

провести численный расчет для одного из них на отрезке времени, соответствующем полупериоду колебания, т. е.  $t \approx t_2 + \varepsilon$ . Такой расчет потребует 2—3 часа машинного времени. График движения эталонного цилиндра достраивается по аналитическому решению. Для цилиндров с другой средней плотностью сразу выписывается аналитическое решение для квазистационарной стадии движения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
2. Златин Н. А., Красильщиков А. П., Мишин Г. И., Попов Н. Н. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. М.: Наука, 1974.
3. Пиллюгин Н. Н., Чернявский С. Ю. Расчет газодинамических параметров двухступенчатой легкогазовой баллистической установки с деформируемым поршнем.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 1.
4. Дубровская Л. И., Комаровский Л. В. Осесимметричное нестационарное обтекание преград в цилиндрической трубе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 4.
5. Сабанеев В. С. О движении эллипсоида вращения в жидкости, ограниченной плоской стенкой.— Вестн. ЛГУ. Сер. матем., мех. и астрон., 1958, № 13, вып. 3.
6. Мазур В. Ю. Движение кругового цилиндра вблизи вертикальной стенки.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 3.
7. Седов Л. И. Методы подобия и размерностей в механике. М.: Наука, 1972.
8. Белоцерковский О. М., Булекбаев А., Голомазов М. М. и др. Обтекание затупленных тел сверхзвуковым потоком газа. М.: ВЦ АН СССР, 1967.

Томск

Поступила в редакцию  
16.VII.1979

УДК 533.6.001.2

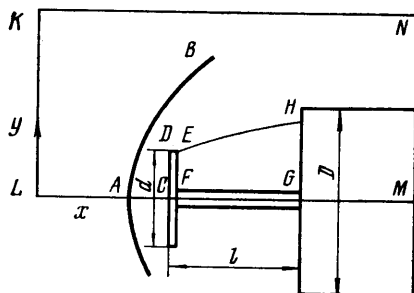
### ПЕРЕДНЯЯ СРЫВНАЯ ЗОНА ПРИ ОБТЕКАНИИ ТУПОГО ТЕЛА (РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ)

БЕЛОВ И. А., ЖИГАЛКО Е. Ф.

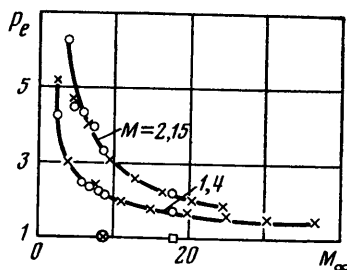
Для тупых тел любой формы наибольший вклад в лобовое сопротивление вносит его профильная составляющая, обусловленная распределением давления по поверхности тела. В случае плоского торца цилиндра в продольном потоке под нулевым углом атаки силы трения без учета вклада боковой поверхности вообще не вызывают сопротивления. В отличие от традиционных в аэродинамике форм в передней части тупого тела с диском возникает устойчивое циркуляционное течение, вызванное срывом потока на диске [1—3]. В результате профильное сопротивление такого тела в значительной мере определяется характером течения в циркуляционной области.

На фиг. 1 приведена схематизированная картина обтекания тела рассматриваемого типа (комбинация диск — цилиндр) сверхзвуковым потоком. Здесь  $d$  — диаметр диска;  $l$  — удаление диска от торца цилиндра;  $AB$  — головной скачок уплотнения;  $EH$  — некоторая линия, разделяющая внешний поток от области циркуляционного течения  $EFGH$ . На фигуре обозначены использованные ниже координаты и размеры обтекаемого тела (в расчетах за характерную длину принят диаметр цилиндра  $D$ ).

Анализ ограничен случаем около- и сверхзвукового обтекания, когда в области за диском формируется доминирующий единый крупномасштабный вихрь. Обсуждаемые ниже результаты получены в рамках модели идеального газа с применением схемы, близкой к описанным в [4, 5]. В этих работах можно найти результаты анализа таких ее свойств, как точность и устойчивость. Поэтому остановимся лишь на некоторых элементах, характеризующих постановку расчета.



Фиг. 1



Фиг. 2

Уравнения, описывающие рассматриваемое течение в принятой модели, имеют вид

$$\begin{aligned} \rho \nabla \rho + \rho \nabla \mathbf{q} &= 0, & \rho (\mathbf{q} \nabla) \mathbf{q} + \text{grad } p &= 0 \\ \rho (\mathbf{q} \nabla) I + p \nabla \mathbf{q} &= 0, & p - (\kappa - 1) \rho I &= 0 \end{aligned}$$

где  $\mathbf{q}(u, v)$  — скорость потока;  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $I$  — удельная внутренняя энергия;  $\kappa$  — отношение теплоемкостей (в расчетах  $\kappa=1,4$ ). Адекватная расчетная схема получается из этих уравнений добавлением в первые три уравнения слагаемых  $\rho_t$ ,  $\rho \mathbf{q}_t$ ,  $\rho I_t$  соответственно (индекс обозначает производную по времени).

В качестве граничных условий выступают условия непротекания на поверхности тела и условия, характеризующие набегающий поток. Прямоугольная расчетная область  $KLMN$  (фиг. 1) охватывает непосредственную окрестность тела в меридиональном сечении. На стороне  $KL$  вверх по течению от тела («входная граница») задаются параметры набегающего потока. На других участках границы расчетной области поставлены условия непрерывного продолжения нулевого порядка («мягкие условия»). Используемая схема является схемой сквозного счета и это дает возможность избежать трудностей, связанных с выделением поверхностей разрыва и соблюдением на них условий совместности. Счет в большинстве случаев проводится от момента  $t=0$ , когда в однородный поток, характеризуемый числом  $M_\infty$ , вводится исследуемое тело, до установления. Критерием установления, как обычно, считается малость производных по времени от характерных величин.

Имеющийся опыт применения вычислительных схем, подобных использованной в данной работе, достаточен для надежной интерпретации получаемых с ее помощью результатов (см., например, [5, 6]). Можно считать, что результат расчета установлением воспроизводит картину срывного обтекания тела и соответствует количеству случаю больших чисел Рейнольдса. Ряд обстоятельств, которые указаны ниже, стимулируют и оправдывают изучение течения вблизи тела рассматриваемой конфигурации в рамках принятой модели.

Известно [7], что сопротивление плоского торца с острыми кромками при переходе на боковую поверхность при высоких числах Рейнольдса слабо зависит от его величины. С другой стороны, в расчетной схеме примененного типа, не учитывающей реальные диссипативные эффекты, все же присутствует механизм вычислительной диссипации, действие которого качественно аналогично действию физической вязкости. Для течения в каверне, являющегося хорошей моделью течения в циркуляционной зоне, в [8] получено, что уже при числе Рейнольдса, подсчитанном по максимальной скорости потока ( $Re \geq 500$ ), завихренность в центральной части каверны, занятой развитым вихрем, практически постоянна, а сам вихрь отделен от стенок сравнительно тонким вязким слоем. В рассматриваемом случае, когда циркуляционная зона открыта действию внешнего потока, скорость течения в ней сравнима со скоростью невозмущенного потока. Как следствие, число Рейнольдса, подсчитанное по максимальной скорости в циркуляционной зоне, оказывается достаточно большим. Наконец, во внимание следует принять такие особенности задачи, как определенность в основном форме циркуляционной области и фиксацию точки отрыва потока на кромке диска.

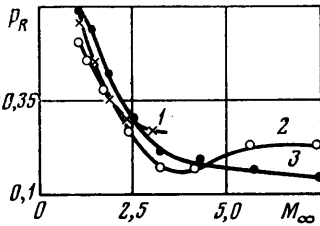
Варианты задачи рассчитывались как с постоянным, так и с переменным шагом по времени  $ht$ . Управление величиной  $ht$  производилось в зависимости от рассчитываемого приращения  $e$  удельной внутренней энергии  $I$  на предыдущем слое:

$$ht = ht / (1 + a), \quad e > \beta; \quad ht = ht(1 + \alpha), \quad e < \gamma; \quad ht = \text{const}$$

в иных случаях, где  $\alpha, \beta, \gamma = o(1)$ ,  $a = O(1)$ .

Перейдем к рассмотрению результатов расчета на характерных примерах.

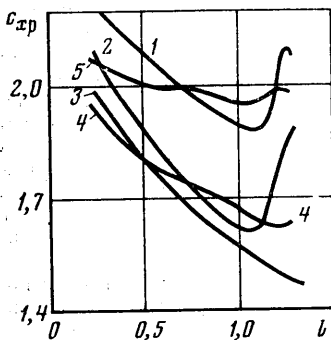
На фиг. 2 для тела в случае  $d=0,375$  и  $l=1,333$  при  $M_\infty=1,4$  и  $2,15$  показано изменение давления у основания перемычки на торце цилиндра  $p_e$  (в долях давления невозмущенного потока  $p_\infty$ ) во времени  $\tau=16t\sqrt{p_\infty/\rho_\infty/D}$ , где  $\rho_\infty$  — плотность невозмущенного потока. Расчет произведен с постоянным (1) и переменным (2) шагом по времени. На оси абсцисс нанесены метки, соответствующие 270 и 540 шагам расчета с  $ht=0,033$ . Расчет с переменным  $ht$  продолжался до 270 шагов. Следует отметить факт совпадения траекторий развития процесса в обоих случаях, что свидетельствует об устойчивости расчета. Видно, что, применяя переменный шаг по времени, можно продвинуться дальше в эволюции процесса, чем с постоянным  $ht$  (например, втрое при  $M_\infty=2,15$ ). Увеличение шага происходит в основном на поздней, развитой стадии процесса, когда достигнута определенная близость к равновесию в поле течения. Наибольший автоматически выбранный шаг соответствует числам  $K$  в критерии Куранта, несколько меньшим единицы.



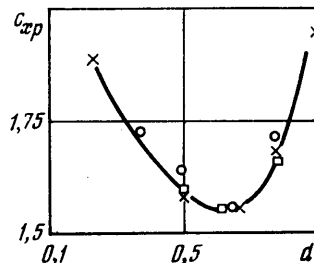
Фиг. 3

Зависимость  $p_R$  (давление у основания перемычки, отнесенное к величине давления, определяемого формулой Рейля) от  $M_\infty$  для некоторых вариантов геометрии тела показана на фиг. 3. Здесь кривые 1–3 соответственно, определены следующим набором параметров  $d$  и  $l$  тела: 0,375; 0,5; 1,0; 0,375; 1,0.

По найденному в расчете давлению можно найти коэффициент сопротивления (нормальной силы)  $C_{xp}$  рассматриваемых тел с учетом вклада только



Фиг. 4



Фиг. 5

их передней части. Прогнозируемая погрешность результата имеет порядок 10%. На фиг. 4 сведены полученные в расчете данные о коэффициенте сопротивления для тел с различными  $l$  и  $d$ , обтекаемых потоком с  $M_\infty=1$ . Здесь кривые 1–5 построены для  $d=0,25; 0,5; 0,625; 0,75; 0,875$  соответственно. По поводу этих данных можно сделать несколько замечаний.

Установление достигается относительно позже при больших  $l$ . Возможно, данные расчета в этой части диапазона менее точны. С уменьшением  $l$  кривые сходятся к величине  $C_{xp} \approx 2,5$  для кругового цилиндра при продольном обтекании в случае  $Re=(0,2-1,88) \cdot 10^6$  [7]. Со стороны больших  $l$  можно ожидать, что сопротивление тела перестает зависеть от  $l$  и составлено из сопротивления диска и цилиндра. В расчете это свойство не получено, поскольку наибольшая рассмотренная величина  $l=1,375$ . В диапазоне  $l < 1$  увеличение  $l$ , подобно увеличению относительного удлинения, вызывает снижение коэффициента сопротивления. Поэтому можно ожидать, что для тел рассматриваемой формы существует  $l(d, M_\infty)$ , соответствующее наименьшему  $C_{xp}$ . Необходимо отметить, что при каждом  $l$  можно указать также  $d(l, M_\infty)$ , при котором  $C_{xp}$  минимально. Типичный пример, иллюстрирующий этот факт, представлен на фиг. 5. Здесь  $l=1, M_\infty=1$ . На этой диаграмме различным образом отмечены результаты, полученные при расчете от существенно разных начальных условий.

Очевидно, имеет смысл говорить о форме тела рассматриваемого типа, обладающей наименьшим сопротивлением. Нетрудно видеть, что по данным расчета при  $M_\infty=1$  в  $l \in [0; 1,375]$ ,  $d \in [0,25; 0,875]$  ей соответствует точка  $l^* \approx 1,375$ ,  $d^* \approx 0,625$ , для которой  $C_{xp} \approx 1,5$ . Если принять, что донное давление за срезом цилиндра при  $M_\infty=1$

равно  $p_g \approx 0,9$  [7], то сопротивление тела (без учета трения) можно получить, вычитая из  $C_{xp}$  величину  $2p_g/(\rho M_\infty^2)$ , приблизительно равную 1,28, что дает  $C_x^* \approx 0,22$ . Соответствующие величины сопротивления (также за вычетом трения) для цилиндров с коническими  $C_{xk}^*$  и оживальными  $C_{xo}^*$  носовыми частями с длиной  $l=1,5$  при  $M_\infty=1$  равны:  $C_{xk}^* = 0,445$ ;  $C_{xo}^* = 0,265$  [7]. Преимущества в величине сопротивления давления при  $M_\infty=1$  у оживальных носовых частей в сравнении с телом рассматриваемой формы проявляются лишь для более вытянутых носовых частей. Так, при  $l=2,5$ ,  $C_{xo}^* = 0,195$  [7]. Отметим, что для конической носовой части такой же длины  $C_{xk}^* = 0,295$  [7]. Таким образом, приходим к заключению, что тела рассматриваемого типа принадлежат к классу тел, обладающих малым сопротивлением.

Подводя итог, можно отметить, что результаты расчета обтекания тупого тела с установленным впереди дисковым насадком, выполненного с применением схемы, близкой к [4, 5], соответствуют своеобразному моделированию реального течения, при котором расчетная диссипация замещает истинную, успешно справляясь с некоторыми ее функциями. В условиях передней срывной зоны, открытой действию набегающего потока, наличие вычислительной диссипации обеспечивает правильное воспроизводство в расчете структуры поля течения, качественных характеристик распределений основных газодинамических параметров и их взаимосвязи. Можно, например, с уверенностью считать, что вывод о сравнительной малости аэродинамического сопротивления тел рассматриваемых форм, сделанный на основе изучения модели, соответствует наблюдаемому в действительности, поскольку снижение  $C_x$  в расчетной модели происходит за счет образования области циркуляционного течения между диском и передним торцом тела, что обязательно имеется в реальных, близких к рассмотренным условиям. Это же справедливо и в отношении вывода о существовании оптимальных величин  $l^*(d, M_\infty)$  и  $d^*(l, M_\infty)$ , соответствующих минимальному сопротивлению рассматриваемого тела.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Reding J. P., Guenther R. A., Richter B. J. Unsteady aerodynamic considerations in the design of a drag-reduction spike. — J. Space. and Rockets, 1977, v. 14, No. 1.
2. Guenther R. A., Reding J. P. Fluctuating pressure environment of a drag-reduction spike. — AIAA Paper, 1977, No. 70-90.
3. Белов И. А. Циркуляционные течения жидкости у поверхности затупленного тела. Тез. докл. на семинаре по численным методам решения задач аэрогидродинамики. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 3.
4. Martin R. A., Gentry R. E., Daly B. J. An Eulerian differencing method for unsteady compressible flow problems. — J. Comput. Phys., 1966, v. 1, No. 1.
5. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Расчет методом «крупных частиц» трансзвуковых «закритических» режимов обтекания. — Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1973, т. 13, № 1.
6. Прямое численное моделирование течений газа (Численный эксперимент в газовой динамике). М.: ВЦ АН СССР, 1978.
7. Петров К. П. Аэродинамика ракет. М.: Машиностроение, 1977.
8. Белов И. А., Гинзбург И. П., Исаев С. А. Движение и теплообмен в замкнутой области при наличии подвижных границ. — Вестн. Ленингр. ун-та, 1976, № 13, Матем., мех., астрон., вып. 3.

Ленинград

Поступила в редакцию  
16.VII.1979