}{(\gamma + 1)M_0^2} a +$$

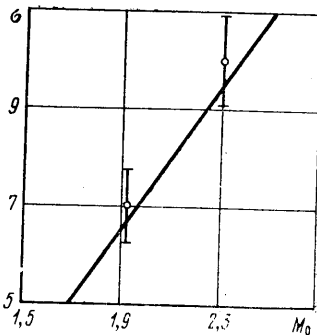
$$+ \frac{2(1+n_1)f(M_0^2-1)}{(\gamma+1)g_0z} \int_{\xi}^{a_0} h(\alpha) d\alpha - \frac{2(\gamma-1)(M_0^2-1)^3}{(\gamma+1)g_0zM_0^2} \int_a^{a_0} h(\alpha) d\alpha$$

$$t = \frac{a_0}{M_0c_0} + \frac{1+M_0^2/n_1}{M_0c_0z} \int_0^{a_0} h(\alpha) d\alpha, \quad c_0=c_1(0)$$

Величина x есть эйлера координата частицы. Из (2), в частности, следует, что для слабых ударных волн распределение плотности за волной подобно распределению плотности перед волной.



Фиг. 2



Фиг. 3

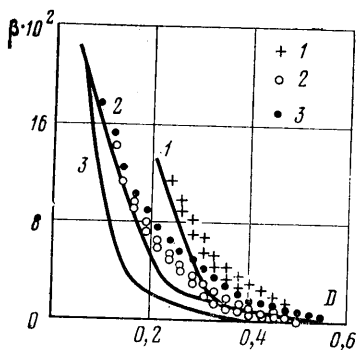
Профили плотности за волной рассчитаны для различных положений ударной волны. Функция h задавалась в виде полинома, аппроксимирующего экспериментальное распределение плотности по методу наименьших квадратов.

Из анализа интерферограмм следует, что в неоднородной области существует распределение плотности по высоте за счет конвекции.

Данные, приводимые ниже, относятся к точкам на оси трубы.

На фиг. 2 показано измеренное распределение величины h вдоль оси трубы. По оси абсцисс отложено расстояние до нагревателя $D=l/d$, отнесенное к поперечному размеру d ударной трубы.

На фиг. 3 нанесены экспериментальные значения (точки) отношения градиентов плотности $\sigma = \rho_{2x}/\rho_{1x}$ на фронте волны ($\rho_x = \partial\rho/\partial x$). Каждая из точек представляет собой среднее значение по нескольким экспериментам. Сплошная кривая — расчет по формуле



Фиг. 4

$$\frac{\rho_{2x}}{\rho_{1x}} = \frac{(\gamma+1)M_0^6}{f^2z} \times$$

$$\times \left\{ (\gamma-1)^2 M_0^2 - 5 + (\gamma+2) \left[\gamma+2 \left(1+f \sqrt{\frac{f}{g_0}} \right) \right] \right\}$$

соответствующей линейному приближению. Видно, что теоретические и экспериментальные значения хорошо совпадают друг с другом.

На фиг. 4 представлено распределение плотности за ударной волной при $M_0=1,9$ (1 и 2) и $M_0=2,3$ (3) для различных положений волны относительно нагревателя (точки — эксперимент, сплошные линии — расчет). Видно удовлетворительное совпадение расчета с экспериментом.

Таким образом, в проведенных экспериментах получены количественные данные по возрастанию градиента плотности внутри неоднородности при распространении по ней ударной волны. Экспериментальные значения хорошо согласуются с расчетом, выполненным для слабой неоднородности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mc Kenzie J. F., Westphal K. O. Interaction of linear waves with oblique shock waves.— Phys. Fluids, 1968, v. 11, No. 11.
2. Пискарева М. В., Шугаев Ф. В. Прохождение ударной волны через неоднородную область газа с распределением температуры или концентрации компонентов.— Вестн. МГУ, Сер. физ., астрофиз., 1978, т. 19, № 3.
3. Ибрагим М. А., Климов А. И., Шугаев Ф. В. Взаимодействие звуковых волн с ударной волной.— Акуст. ж., 1978, т. 24, вып. 4.
4. Шугаев Ф. В. О движении ударных волн в газе с переменными параметрами.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1976, т. 16, № 3.
5. Пискарева М. В., Шугаев Ф. В. О дифференциальных соотношениях на нестационарной ударной волне.— Изв. АН СССР, МЖТ, 1977, № 5.

Москва

Поступила в редакцию
25.XII.1979

УДК 533.6.011.8

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБТЕКАНИЯ СФЕРЫ В ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ ПРИ СВЕРХ- И ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

ХЛОПКОВ Ю. И.

В [1–8] разрабатывались численные методы решения кинетических уравнений, позволяющие рассчитывать аэродинамические характеристики осесимметричных тел в переходном режиме. За исключением [1], где проводился метод прямого статистического моделирования процесса обтекания (ПМ), работы были посвящены решению приближенных кинетических уравнений. Применение в основном модельных кинетических уравнений (МК) объясняется трудностями вычисления интеграла столкновений, стоящего в правой части уравнения Больцмана. Замена последнего приближенным выражением позволяет, как правило, избежать трудоемкого интегрирования по скоростному пространству и дает возможность решать модельные кинетические уравнения [2–6]. Основное отличие разработанных методик состоит в том, что в [2, 5, 6] алгоритм строится на основе регулярных численных схем, а в работах [3, 4, 7, 8] расчет соответствует статистической процедуре построения марковских траекторий. В данной работе используется статистический метод решения модельного уравнения Крукса в осесимметричном случае, используемый в [3, 4, 7, 8].

Особенность метода, основанного на том, что модельное уравнение предполагает равновесный вид функции распределения после столкновения, позволяет строить траектории частиц, не имея информации о функции распределения. Осевая симметрия течения при построении траекторий используется по методу [8], где дана оценка возникающих при этом погрешностей. В данной работе при количестве траекторий в итерации порядка 30–50 тысяч и размере ячейки 0,1–0,2 λ_∞ погрешность вычисления силы сопротивления колеблется около нескольких процентов (здесь λ_∞ — длина свободного пробега молекул в невозмущенном потоке). Точность же расчета поля течения, особенно вблизи осевой линии, существенно ниже, и погрешность может превышать 10%.

На основе сопоставления результатов данных расчетов с имеющимися решениями как кинетических, так и уравнений Навье – Стокса (NS) делается попытка (на примере обтекания сферы) проанализировать зависимость поведения коэффициента C_x сопротивления в переходном режиме от различных параметров течения. Проводится качественное сравнение с экспериментальными данными.

1. Рассматривается стационарное обтекание осесимметричного тела сверхзвуковым потоком разреженного газа. Поле течения в окрестности обтекаемого тела ограничивается конечной областью, на передней границе которой задается равновесная функция распределения

$$f_\infty = n_\infty (2\pi RT_\infty)^{-3/2} \exp[-(\xi - V_\infty)^2 / (2RT_\infty)]$$

Здесь n_∞ , V_∞ , T_∞ — плотность, массовая скорость и температура невозмущенного потока, ξ — скорость молекул, R — универсальная газовая постоянная.

На боковой и задней поверхности области ставится граничное условие отсутствия градиента функции распределения. На поверхности обтекаемого тела задается закон взаимодействия молекул с поверхностью. Так, в случае условия непротекания отражение от поверхности считается диффузным с температурой, равной температуре поверхности стенки

$$(1.1) \quad f_w = n_w (2\pi RT_w)^{-3/2} \exp[-\xi^2 / (2RT_w)]$$

Здесь n_w , T_w — плотность и температура отраженных от поверхности молекул, n_w определяется из условий протекания.