

4. Ackerberg R. C. On a non-linear theory of thin jets. Pt 2. A linear theory for small injection angles. J. Fluid Mech., 1968, vol. 33, pt 2 (рус. перев.: Аккерберг Р. К. Нелинейной теории тонких струй. Ч. 2.— Механика, Период. сб. перев. иностр. ст., 1969, № 5).
5. Павловец Г. А. Некоторые простейшие аналитические решения для плоских струйных течений с различными константами Бернулли в линейной постановке.— Тр. ЦАГИ, 1974, вып. 1632.
6. Белоцерковский П. М. Нелинейная задача о соударении плоских струй идеальной несжимаемой жидкости с разрывом течения на границе между струями.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1970, № 5.
7. Goldstein M. E., Braun W. H. Inviscid interpenetration of two streams with unequal total pressures.— J. Fluid Mech., 1975, vol. 70, pt 3.
8. Шурыгин В. М. Аэродинамика тел со струями. М.: Машиностроение, 1977.
9. Моисеев Б. Д., Рождественский Б. Л. Численное решение стационарных уравнений гидродинамики при наличии тангенциальных разрывов.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1970, т. 10, № 2.
10. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. И., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М.: Наука, 1964.
11. Лифшиц Ю. Б. О расчете трансзвукового обтекания симметричного профиля в свободной струе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 1.

Москва

Поступила в редакцию
1.XI.1979

УДК 532.526

ТЕЧЕНИЕ С ТЕПЛООБМЕНОМ ПРИ НАЛИЧИИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ НА СТЕНКЕ КОЛЬЦЕВОГО КАНАЛА

КОВАЛЕВ В. И., ЛУЦКИЧ В. Г., ЯКУБЕНКО А. Е.

Представлено решение задачи о ламинарном течении пара теплоносителя в кольцевом канале постоянного сечения при наличии пленки жидкости на внешней стенке и нагреве через внутреннюю стенку канала. Приведены результаты методического расчета для водяного пара. Дан анализ полученных результатов, позволивший установить ряд характерных особенностей процесса, в частности возможность существования автомодельного решения.

1. Рассматривается течение в кольцевом канале постоянного сечения, в котором осуществляется нагрев потока пара теплоносителя, поступающего в канал на входе, а также создаваемого путем испарения пленки с внешней стенки канала под действием теплового потока через внутреннюю стенку, служащую нагревателем. Эта задача имеет отношение к процессам в парогенераторах, работающих в режиме пленочного кипения [1].

Описание процессов течения и теплообмена предполагается проводить с помощью приближенных уравнений, справедливых при больших числах Рейнольдса [2, 3] и совпадающих по форме с уравнениями Прандтля для пограничного слоя.

Система уравнений движения, неразрывности и энергии при этом будет иметь следующий вид:

$$(1.1) \quad \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right)$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v) = 0$$

$$(1.4) \quad \rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

Здесь плотность ρ , удельная теплоемкость c_p , коэффициенты динамической вязкости μ и теплопроводности λ считаются известными функциями температуры T и давления p . Течение предполагается существенно дозвуковым (числом Маха $M \ll 1$), что позволяет не учитывать в уравнении энергии (1.4) член, связанный с вязкой диссипацией, а величины ρ , c_p , μ , λ полагать зависящими только от температуры при постоянном давлении. Влияние силы тяжести в уравнении движения (1.1) не учитывалось и возможность развития свободной конвекции не рассматривалась.

Граничные условия для системы уравнений (1.1)–(1.4) запишутся в следующем виде:

$$(1.5) \quad \begin{aligned} x=0, \quad T=T_0, \quad u=u_0, \quad p=p_0 \\ x>0, \quad r=R_1, \quad -\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right)_1 = q_1, \quad u=v=0 \\ r=R_2, \quad T=T_2, \quad u=u_2, \quad \xi \rho v = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right)_2 + q_2 \end{aligned}$$

Здесь q_1 и q_2 — удельные тепловые потоки на внутренней и наружной стенках канала, которые считаются заданными; q_1 — тепловой поток, который поступает через внутреннюю стенку, q_2 — отводится в систему охлаждения (в случае теплоизолированной стенки $q_2=0$). В общем случае тепловые потоки могут быть переменными по длине канала.

При определении радиальной скорости на стенках канала в граничных условиях (1.5) полагалось, что разность тепловых потоков, падающего на стенку и отводимого в систему охлаждения, идет на испарение пленки (ξ — теплота фазового перехода). Если тепловой поток, падающий на поверхность пленки, меньше отводимого в систему охлаждения, то на поверхности пленки идет конденсация.

Таким образом, система уравнений (1.1)–(1.4) с граничными условиями (1.5) при заданных зависимостях ρ , c_p , μ , λ от T позволяет решить задачу и найти распределения u , v , p , T .

Переходя далее к безразмерным переменным, в качестве характерных значений термодинамических и переносных свойств теплоносителя используем их значения ρ_0 , c_{p0} , μ_0 , λ_0 при температуре на входе в канал $T=T_0$. В качестве масштаба скорости примем скорость на входе в канал u_0 , а характерной длины — полуширину канала $h=0,5(R_2-R_1)$. Сделаем также замену радиальной координаты $r=y+R_1$, где новая переменная y отсчитывается от внутренней стенки щели, используем представление $r=\eta R_1$, где $\eta=1+0,5(\varepsilon-1)y/h$, $\varepsilon=R_2/R_1 \geq 1$.

2. Особенностью системы уравнений (1.1)–(1.4) с граничными условиями (1.5) является то, что входящий в уравнение (1.1) градиент давления заранее не известен, а должен быть определен в процессе решения.

Для решения этой системы уравнений применен метод, изложенный в работе [2] и позволяющий довольно просто находить градиент давления. В этой же работе показана справедливость уравнений (1.1)–(1.3) для расчета течения вязкой несжимаемой жидкости в плоской трубе в отсутствие вдува. Проведенное в [2] сравнение результатов расчета по приближенным уравнениям и по полным уравнениям Навье–Стокса дало удовлетворительное совпадение, начиная с $Re=50$. При больших числах Рейнольдса использование системы уравнений (1.1)–(1.4) представляется оправданным, хотя вопрос о влиянии вдува или отсоса (испарения и конденсации на стенках) на границы применимости системы остается открытым. Однако можно надеяться, что для каналов с большой относительной длиной и при наличии вдува или отсоса такой подход будет справедливым.

В отличие от работы [2] в данной расчетной схеме вместо радиальной скорости v использовалась функция тока Ψ

$$(2.1) \quad \rho \eta u = \partial \Psi / \partial y, \quad \rho \eta v = -\partial \Psi / \partial x$$

При этом уравнение движения (1.1) примет вид

$$(2.2) \quad \rho \eta \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} = -\eta \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

Аналогично можно преобразовать уравнение энергии (1.4).

Расчет полей скорости и температуры проводился относительно. При этом использовалась новая поперечная координата θ , так что $y=k(\theta)$. Функция $k(\theta)$ была выбрана таким образом, что в соотношении $\Delta y = k'(\theta) \Delta \theta$ шаг $\Delta \theta = \text{const}$, в то время как шаг Δy менялся от $2 \cdot 10^{-5}$ у стенок до 10^{-1} в центральной части канала.

Уравнения движения и энергии расписывались в конечных разностях с использованием расчетной сетки $0,1 \Delta x = \Delta \theta = 0,02$, что соответствует числу точек поперек канала $n=100$. Полученная система алгебраических уравнений решалась методом прогонки с итерациями. При этом с помощью первого уравнения (2.1) и граничных условий для Ψ на стенках находился градиент давления $P = -dp/dx$ примерно так, как это делалось в работе [2]. Сходимость итераций контролировалась по сходимости величины P , чтобы $(1 - P_{i-1}/P_i) \leq 10^{-2}$.

Кроме того, контроль счета осуществлялся путем сравнения в каждом сечении по длине канала мощности (потока энтальпии i) I , содержащейся в теплоносителе, определенной в соответствии с (2.3), и путем интегрирования уравнения энергии (1.4) по x от 0 до x и по y от 0 до 2 (2.4):

$$(2.3) \quad I = \int_0^2 \rho u i \eta \, dy$$

$$(2.4) \quad I = \Psi_2 - \frac{\xi}{\text{Re Pr}} (\Psi_2 - \Psi_0) + \frac{x}{\text{Re Pr}} (q_1 - \varepsilon q_2)$$

Здесь Ψ_0 — расход на входе в канал, $\Psi_1 = 0$, так как внутренняя стенка не содержит пленки, $\text{Pr} = \mu_0 c_p / \lambda_0$ — число Прандтля.

Различия значений I , определенных по (2.3) и (2.4), составляло не более 3% на длине $x \leq 500$.

3. В качестве примера выполнен расчет для водяного пара при следующих параметрах. Давление на входе в канал было выбрано $p_0 = 100$ атм с тем, чтобы можно было пренебречь абсолютным изменением давления и полагать свойства водяного пара (ρ, c_p, μ, λ) [4] зависящими только от температуры. Температура пара на входе в канал T_0 полагалась равной температуре насыщения $T' = 584$ К при указанном выше давлении. Число Рейнольдса было выбрано $\text{Re} = \rho_0 u_0 h / \mu_0 = 200$, отношение радиусов стенок канала $\varepsilon = R_2 / R_1 = 1.4$. Входящие в граничные условия (1.5) величины удельных тепловых потоков на внутренней и наружной стенках канала были приняты постоянными и равными соответственно $q_1 = 1$ и $q_2 = 0.1$. Температура поверхности пленки $T_2 = T_0 = T'$, скорость пленки $u_2 = 0$.

Результаты расчета представлены на фиг. 1–3. На фиг. 1 приведены профили скорости (сплошные линии) и температуры (пунктир) для сечений $x = 20, 100, 300, 500$ (линии 1–4 соответственно). На фиг. 2 — распределение линий тока (сплошные линии) и изотерм (пунктир) в меридиональной плоскости канала (цифры на рисунке соответствуют значениям $\Psi = 0,6; 1,2; 2,33; 2,5$ и $T = 1,2; 1,5; 1,8; 2$). Значение $\Psi_0 = 1 + \varepsilon = 2,4$ соответствует расходу пара на входе в канал. На фиг. 3 представлено изменение по длине канала градиента давления (a), радиальной скорости пара на поверхности пленки (b) и расхода пара (c).

Анализируя полученные результаты, можно отметить следующее. Особенностью проведенного расчета является то, что наружная стенка канала не является теплоизолированной. Утечка тепла через нее ($q_2 = 0,1$) обусловила на начальном участке канала наличие конденсации пара теплоносителя. Это видно на фиг. 3, b , где радиальная скорость пара на пленке при $x \approx 130$ меняет знак с положительного, соответствующего конденсации (область I), на отрицательный, соответствующий испарению (область II). Это иллюстрируется также зависимостью функции тока на наружной стенке $\Psi_2(x)$, соответствующей расходу пара по длине канала, имеющей минимум при той же координате. Градиент давления (фиг. 3, a) на начальном участке также ведет себя немонотонно, что связано с уменьшением расхода пара в канале.

Анализ профилей скорости и температуры (фиг. 1), а также распределения линий тока и изотерм (фиг. 2) в канале свидетельствует о том, что, начиная примерно с $x = 400$, тепловой режим в канале стабилизируется. Распределение температуры пара по сечению канала близко к линейному, скорость испарения с пленки (фиг. 3, b) постоянна, градиент давления (фиг. 3, a) и расход пара (фиг. 3, c) изменяются практически линейно по длине.

Это связано с тем, что система уравнений (1.1)–(1.4) допускает частные решения следующего вида. Вводя функцию тока, согласно (2.1) имеем

$$(3.1) \quad \Psi = F(r) + (x - x_0) \Phi(r), \quad u = U(r) + (x - x_0) V(r)$$

$$(3.2) \quad -\frac{dp}{dx} = P + (x - x_0) P_1, \quad T = t(r), \quad v = -\frac{\Phi}{r\rho}$$

$$(3.3) \quad F' = r\rho U, \quad \Phi' = r\rho V, \quad (r\lambda t')' + c_p \Phi t' = 0$$

$$(3.4) \quad r\rho UV - \Phi U' = P + (r\mu U)'$$

$$(3.5) \quad r\rho V^2 - V' = P_1 + (r\mu V)'$$

Здесь штрих означает производную по r , а величины x_0 , P и P_1 являются произвольными постоянными.

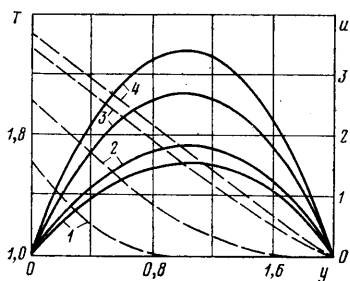
Граничные условия для системы (3.3)–(3.5) получаем из условий (1.5)

$$(3.6) \quad r=R_1, \quad U=V=\Phi=F=0, \quad -\lambda t' = q_1$$

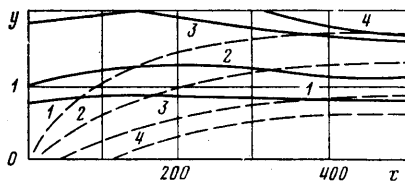
$$(3.7) \quad r=R_2, \quad U=V=0, \quad -\frac{\xi}{R_2} \Phi = \lambda t' + q_2, \quad F=F_0, \quad t=T_2$$

Эти граничные условия нуждаются в пояснениях. Величина F_0 есть расход жидкости в канале при $x=x_0$. Кроме того, функции F и Φ удовлетворяют уравнениям первого порядка, однако для них сформулированы граничные условия на обеих стенках канала. Таким образом, имеется два лишних условия, которым можно удовлетворить с помощью констант P и P_1 . Остается только одна неизвестная константа x_0 , относительно которой можно заметить следующее.

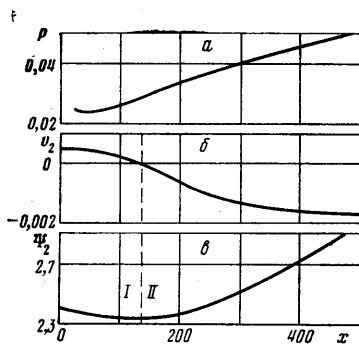
Из представлений (3.1), (3.2) следует, что искомое решение существует только в том случае, если при $x=x_0$ заданы условия специального типа: $\Psi=F(r)$, $u=U(r)$ и т. д. Заданные на входе в канал ($x=0$) начальные условия этим распределениям не удовлетворяют. Однако, как показывают расчеты, система уравнений «забывает» о начальных данных и выходит на решение (3.1)–(3.5). Расстояние от входа $x=x_0$, на котором эта перестройка происходит, заранее определена быть не может. В рас-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

смотренной выше задаче о нагреве водяного пара вследствие малости коэффициентов теплопроводности эта длина получалась достаточно большой и составила ~ 400 калибров.

Следует отметить, что система уравнений (3.3)–(3.5) может быть решена независимо. Решения этой системы можно найти из решения исходной системы (1.1)–(1.4), проведя обработку результатов расчета согласно формулам (3.1), (3.2) при $x \gg 400$. Отметим, что решения подобного вида ранее были построены и для других задач [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. Новосибирск: Наука, 1970.
2. Симуни Л. М. Движение вязкой несжимаемой жидкости в плоской трубе. — Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1965, т. 5, № 6.
3. Симуни Л. М. Движение вязкой проводящей жидкости в начальном участке плоского расширяющегося канала. — Магнитная гидродинамика, 1966, № 2.
4. Варафтик Н. В. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Физматгиз, 1963.
5. Berman A. S. Laminar flow in channels with porous walls. — J. Appl. Phys., 1953, v. 24, No. 9.

Москва

Поступила в редакцию
17.X.1979