

УДК 532.525.2.011

РАСЧЕТ СОУДАРЕНИЯ ПЛОСКИХ СТРУЙ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА,
ИМЕЮЩИХ РАЗЛИЧНЫЕ КОНСТАНТЫ БЕРНУЛЛИ

ЛУКЕРЧЕНКО Н. Н.

В последнее время большое внимание уделяется изучению вопроса о течениях с неодинаковыми скоростными напорами в разных областях, когда внутри потока находятся линии тангенциального разрыва скорости. Постановки таких задач содержатся, например, в работах [1, 2]. Исследование этой проблемы ведется по двум основным направлениям. К первому относятся приближенные аналитические методы, когда делаются предположения, допускающие линеаризацию задачи, или рассматриваются предельные случаи, для которых решение ищется путем представления неизвестных функций в виде рядов по степеням малого параметра ϵ . Вторым направлением является развитие численных методов.

В ряде работ изучаются течения, содержащие линии тангенциального разрыва скорости, в случае идеальной несжимаемой жидкости.

В работе [3] приводится решение задачи о вдуве двумерной струи в равномерный поток в предположении, что полный напор струи много больше полного напора потока. В [4] для этой же задачи производится линеаризация уравнений при дополнительном предположении о малости углов, образуемых направлением струи с направлением основного потока.

В [5] рассматриваются потенциальные плоские течения при различных полных напорах в струе и во внешнем потоке, когда в струе находятся гидродинамические особенности типа диполей или вихрей, а также струйные течения над криволинейной стенкой, симметричное обтекание кругового цилиндра струей при наличии внешнего потока. В этих задачах возмущения вблизи границ струй предполагаются малыми по сравнению с параметрами невозмущенного течения, а сама форма границ струй близкой к прямолинейной. В линейной постановке эти задачи сводятся к системам линейных интегральных уравнений, решения которых ищутся в виде бесконечных сходящихся рядов.

Характерными для приближенных аналитических методов исследования течений с различными константами Бернулли являются также работы [6, 7], в которых решение ищется в виде рядов по степеням малого безразмерного параметра ϵ . В [6] рассматривается столкновение двух струй, вытекающих из каналов и имеющих различные скоростные напоры. Исследуется случай, когда отношение скоростных напоров струй является малым параметром ϵ . Для определения каждого приближения приходится решать линейные сингулярные уравнения первого рода, причем были рассчитаны два первых приближения. В [7] рассматривалось втекание струи с полным давлением p_j в основной поток жидкости с полным давлением p_0 и модулем скорости на бесконечности v_0 в предельном случае

$$\frac{|p_j - p_0|}{\frac{1}{2}\rho v_0^2} = \epsilon \ll 1$$

Итерационный метод решения задач о струйных течениях в областях, ограниченных свободными линиями тока и полигональными участками в случае, когда в некоторых струях константы Бернулли отличны от констант Бернулли набегающего потока, применялся в [8].

Численный расчет стационарных течений в канале при наличии линий тангенциального разрыва скорости проведен в [9]. В качестве одного из семейств линий разностной сетки принимаются линии тока, и используется метод последовательных приближений.

В статье предлагается численный метод расчета стационарных плоских струйных течений, имеющих неодинаковые полные напоры в разных струях, в случае, когда среда идеальная, сжимаемая, течение — дозвуковое, адиабатическое и потенциальное в каждой отдельной струе. Особенности метода рассматриваются на примере конкретного расчета соударения двух свободных струй, текущих вдоль сторон клина. При этом линия раздела струй представляет собой линию тангенциального разрыва скорости. Приводятся результаты расчетов.

1. Основная трудность при изучении течений с различными константами Бернулли заключается в удовлетворении граничных условий на неизвестных заранее линиях тангенциального разрыва скорости. Задача существенно упрощается, если в качестве независимых переменных выбираются потенциал ϕ и функция тока ψ . Искомыми функциями считаются давление p , плотность ρ , модуль скорости v и угол θ наклона вектора скорости к положительному направлению оси x . Линия разрыва скорости L (фиг. 1, а) является для обеих струй линией тока, вдоль которой

функция тока ψ постоянна, поэтому в плоскости (φ, ψ) область течения имеет простой известный заранее вид (фиг. 1, б).

При переходе через линию L давление p и угол θ наклона скорости изменяются непрерывно, а модули скорости по разные стороны от нее определяются соотношениями:

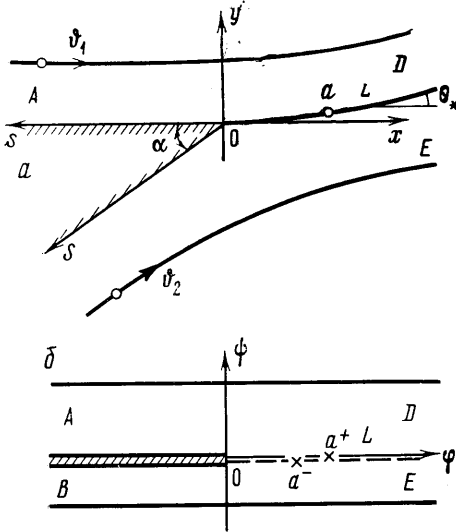
$$(1.1) \quad d\varphi^+ = v^+ ds, \quad d\varphi^- = v^- ds$$

$$(1.2) \quad \frac{d\varphi^+}{v^+} = \frac{d\varphi^-}{v^-}$$

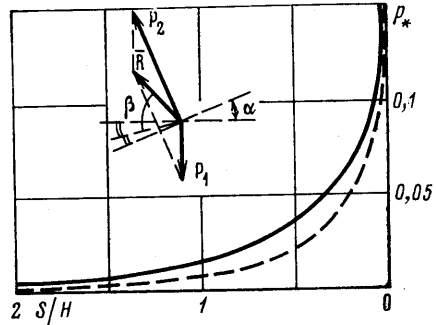
Здесь ds — элемент дуги линии L ; $d\varphi^+$, $d\varphi^-$ — приращение потенциала скорости соответственно сверху и снизу при перемещении на расстояние ds вдоль L ; v^+ , v^- — модули скорости соответственно сверху и снизу L .

На свободных поверхностях известно давление p_∞ , на твердых границах — угол θ наклона вектора скорости.

2. Для аппроксимации производных искомых функций применяется метод, изложенный в [10]. В переменных, которые обсуждались выше, он был ис-



Фиг. 1



Фиг. 2

пользован в [11] для расчета трансзвукового обтекания симметричного профиля в свободной струе. Наличие линий тангенциального разрыва скорости не позволяет применить непосредственно этот метод для расчета струйных течений с различными константами Бернулли в разных струях.

Граничные условия на линии L имеют вид

$$(2.1) \quad p^+(a) = p^-(a), \quad \theta^+(a) = \theta^-(a)$$

Здесь a — точка неизвестной линии раздела L в физической плоскости (фиг. 1, а).

При переходе к переменным φ, ψ линия L отображается в положительную полуось φ и раздваивается: одной и той же точке a линии L в физической плоскости (фиг. 1, а) соответствуют две различные точки a^+ и a^- в плоскости (φ, ψ) (фиг. 1, б). Связь между точками a^+ и a^- определяется соотношением (1.2). Разностную сетку предлагается строить следующим образом. Для одной из струй, например для верхней, разностная сетка строится заранее и остается неизменной во время расчета, а для нижней струи она перестраивается на каждом шаге по времени в соответствии с формулой (1.2). Это позволяет использовать на линии тангенциального разрыва скорости граничные условия (2.1).

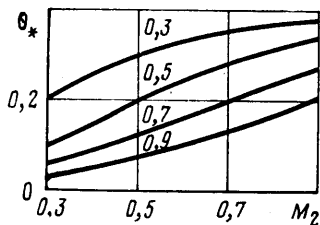
3. На фиг. 2 приведено распределение давлений $p^* = (p - p_\infty) / p_\infty$ вдоль щек клина с углом раствора α для следующих параметров течения: $\alpha = 0,4$, $H_2 = 1,0$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 1,4$, $\rho_\infty = 1,0$, $M_1 = 0,8$, $M_2 = 0,5$. Здесь H_2 — безразмерная ширина нижней струи на бесконечности (линейные размеры отнесены к ширине H верхней струи на бесконечности), γ_1, γ_2 — показатели адиабаты соответственно для верхней и нижней струй, ρ_∞ — безразмерная плотность невозмущенной нижней струи (плотность отнесена к плотности невозмущенной верхней струи), M_1 и M_2 — числа Маха невозмущенных соответственно верхней и нижней струй. Значения давлений отнесены к значениям давлений p_∞ в невозмущенных струях, которые взяты одинаковыми для обеих струй.

Из фиг. 2 видно, что уже на расстоянии около 2,0 от начала координат течение в струях можно считать невозмущенным. Значения давления для нижней щęki кли-

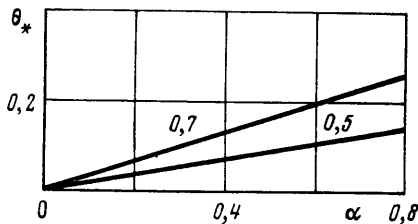
на, вдоль которой течет струя с меньшей константой Бернулли, выше значений давления в соответствующих точках для верхней щеки. Это приводит к тому, что сила P_2 , действующая на нижнюю щеку клина, по модулю больше соответствующей силы P_1 , действующей на верхнюю щеку. Эти силы определяются по формуле:

$$P = - \int_S (p - p_\infty) n \, d\sigma$$

Здесь n — единичный вектор нормали к щеке клина, направленный внутрь жидкости. Равнодействующая R сил P_1 и P_2 , действующих на клин со стороны жидкости, в отличие от случая $M_1 = M_2$ направлена в сторону струи с большим числом Маха



Фиг. 3



Фиг. 4

и составляет с биссектрисой клина угол β (фиг. 2), который тем больше, чем больше M_1 , если M_2 фиксировано, причем

$$\beta = 1/2\alpha + \text{arctg}(-P_y/P_x)$$

где P_x, P_y — проекции на оси координат силы, действующей на клин со стороны жидкости.

Таким образом, использование струй с различными константами Бернулли создает принципиальную возможность управлять силой, действующей на клин, за счет подбора нужным образом констант Бернулли в обеих струях.

По найденному распределению давлений вдоль щек клина можно найти значения проекций на оси координат силы, действующей на клин со стороны жидкости P_x и P_y :

$$P_x = -|P_2| \sin \alpha, \quad P_y = -|P_1| + |P_2| \cos \alpha$$

Эти же силы можно найти проще: используя уравнение количества движения при значении угла θ_* асимптотического наклона струй (фиг. 1, а), найденном в результате расчета, и заданных параметрах течения на бесконечности. Поэтому значение θ_* является одной из наиболее важных характеристик рассматриваемого течения.

На фиг. 3 изображены зависимости θ_* от значений числа Маха M_2 (для чисел Маха верхней струи $M_1 = 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$). Графики $\theta_* = \theta_*(M_2)$ имеют точку перегиба при $M_2 = M_1$ ($\theta_* = 1/2\alpha$).

На фиг. 4 представлены зависимости угла θ_* от угла α раствора клина для $M_1 = 0,9$ и $M_2 = 0,5; 0,7$. При значениях α от 0 и вплоть до 0,8 ($\sim 45^\circ$) они практически линейны, поэтому для расчета θ_* в указанном диапазоне α достаточно знать θ_* для одного значения α из этого интервала, например для $\alpha = 0,4$, которое можно взять из графика на фиг. 3. Предложенный метод может быть обобщен на струйные течения, содержащие несколько линий тангенциального разрыва скорости.

В заключение автор благодарит В. П. Карликова за полезные обсуждения результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Новые методы и новые направления механики сплошной среды. — В кн.: Нерешенные задачи механики и прикладной математики. М., 1977.
2. Ting L., Ruger C. Oblique injection of a jet into a stream. — AIAA Journal, 1965, vol. 3, No. 3. 534–536 (рус. перев.: Тинг Л., Руджер. Вдув струи под углом к основному потоку. — Ракетная техника и космонавтика, 1965, т. 3, № 3).
3. Ackerberg R. C. On a non-linear theory of thin jets. Pt 1, — J. Fluid Mech., 1968, vol. 31, pt 3 (рус. перев.: Аккерберг Р. К нелинейной теории тонких струй. Ч. 1. — Механика, Период. сб. перев. иностр. ст., 1969, № 5).

4. Ackerberg R. C. On a non-linear theory of thin jets. Pt 2. A linear theory for small injection angles. J. Fluid Mech., 1968, vol. 33, pt 2 (рус. перев.: Аккерберг Р. К. Нелинейной теории тонких струй. Ч. 2.— Механика, Период. сб. перев. иностр. ст., 1969, № 5).
5. Павловец Г. А. Некоторые простейшие аналитические решения для плоских струйных течений с различными константами Бернулли в линейной постановке.— Тр. ЦАГИ, 1974, вып. 1632.
6. Белоцерковский П. М. Нелинейная задача о соударении плоских струй идеальной несжимаемой жидкости с разрывом течения на границе между струями.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1970, № 5.
7. Goldstein M. E., Braun W. H. Inviscid interpenetration of two streams with unequal total pressures.— J. Fluid Mech., 1975, vol. 70, pt 3.
8. Шурыгин В. М. Аэродинамика тел со струями. М.: Машиностроение, 1977.
9. Моисеенко Б. Д., Рождественский Б. Л. Численное решение стационарных уравнений гидродинамики при наличии тангенциальных разрывов.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1970, т. 10, № 2.
10. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. И., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М.: Наука, 1964.
11. Лифшиц Ю. Б. О расчете трансзвукового обтекания симметричного профиля в свободной струе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 1.

Москва

Поступила в редакцию
1.XI.1979

УДК 532.526

ТЕЧЕНИЕ С ТЕПЛООБМЕНОМ ПРИ НАЛИЧИИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ НА СТЕНКЕ КОЛЬЦЕВОГО КАНАЛА

КОВАЛЕВ В. И., ЛУЦКИЧ В. Г., ЯКУБЕНКО А. Е.

Представлено решение задачи о ламинарном течении пара теплоносителя в кольцевом канале постоянного сечения при наличии пленки жидкости на внешней стенке и нагреве через внутреннюю стенку канала. Приведены результаты методического расчета для водяного пара. Дан анализ полученных результатов, позволивший установить ряд характерных особенностей процесса, в частности возможность существования автомодельного решения.

1. Рассматривается течение в кольцевом канале постоянного сечения, в котором осуществляется нагрев потока пара теплоносителя, поступающего в канал на входе, а также создаваемого путем испарения пленки с внешней стенки канала под действием теплового потока через внутреннюю стенку, служащую нагревателем. Эта задача имеет отношение к процессам в парогенераторах, работающих в режиме пленочного кипения [1].

Описание процессов течения и теплообмена предполагается проводить с помощью приближенных уравнений, справедливых при больших числах Рейнольдса [2, 3] и совпадающих по форме с уравнениями Прандтля для пограничного слоя.

Система уравнений движения, неразрывности и энергии при этом будет иметь следующий вид:

$$(1.1) \quad \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right)$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v) = 0$$

$$(1.4) \quad \rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$