

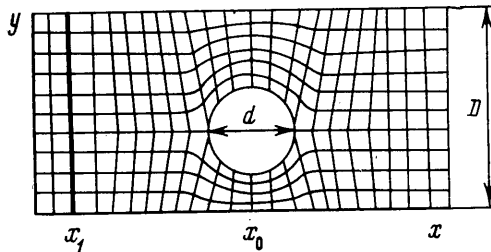
УДК 533.6.014

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУМЕРНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА СО СВОБОДНЫМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ТЕЛОМ В КАНАЛЕ

ДУБРОВСКАЯ Л. И., КИМ А. В., КОМАРОВСКИЙ Л. В.

Методом [1] исследуется задача об устойчивости кругового цилиндра в нестационарном потоке газа, когда в области течения возникают и взаимодействуют ударные волны. Задача представляет интерес для моделирования процессов в легкогазовых баллистических установках [2, 3] при метании свободных тел газовым потоком [4], когда соприкосновение метаемого тела с пусковой трубой при высоких скоростях равносильно его разрушению.

Движение кругового цилиндра и эллипсоида вращения вблизи плоской стенки в потоке потенциальной жидкости исследовалось в работах [5, 6]. Для более сложных случаев аналитическое исследование провести не удастся.



Фиг. 1

В данной работе численно исследуется нестационарное взаимодействие кругового цилиндра, который в начальный момент времени расположен несимметрично в плоском канале и может иметь, вообще говоря, начальную поперечную скорость  $V$  с набегающим газовым потоком. Рассматривается вопрос о стабилизирующем действии потока на цилиндр. С использованием методов подобия и размерностей [7] предложено приближенное аналитическое решение, которое в сочетании с численным решением значительно упрощает решение задачи об устойчивости движения цилиндра в газовом потоке.

В плоском канале шириной  $D$  помещается круговой цилиндр диаметром  $d$ . Расположение цилиндра, ось симметрии которого перпендикулярна плоскости течения, в начальный момент времени несимметрично относительно стенок канала (фиг. 1). Слева на цилиндр набегающий поток газа, который образуется либо в результате разрыва диафрагмы, расположенной в сечении  $x=x_1$ , либо в результате движения поршня. Как в первом случае, так и во втором образуется ударная волна, которая взаимодействует с цилиндрическим телом. При этом цилиндр может свободно перемещаться под действием аэродинамических сил поперек потока. Газ предполагается идеальным и нетеплопроводным. Так как силы взаимодействия газового потока с цилиндром во много раз превышают силу тяжести, то последняя не учитывается.

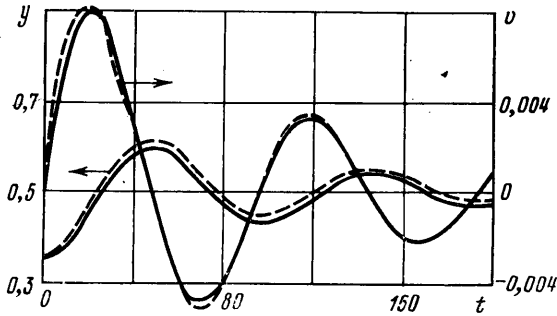
Система уравнений, описывающая нестационарное течение газа, записывается в дивергентном виде [1]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U}{\partial x} + \frac{\partial \rho V}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \frac{\partial (P + \rho U^2)}{\partial x} + \frac{\partial \rho UV}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} + \frac{\partial \rho UV}{\partial x} + \frac{\partial (P + \rho V^2)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial \rho U (e + P/\rho)}{\partial x} + \frac{\partial \rho V (e + P/\rho)}{\partial y} = 0$$



Фиг. 2

где  $P$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $U, V$  — компоненты вектора скорости,  $e$  — полная энергия единицы массы газа,  $t$  — время,  $x, y$  — декартовы координаты. Система замыкается уравнением состояния идеального газа.

Начальные условия имеют вид

$$P=P_1, \quad \rho=\rho_1, \quad U=U_1, \quad V=0, \quad x \leq x_1$$

$$P=P_2, \quad \rho=\rho_2, \quad U=V=0, \quad x > x_1$$

На стенках канала выполняется условие непротекания — нормальная составляющая вектора скорости равна нулю. Правая и левая границы брались достаточно далеко, чтобы условие непрерывности течения на концах канала не вносило большой погрешности в расчет. На поверхности цилиндра выполнялось условие непротекания через твердую подвижную границу. Причем, согласно [1], фиктивное течение задается следующим образом:

$$N_\Phi = 2W_{i,j} - N_{i,j}, \quad \rho_\Phi = \rho_{i,j}, \quad P_\Phi = P_{i,j}$$

где  $W_{i,j}$  — скорость движения отрезка границы, прилегающего к ячейке  $(i, j)$ ,  $N_{i,j}$  — нормальная составляющая вектора скорости к соответствующему отрезку границы.

Численный расчет этой задачи проводился в плоскости  $x, y$ . Счетная область разрезалась двумя семействами линий на четырехугольные ячейки таким образом, что прямоугольная сетка переходила в окрестности цилиндра в криволинейную ориентированную по телу сетку, что точнее отражает физическую картину процесса (фиг. 1). Нумерация ячеек аналогична нумерации элементов матрицы по строкам и таблицам. Газодинамические функции заменяются дискретным набором чисел  $\rho_{i,j}, P_{i,j}, U_{i,j}, V_{i,j}$ .

На каждом шаге по времени криволинейная сетка деформируется. Закон ее изменения определяется движением кругового цилиндра. Используя гипотезу квазистационарности, в любой момент времени по рассчитанному полю давлений определяется сила, действующая на цилиндр

$$F_y = \Sigma (Pl)_{i,j} \cos \phi_{i,j}$$

где  $\phi_{i,j}$  — угол между осью  $x$  и стороной ячейки  $(i, j)$ , совпадающей с поверхностью цилиндра,  $l_{i,j}$  — длина этой грани. Скорость смещения цилиндра определяется по закону Ньютона

$$V^{n+1} = V_n + \tau F_y / m$$

где  $m$  — масса цилиндра,  $\tau$  — шаг по времени.

Зная скорость смещения, легко определить новое положение цилиндра, а считая число ячеек неизменным в верхней и нижней частях канала, найти также новое разбиение сетки. При движении цилиндра вверх размеры ячеек в верхней половине уменьшаются, а в нижней увеличиваются и наоборот.

Задача решалась методом распада произвольного разрыва [1] в безразмерных переменных. За характерные величины принимались ширина канала, давление за фронтом падающей ударной волны или, в случае диафрагмы, в камере высокого давления  $P_1$ ; плотность газа в этой области —  $\rho_1$ . На фиг. 2 приводится закон движения центра масс цилиндра со средней плотностью  $\rho = 7,8 \text{ г/см}^3$ . Затухающий характер этих колебаний позволяет сделать вывод о том, что начальный поперечный импульс силы, приложенный к телу, не вызывает необратимого отклонения движения свободного тела от оси симметрии. При  $t > 180$  (фиг. 2) центр масс цилиндра

отклоняется от оси симметрии канала уже не более чем на 10% величины максимального отклонения в начальные моменты времени.

Условно выделяя в движении тела две стадии: начальную, существенно нестационарную, когда ударная волна падает и отражается от тела, и квазистационарную, когда отраженная ударная волна выходит за расчетную сетку и на левой границе начинает устанавливаться некоторый стационарный дозвуковой поток, найдем аналитическую аппроксимацию закона движения тела во второй стадии.

Используя теорию размерностей, выпишем систему определяющих параметров для силы  $F_y$ .

Очевидно, что в каждый момент времени

$$(1) \quad F_y = f(\rho_\infty, V_\infty, d, D, M, y, \dot{y})$$

Здесь  $\rho_\infty, V_\infty, M$  — параметры набегающего потока,  $y, \dot{y}(t)$  — текущие координата и скорость центра масс цилиндра, точкой обозначена производная по времени. В качестве независимых размерных величин выберем  $\rho_\infty, V_\infty$  и  $d$ . Стационарный поток на левой границе устанавливается довольно быстро ( $t \approx 20$ ).

На основании л-теоремы [7] зависимость (1) запишется в виде

$$F_y = \rho_\infty V_\infty^2 d^2 f(D/d, M, y/d, \dot{y}/V_\infty)$$

Учитывая малые относительные отклонения координаты  $y$  и поперечной скорости  $\dot{y}$ , имеем

$$f = f_1\left(\frac{D}{d}, M\right) \frac{\dot{y}}{V_\infty} + f_2\left(\frac{D}{d}, M\right) \frac{y}{d}$$

При подстановке в (1) получается дифференциальное уравнение второго порядка, решение которого при условии  $\omega^2 = b - a^2 > 0$  имеет вид

$$(2) \quad y = e^{-at} [c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t]$$

$$a = -\frac{\rho_\infty V_\infty d^2 f_1(D/d, M)}{2m}, \quad b = -\frac{\rho_\infty V_\infty d f_2(D/d, M)}{m}$$

Для простоты определения констант решения (2) координата  $y$  и время отсчитываются от оси симметрии канала и с момента установления течения на левой границе. Величины  $c_1$  и  $c_2$  определяются из начальных условий  $y(0) = y_0, \dot{y}(0) = V_0$  в указанной выше системе отсчета

$$(3) \quad c_1 = y_0, \quad c_2 = -(ay_0 + V_0) / \omega$$

Для определения  $\omega$  и  $a$  используются результаты численного расчета. Определяя, например, значения двух ближайших нулей  $t_1$  и  $t_2$  функции  $y(t)$  из кривой, полученной численным расчетом, получаем для периода колебаний  $\omega$ :

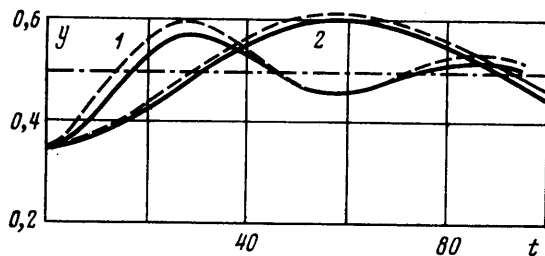
$$(4) \quad \operatorname{tg} \omega t_1 = \operatorname{tg} \omega t_2 = -c_1/c_2, \quad \omega = \pi / (t_2 - t_1)$$

Из (3) и (4) следует, что  $a = -V_0/y_0 + \omega/\operatorname{tg} \omega t_1$ , откуда однозначно определяются  $f_1$  и  $f_2$ .

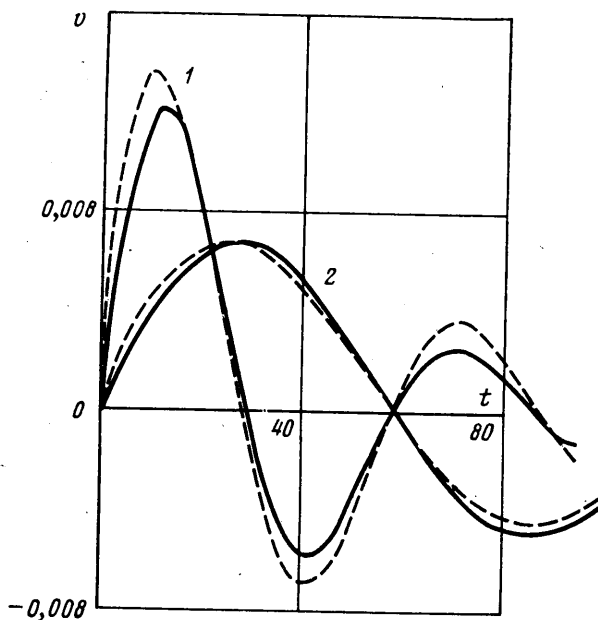
Таким образом, для кривой фиг. 2 найдено аналитическое выражение вида (2). Максимальное расхождение между численным и аналитическим решением составляет 2% (по отношению к ширине канала).

Далее, поскольку функции  $f_1$  и  $f_2$  не зависят от массы цилиндра, то можно предположить, что при тех же начальных данных их можно использовать для получения аналитического решения движения цилиндров иной массы. Последовательным пересчетом коэффициентов  $a, b, \omega^2 = b - a^2, c_2$  для нового значения  $m$  получаем закон движения цилиндра во время квазистационарной стадии движения для другой массы тела.

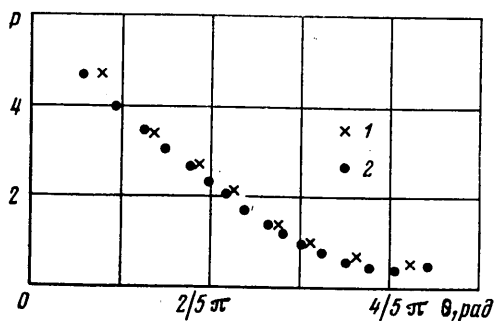
Такие приближенные аналитические решения были получены для цилиндров со средними плотностями  $\rho = 2,79$  и  $11,35 \text{ г/см}^3$  (соответственно сплошные кривые 1 и 2 на фиг. 3). Проведенный для контроля численный расчет (штриховые кривые на фиг. 3) дает максимальное расхождение 2–3% по отношению к ширине канала. Совпадение по скорости движения цилиндров несколько хуже (см. фиг. 2, 4). Приведенные на графиках расчеты проводились при перепаде давления на фронте ударной волны  $P_{12} = 1000$ , скорость частиц газа за фронтом ударной волны  $U_1 = 2$  и при следующих геометрических размерах: ширина канала  $D = 1$ , диаметр кругового цилиндра  $d = 0,4$ , длина канала  $l = 5$ , координаты начального положения центра масс тела  $x_0 = 2,5, y_0 = 0,35$ ; начальное положение фронта ударной волны  $x_1 = 1,5$ . Начало системы координат в численном расчете совмещалось с левым нижним углом расчетной области.



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

Точность численных расчетов проверялась измельчением сетки и сравнением с известными экспериментами по обтеканию тел безграничным потоком [8]. На фиг. 5 приводится распределение давления по цилиндру в фиксированный момент времени для сеток следующих размеров  $i \times j = 54 \times 10$  и  $108 \times 20$  (точки 1 и 2). Сравнение с экспериментом дает расхождение порядка 5%. Задача рассчитывалась на БЭСМ-6 на языке АЛФА-6.

Таким образом, для расчета движения цилиндров различных масс, но одинаковых геометрических размеров и при одном и том же набегающем потоке достаточно

провести численный расчет для одного из них на отрезке времени, соответствующем полупериоду колебания, т. е.  $t \approx t_2 + \varepsilon$ . Такой расчет потребует 2—3 часа машинного времени. График движения эталонного цилиндра достраивается по аналитическому решению. Для цилиндров с другой средней плотностью сразу выписывается аналитическое решение для квазистационарной стадии движения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
2. Златин Н. А., Красильщиков А. П., Мишин Г. И., Попов Н. Н. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. М.: Наука, 1974.
3. Пиллюгин Н. Н., Чернявский С. Ю. Расчет газодинамических параметров двухступенчатой легкогазовой баллистической установки с деформируемым поршнем.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 1.
4. Дубровская Л. И., Комаровский Л. В. Осесимметричное нестационарное обтекание преград в цилиндрической трубе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 4.
5. Сабанеев В. С. О движении эллипсоида вращения в жидкости, ограниченной плоской стенкой.— Вестн. ЛГУ. Сер. матем., мех. и астрон., 1958, № 13, вып. 3.
6. Мазур В. Ю. Движение кругового цилиндра вблизи вертикальной стенки.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 3.
7. Седов Л. И. Методы подобия и размерностей в механике. М.: Наука, 1972.
8. Белоцерковский О. М., Булекбаев А., Голомазов М. М. и др. Обтекание затупленных тел сверхзвуковым потоком газа. М.: ВЦ АН СССР, 1967.

Томск

Поступила в редакцию  
16.VII.1979

УДК 533.6.001.2

### ПЕРЕДНЯЯ СРЫВНАЯ ЗОНА ПРИ ОБТЕКАНИИ ТУПОГО ТЕЛА (РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ)

БЕЛОВ И. А., ЖИГАЛКО Е. Ф.

Для тупых тел любой формы наибольший вклад в лобовое сопротивление вносит его профильная составляющая, обусловленная распределением давления по поверхности тела. В случае плоского торца цилиндра в продольном потоке под нулевым углом атаки силы трения без учета вклада боковой поверхности вообще не вызывают сопротивления. В отличие от традиционных в аэродинамике форм в передней части тупого тела с диском возникает устойчивое циркуляционное течение, вызванное срывом потока на диске [1—3]. В результате профильное сопротивление такого тела в значительной мере определяется характером течения в циркуляционной области.

На фиг. 1 приведена схематизированная картина обтекания тела рассматриваемого типа (комбинация диск — цилиндр) сверхзвуковым потоком. Здесь  $d$  — диаметр диска;  $l$  — удаление диска от торца цилиндра;  $AB$  — головной скачок уплотнения;  $EH$  — некоторая линия, разделяющая внешний поток от области циркуляционного течения  $EFGH$ . На фигуре обозначены использованные ниже координаты и размеры обтекаемого тела (в расчетах за характерную длину принят диаметр цилиндра  $D$ ).

Анализ ограничен случаем около- и сверхзвукового обтекания, когда в области за диском формируется доминирующий единый крупномасштабный вихрь. Обсуждаемые ниже результаты получены в рамках модели идеального газа с применением схемы, близкой к описанным в [4, 5]. В этих работах можно найти результаты анализа таких ее свойств, как точность и устойчивость. Поэтому остановимся лишь на некоторых элементах, характеризующих постановку расчета.