

УДК 532.517.4:551.465.11

О ХАРАКТЕРЕ ИЗМЕНЧИВОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ АСИММЕТРИИ И ЭКСЦЕССА ДЛЯ СРЕДНЕМАСШТАБНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ СКОРОСТИ В ОКЕАНЕ

ЧИГРАКОВ К. И.

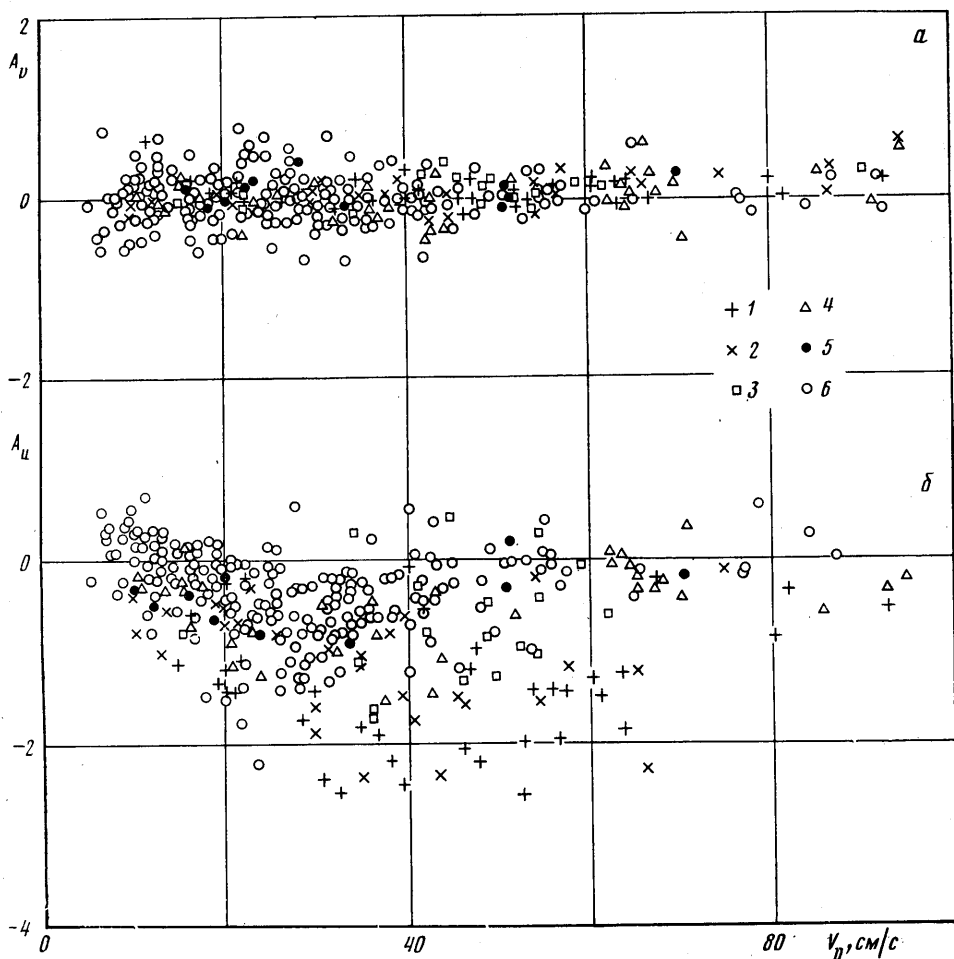
Коэффициенты асимметрии и эксцесса являются безразмерными достаточно информативными статистическими характеристиками исследуемого физического параметра и определяются центральными нормированными моментными моментами распределения соответственно третьего и четвертого порядков.

В подавляющем большинстве публикаций, посвященных исследованиям тех или иных аспектов статистического режима среднемасштабных флуктуаций поля скорости в океане или атмосфере, приводятся оценки статистических характеристик для составляющих вектора на параллель и меридиан. Этот факт обусловлен, по-видимому, неоправданным распространением исходных положений теории локально изотропной турбулентности на средне- и даже крупномасштабную турбулентность. Сущность постулатов этой теории состоит в том [1], что конечномерные распределения вероятностей для разностных скоростей предполагаются инвариантными относительно вращений и зеркальных отображений системы координат и независимыми от характерной скорости потока. Анализ экспериментальных результатов, особенно за последнее десятилетие, показывает, что предсказания упомянутой теории даже для мелкомасштабной турбулентности вовсе нельзя считать «прекрасно оправдавшимися», как об этом иногда пишут. Например, не подтверждается очевидное следствие о равенстве эйлеровых дисперсий продольной (относительно средней скорости) и горизонтальной поперечной составляющих, не говоря о моментах более высокого порядка. В то же время целенаправленной проверки независимости указанных распределений или отдельных моментов этих распределений от характерной, например средней скорости потока, не проводилось вообще. В связи с вышесказанным распространение постулатов теории локально-изотропной турбулентности на среднемасштабную океаническую турбулентность является необоснованным априори и, как показывают экспериментальные оценки [2], неадекватным тому, что в действительности происходит в природе. В частности, необосновано предположение о том, что горизонтальные флуктуации вектора скорости в океане одинаковы во всем направлении, и, следовательно, достаточно найти оценки для составляющих пульсационного вектора скорости на параллель и меридиан.

Наличие существенной анизотропии флуктуаций горизонтального вектора скорости [2] делает очевидным, что, пользуясь «географической» методикой даже в случае стабильных по направлению квазистационарных потоков, но различным образом ориентированных относительно меридиана, при совершенно одинаковой статистической структуре этих потоков, можно получить (как это часто и делается) ложные представления об исследуемом явлении и сделать неадекватные природе выводы.

Например, если в некоторой точке океана угол между направлением квазистационарного вектора скорости и меридианом $\varphi_R = 45^\circ$ в течение всего времени наблюдения, а полуоси эллипса рассеяния, соответствующие средним квадратическим отклонениям поперечной составляющей σ_φ и продольной составляющей σ_λ , относятся как 2:1, то отношение среднеквадратических отклонений широтной σ_φ и зональной σ_λ составляющих будет равно единице. На основании этого часто делается вывод о подтверждении постулата об изотропии горизонтальных среднемасштабных флуктуаций скорости в океане. С другой стороны, если в каких-либо точках океана (или в той же самой, но в другое время) направление рассматриваемого потока ориентировано на север ($\sigma_\varphi = 0,5\sigma_\lambda$) или на восток ($\sigma_\varphi = 2\sigma_\lambda$), то можно сделать заключение о наличии причин, приводящих к подобному «различию», тогда как, с точки зрения геометрических принципов инвариантности, все три случая совершенно идентичны.

Если, согласно гипотезе, предложенной в [3], среднемасштабная структура турбулентного поля скорости, оставаясь неизменной по отношению к φ_R , непрерывно перестраивается относительно меридиана в соответствии с эволюцией φ_R , то использование географической методики в принципе некорректно, так как противоречит принципу инвариантности, связанному с поворотом системы координат [4]. Например, можно получить ложное подтверждение горизонтальной изотропии по информации о σ_φ и σ_λ , если за время измерений вышерассмотренный эллипс вместе с φ_R равномерно поворачивается на 90° . Очевидно, что подобное переопределение имеет место и при оценке статистических характеристик, связанных с третьими, четвертыми и т. д. моментами распределений широтных и зональных составляющих случайного вектора. Следовательно, «законы» распределения подобных характеристик (см. [5, 6]) ложны, так как «...закон природы считается правильным лишь при условии, если постулируемые им корреляции согласуются с принятыми принципами инвариантности» [7].



Фиг. 1

Настоящая работа предпринята с целью изучения свойств и особенностей ансамблей $\{A_{u,i}\}$, $\{E_{u,i}\}$, $\{A_{v,i}\}$, $\{E_{v,i}\}$, т.е. коэффициентов асимметрии A и эксцесса E соответственно для продольной и поперечной (относительно φ_k) составляющих пульсационного вектора скорости. Методика определения временных последовательностей $\{u_i\}$ и $\{v_i\}$, не противоречащая принципам инвариантности, изложена в [3]. Там же введено понятие скорости доминирующего течения V_D . Оценка V_D , определяемая как среднее значение модуля квазистационарного вектора скорости $V_{k,j}$ за период наблюдения ($V_D = \langle |V_{k,j}| \rangle$), является оценкой фоновых условий по отношению к оценкам статистического режима пульсационных составляющих, более адекватной, чем обычно употребляемый в аналогичных ситуациях модуль среднего вектора скорости.

Оценки коэффициентов асимметрии и эксцесса определялись стандартным способом: $A = m_3/\sigma^3$, $E = m_4/\sigma^4$, где m_3 , m_4 — соответственно третий и четвертый центральные моменты, а σ — среднее квадратическое отклонение исследуемого параметра. Период скользящего осреднения фильтра, использовавшегося для формирования последовательностей $\{u_i\}$ и $\{v_i\}$, брался равным 24 час. 50 мин. с целью полного исключения из квазистационарного вектора скорости приливных полусуточных изменений.

В качестве исходной информации об изменчивости горизонтального вектора скорости использовались инструментальные данные, зарегистрированные с помощью вертушек БПВ-2 на многосуточных заякоренных буйковых станциях в разные годы и сезоны в различных районах Атлантического, Тихого и Индийского океанов при разнообразных гидрометеорологических условиях на глубинах от 25 до 1600 м, считая от поверхности океана.

Экспериментально уточнялось возможное влияние приливных полусуточных составляющих на количественные оценки коэффициентов асимметрии и эксцесса, хотя и принято считать, что вследствие сугубо детерминированного характера приливных составляющих их корреляция с остальной пульсационной частью несущественна. Для этого выбирались реализации с наиболее ярко выраженными приливными гармониками, так чтобы длительность реализаций была не только кратна периоду полусуточных колебаний, т. е. 12 час 25 мин (что всегда специально обеспечивалось при массовой обработке), но и отличалась от таковой на $\pm 1, \pm 2, \dots, \pm 6$ час либо в начале, либо в конце реализации. Отклонения оценок A и E для таких удлинненных (или укороченных) рядов от вычисленных по реализациям со стандартной длительностью составляли всего несколько процентов. Таким образом, эффект положительного или отрицательного вклада довольно мощной гармоники в течение целого полуцикла (или долей полуцикла) оказывается действительно неощутимым, если принять во внимание, что различия оценок A и E по множеству, т. е. от реализации к реализации, достигают (как будет показано ниже) сотен процентов.

Множества оценок коэффициента анизотропии $\{\alpha_i\} = \{\sigma_u, i^2 / \sigma_v, i^2\}$ и скорости доминирующего течения $\{V_{D, i}\}$ обнаруживают корреляционную связь

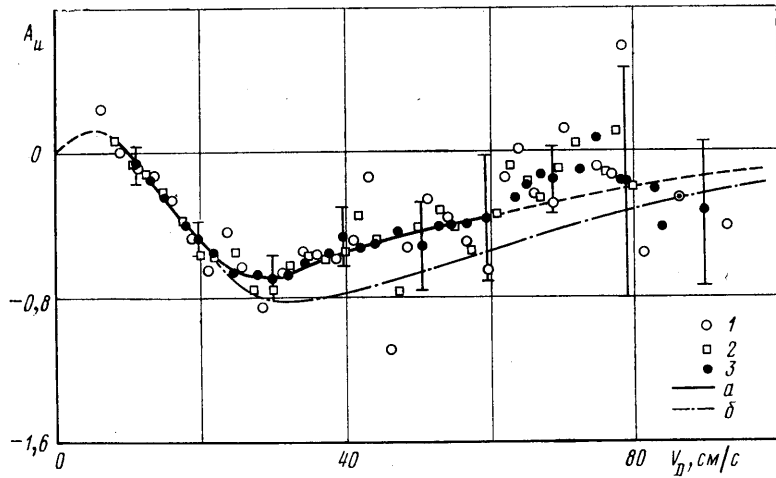
$$(1) \quad \alpha = (1 + bV_{D*}) (1 + bV_{D*}^2)^{-1}$$

где $V_* \approx 10$ см/с, $V_{D*} = V_D / V_*$, а b — безразмерный параметр порядка единицы. В связи с этим множества оценок $\{A_{u, i}\}$, $\{E_{u, i}\}$, $\{A_{v, i}\}$ и $\{E_{v, i}\}$ сопоставлялись с ансамблем соответствующих им оценок $\{V_{D, i}\}$. Каждое множество содержало по 391 элементу. Как отмечалось выше, рассматриваемые оценки, особенно E_u , характеризуются большим разбросом, например $E_{u, \max}$ превышает $E_{u, \min}$ почти на два порядка. По этой причине множества $\{A_{u, i}\}$, $\{E_{u, i}\}$, $\{A_{v, i}\}$, $\{E_{v, i}\}$, и $\{V_{D, i}\}$ были условно разделены на три класса по критерию E_u и $E_{v, i}$ (оценка коэффициента эксцесса для модуля пульсационного вектора скорости, не рассматриваемого в данной работе). В подмножества первого класса вошли соответствующие оценки, для которых $E_u < 7,5$ и $E_{v, i} < 7,5$, т. е. оценки, превышающие значение E для нормального закона не более, чем в 2,5 раза. В подмножества второго класса вошли оценки, для которых $E_u < 12$ и $E_{v, i} < 12$ (соответственно не более чем в 4 раза). Оценок 1-го класса оказалось 322 (~82,3%), 2-го 362 (~92,6%), остальные 29 оценок каждого подмножества ($E_u > 12$ или $E_{v, i} > 12$) из дальнейшего анализа исключены как соответствующие наблюдениям, в период проведения которых статистический режим поля скорости подвергался сильным возмущениям.

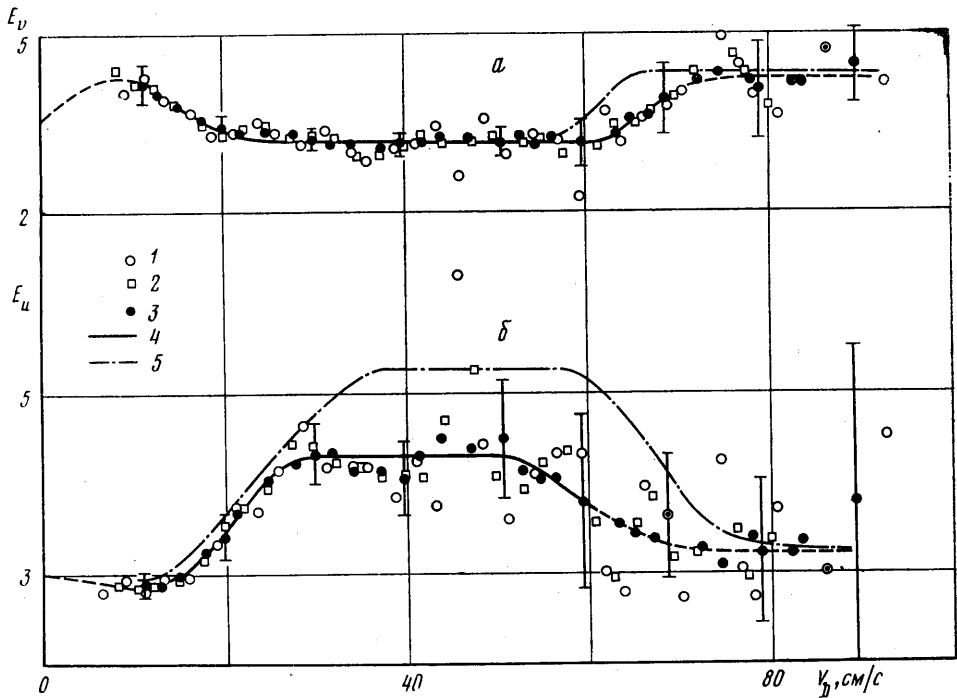
Из соображений симметричности распределения поперечной составляющей пульсационного вектора скорости следует ожидать, что A_v должна быть равной нулю при любых скоростях, что и подтверждается экспериментом (фиг. 1, а). Здесь 1–6 значения A_v на глубинах 25, 50, 75, 100, 125 и 150–1600 м от поверхности океана соответственно. Например, среднее значение $\langle A_{v, i} \rangle$ для подмножества первого класса составляет всего +0,013. Средние значения $\langle A_{v, i} \rangle_k$ для отдельных областей этого подмножества, соответствующих выделенным интервалам подмножества $\{V_{D, i}\}$ того же класса, приведены в таблице.

k	$\{V_{D, i}\}_k$, см/с	$\langle A_{v, i} \rangle_k$	ϵ_k	n_k
1	5–15	-0,003	0,068	66
2	15–25	0,038	0,054	87
3	25–35	-0,001	0,059	67
4	35–45	-0,030	0,063	42
5	45–55	0,007	0,058	28
6	55–65	0,074	0,095	13
7	65–75	0,058	0,171	9
8	75–85	-0,001	0,168	5
9	85–95	0,174	0,237	4

Здесь же приводятся количество элементов n_k для каждой области $\{A_{v, i}\}_k$ и значения полуширины доверительного интервала ϵ_k при уровне значимости (по распределению Стюдента), равном 0,05. Последнее означает, что с доверительной вероятностью, равной 0,95, истинное среднее значение $\langle A_v \rangle$ отличается от выборочных средних для заданных областей, на величину, не превышающую ϵ_k . Приведенные данные позволяют считать, что среднее по вероятности значение A_v для всего рассматриваемого диапазона V_D тождественно равно нулю. Для подмножества $\{A_{v, i}\}$ второго класса получаются результаты, практически не отличающиеся от рассмотренных.



Фиг. 2



Фиг. 3

Априори трудно обосновать преимущество того или иного предположения о характере поведения A_u , если не принимать следствия из постулатов теории локально изотропной турбулентности о том, что A_u должна быть одинаковой с A_v и, следовательно, тоже практически нулевой при любых V_D . Сопоставление множеств $\{A_{u,i}\}$ и $\{V_{D,i}\}$, отображающее одно из свойств, присущих среднemasштабным флуктуациям скорости различных районов Мирового океана, приведено на фиг. 1, б. Сравнение фигур 1, а и б не позволяет сделать заключение об идентичности корреляционных связей множества $\{V_{D,i}\}$ с $\{A_{u,i}\}$ и с $\{A_v,i\}$. Даже без дополнительной обработки очевидно, что при малых V_D асимметрия A_u положительна, при $V_D \approx 10$ см/с она переходит через нуль и остается далее существенно отрицательной при возрастании V_D , хотя и уменьшается затем по абсолютной величине.

В целях уточнения корреляционной связи A_u и V_D подмножества $\{V_{D,i}\}$ первого и второго классов разбивались на интервалы шириной в 2,5 см/с (5,0–7,5; 7,5–10,0 и т. д.), в 5 см/с (5,0–10,0; 7,5–12,5 и т. д.) и 10 см/с (5,0–15,0; 7,5–17,5 т. д.). Для каждого k -го интервала определялись выборочные оценки $\langle V_{D,i} \rangle_{k,1}$; $\langle V_{D,i} \rangle_{k,2}$; $\langle V_{D,i} \rangle_{k,3}$ (цифры в индексах соответствуют ширине интервалов 2,5; 5,0; 10,0 см/с), а для соответствующих этим интервалам областей подмножеств $\{A_{u,i}\}_k$ обоих классов вычислялись оценки $\langle A_{u,i} \rangle_{k,1}$; $\langle A_{u,i} \rangle_{k,2}$; $\langle A_{u,i} \rangle_{k,3}$. Сопоставление этих оценок для подмножеств 1-го класса показано на фиг. 2, а. Здесь символами 1–3 обозначены $\langle A_{u,i} \rangle_{k,1}$; $\langle A_{u,i} \rangle_{k,2}$ и $\langle A_{u,i} \rangle_{k,3}$ соответственно. Вертикальными линиями показаны доверительные интервалы для оценок $\langle A_{u,i} \rangle_{k,3}$ с доверительной вероятностью 0,95. Количество элементов n_k для соответствующих интервалов такое же, как было указано выше.

Сравнительно небольшой разброс оценок $\langle A_{u,i} \rangle_k$ для $V_D < 25$ см/с и вполне достаточное количество элементов в каждом интервале обеспечивают тот факт, что доверительные интервалы весьма невелики и оценки не только $\langle A_{u,i} \rangle_{k,3}$, но и $\langle A_{u,i} \rangle_{k,2}$ и даже $\langle A_{u,i} \rangle_{k,1}$ практически линейно спадают в этом диапазоне. Примечательно, что эмпирическая кривая пересекает нулевую горизонтальную линию при том же значении $V_D = V_* \approx 10$ см/с, при котором выравниваются дисперсия продольной и поперечной составляющих (см. соотношение (1) или фиг. 3 в [2]). Таким образом, в среднестатистическом смысле как по коэффициенту анизотропии среднемасштабных флуктуаций скорости в океане, так и по коэффициентам асимметрии A_u и A_v можно заключить, что при $V_D = V_*$ наблюдаются «изотропные» условия.

Так как при $V_D = 0$ направление квазистационарного течения не определено и, следовательно, u и v неразличимы, то $A_u = A_v = 0$. В связи с этим на фиг. 2, а штриховой линией условно показано, что регрессионная кривая после достижения некоторого максимального значения при уменьшении V_D возвращается к нулю. И хотя небольшие значения V_D определяются иногда вовсе не малыми значениями модулей исходных векторов скорости, экспериментальное уточнение корреляционной связи множеств $\{A_{u,i}\}$ и $\{V_{D,i}\}$ в этой области следует проводить более чувствительными и совершенными приборами, чем БПВ-2. Регрессионная кривая при $V_D > 60$ см/с показана (как и кривые на фиг. 3) тоже штриховой линией ввиду малого количества имеющихся наблюдений (слишком больших доверительных интервалов) для данной области. На фиг. 2, б штрихпунктиром дана регрессионная кривая A_u как функция V_D для соответствующих подмножеств 2-го класса.

Относительно эксцесса поперечной составляющей можно было бы предположить, что его математическое ожидание равно трем для каждого из рассмотренных интервалов $\{V_{D,i}\}_k$, в том числе и при $V_D \approx 10$ см/с. Однако регрессионная кривая, отображающая связь оценок $\langle E_{v,i} \rangle_{k,1}$; $\langle E_{v,i} \rangle_{k,2}$ и $\langle E_{v,i} \rangle_{k,3}$ с соответствующими оценками $\langle V_{D,i} \rangle_k$ для подмножеств $\{E_{v,i}\}$ и $\{V_{D,i}\}$ первого класса, ведет себя довольно неожиданно (кривая 4 на фиг. 3, а). Символы 1–3 соответствуют оценкам $\langle E_{v,i} \rangle_{k,1}$; $\langle E_{v,i} \rangle_{k,2}$ и $\langle E_{v,i} \rangle_{k,3}$. На участке 20 см/с $< V_D < 60$ см/с кривая идет практически горизонтально, причем ниже трех ($\langle E_{v,i} \rangle \approx 2,80$), о чем свидетельствуют 95%-ные доверительные интервалы. При $V_D \approx 10$ см/с E_v достигает значения $\sim 3,5$. На таком же уровне, по-видимому, оценки E_v держатся при $V_D \geq 70$ см/с. Для подмножеств $\{E_{v,i}\}$ и $\{V_{D,i}\}$ второго класса регрессионная кривая практически не отличается от рассмотренной выше, только центральный горизонтальный участок чуть выше ($\langle E_{v,i} \rangle \approx 2,83$) и несколько раньше переходит на ступень $E_v \approx 3,5$ при больших V_D (фиг. 3, а, кривая 5).

Регрессионная кривая, отображающая связь оценок $\langle E_{u,i} \rangle_{k,1}$; $\langle E_{u,i} \rangle_{k,2}$ и $\langle E_{u,i} \rangle_{k,3}$ с соответствующими оценками $\langle V_{D,i} \rangle_k$ (для подмножеств первого класса) показана на фиг. 3, б (кривая 4). При $V_D < 15$ см/с все оценки $\langle E_{u,i} \rangle_k$ меньше трех, хотя 95%-ные доверительные интервалы не исключают предположения, что истинное среднее равно трем. При более узких доверительных интервалах (меньшей доверительной вероятности) можно было бы считать, что регрессионная кривая идет ниже этого значения. С ростом V_D оценки E_u довольно быстро и существенно увеличиваются. Можно полагать, что на участке 25 см/с $< V_D < 50$ см/с регрессионная кривая (так же как и для E_v) идет горизонтально ($\langle E_{u,i} \rangle \approx 4,3$), а далее снижается примерно до уровня 3,2–3,3. Аналогичная кривая для подмножеств $\{E_{u,i}\}$ и $\{V_{D,i}\}$ второго класса идет заметно выше (фиг. 3, б, кривая 5), хотя качественное подобие в известной степени сохраняется.

В явном виде корреляционные связи множеств $\{A_{u,i}\}$, $\{E_{u,i}\}$, $\{A_{v,i}\}$, $\{E_{v,i}\}$ с множеством $\{V_{D,i}\}$ не имеют аналогов как в практике океанологических исследований, так и в исследовании турбулентного движения вообще. Будет целесообразно проверить найденные соотношения в других диапазонах масштабов. В частности, есть примеры, когда для мелкомасштабной лабораторной турбулентности, несмотря на то что на статистическом режиме боковой составляющей слишком явно сказывается ограничивающее влияние стенки канала (фиг. 34 работы [8]), для A_u и E_u получены результаты (фиг. 32 и 33 из [8]), которые после пересчета можно оценить как качественно подобные рассматриваемым в настоящей статье.

На всех приведенных фигурах, не меняя существа дела, значения V_D можно заменить соответствующими безразмерными величинами $V_D^* = V_D/V_*$. В частности, A_* будет менять знак при $V_D^* = 1$. Представляет значительный интерес предложенная Л. И. Седовым безразмерная скорость $V_c = V_D(gv)^{-1/2}$, где g — ускорение силы тяжести, ν — кинематическая вязкость жидкости. Использование этого параметра, конечно, приведет к изменению масштаба по горизонтальной оси, но, сохраняя суть полученных корреляционных связей, позволит представить их в безразмерном виде.

Найденные зависимости свидетельствуют о существенном отличии статистического режима среднemasштабных горизонтальных флуктуаций скорости в океане от представлений, вытекающих из теории локально изотропной турбулентности. За исключением двух частных случаев, когда скорость доминирующего течения близка к 10 см/с или нулю, распределение продольной составляющей принципиально и значительно отличается от гауссовского.

Считаю приятным долгом выразить искреннюю признательность Л. И. Седову за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, Ч. 2. М.: Наука, 1967, с. 314.
2. Чиграков К. И. Закономерность перестройки мезомасштабной турбулентной структуры океанических течений. В сб.: Морские гидрофизические исследования, № 3 (59). Севастополь: Изд. МГИ АН УССР, 1972.
3. Чиграков К. И. К оценкам статистических характеристик мезомасштабной структуры поля скорости в океане. В сб. Морские гидрофизические исследования, № 5(55). Севастополь: Изд. МГИ АН УССР, 1971.
4. Мандельштам Л. И. Полн. собр. тр., т. 5, с. 120. М., Изд-во АН СССР, 1950.
5. Беляев В. С., Озмидов Р. В. Законы распределения составляющих вектора скорости в океане. — Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1971, т. 7, № 5.
6. Зыков И. Д., Нагурный А. П., Савченко В. Г., Чепурина М. А. О законе распределения составляющих скорости течения и температуры воды. — Тр. Аркт. и антаркт. НИИ, т. 312.
7. Вигнер Е. Этюды о симметрии. М.: Мир, 1971, с. 53.
8. Конт-Белло Ж. Турбулентное течение в канале с параллельными стенками. М.: Мир, 1968.

Севастополь

Поступила в редакцию
3.IX.1979

УДК 532.525.2+533.6.011.6

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВДУВАЕМОЙ СТРУИ ГАЗА СО СВЕРХЗВУКОВЫМ НАБЕГАЮЩИМ ПОТОКОМ БЕЗ ОБРАЗОВАНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ ЗОНЫ ОТРЫВА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

МАСЯКИН Н. Е., ПОЛЯНСКИЙ М. Н.

Рассматривается течение, образующееся при взаимодействии сверхзвукового потока с поперечной звуковой или сверхзвуковой струей, вдуваемой перпендикулярно к направлению основного потока через сопло, выходное сечение которого расположено на плоской стенке.

При вдуве струи газа через круглое отверстие [1] перед струей за счет торможения набегающего потока повышается давление. Вследствие этого происходит отрыв пограничного слоя, нарощего на стенке перед соплом вдува. Образовавшаяся трехмерная зона отрыва приводит к резкому возрастанию давления и тепловых потоков в стенку перед соплом вдува, что нежелательно для многих задач современной техники.

Одной из основных количественных характеристик взаимодействия пограничного слоя с падающими на него скачками уплотнения, которые и приводят к образованию трехмерной зоны отрыва пограничного слоя, является критический перепад давления [2, 3]. Эта величина, равная отношению давления на стенке в точке отрыва к давлению в невозмущенном потоке, зависит в общем случае от чисел Маха и Рейнольдса невозмущенного потока. Для турбулентного пограничного слоя критический перепад давления определяется лишь числом Маха набегающего потока. В этом случае угол эффективного клина, лежащего на пластине и создающего перепад дав-