

9. Cassady P. E., Newton J., Rose P. A new mixing gasdynamic laser. AIAA Paper, 1976, No. 343.
10. Ачасов О. В., Солоухин Р. И., Фомин Н. А. Численный анализ характеристик газодинамического лазера с селективным тепловым возбуждением. В сб.: Проблемы тепло- и массообмена. 77. Минск, Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1977.
11. Акатнов Н. И., Кузнецов А. П. Уравнение баланса энергии турбулентных пульсаций в теории свободного турбулентного пограничного слоя. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 6.
12. Акатнов Н. И. О линейных масштабах турбулентности в полуэмпирической теории. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 3.
13. Акатнов Н. И. Влияние внешней турбулентности на развитие турбулентной струи. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 1.
14. Акатнов Н. И., Лавров А. В. О влиянии пульсаций температуры на образование NO в высокотемпературной среде. Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1976, № 352.
15. Акатнов Н. И., Лавров А. В. О влиянии пульсаций температуры и концентрации на физико-химические процессы в высокотемпературной турбулентной газовой струе. Теплофизика высоких температур, 1978, т. 16, № 5.
16. Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н., Смирнова И. П. Турбулентное смещение газовых струй. М., «Наука», 1974.
17. Borghi R., Charpenel M. La mélange à grande vitesse d'azote excité en vibration avec du gaz carbonique. Astronautica Acta, 1972, vol. 17, No. 4/5.
18. Лосев С. А. Газодинамические лазеры. М., «Наука», 1977.
19. Бурке А. Ф., Бирд К. Д. Применение конических и профилированных сопел в гиперзвуковых установках. В сб.: Современная техника аэродинамических исследований при гиперзвуковых скоростях. Машиностроение, 1965.
20. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1973.
21. Александров Б. С., Ананьев Ю. А., Лавров А. В., Трусов В. П. Модель среды для расчета резонаторов газодинамических CO₂-лазеров. Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 7.

Ленинград

Поступила в редакцию
24.VII.1979

УДК 532.526

ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ В ОКРЕСТНОСТИ УГЛА МЕЖДУ ВОГНУТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ И ПЛОСКОСТЬЮ

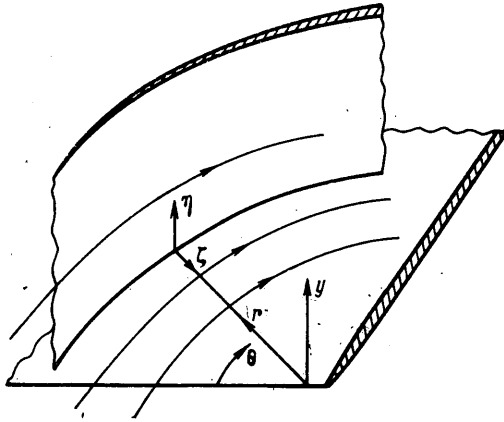
ГУРЕВИЧ Ю. Г.

В работах, посвященных теоретическому и экспериментальному исследованию продольного обтекания угловых областей вязкой жидкостью, обычно рассматривается обтекание угла, образованного пересечением двух плоскостей [1-3]. В отличие от этого в данной работе рассматривается течение в окрестности линии пересечения плоскости и вогнутой цилиндрической поверхности (см. фигуру). В статье проведено исследование асимптотического поведения уравнений Навье - Стокса при больших числах Re для такого течения. Получены оценки для величин скорости и характерных масштабов течения. Показано, что искривление одной из поверхностей существенно меняет картину продольного обтекания угла вязкой жидкостью. Рассмотрен вопрос о развитии трехмерного пограничного слоя на плоскости в области влияния вогнутой цилиндрической поверхности.

Рассмотрим течение вязкой несжимаемой жидкости в окрестности угла, образованного плоскостью и вогнутой цилиндрической поверхностью (фигура). Запишем уравнение Навье - Стокса и уравнение неразрывности в цилиндрической системе координат:

$$\frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{wu}{r} = - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} +$$

$$+ v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{u}{r^2} \right)$$



$$\begin{aligned}
 & \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial r} + v \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{u^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \\
 (1) \quad & + v \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{w}{r^2} \right) \\
 & \frac{u}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \\
 & = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) \\
 & \frac{\partial(wr)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial \theta} + r \frac{\partial v}{\partial y} = 0
 \end{aligned}$$

Здесь u , v , w — компоненты вектора скорости по осям θ , y , r соответственно; ρ — плотность, p — давление, ν — кинематическая вязкость. Система координат выбрана так, что цилиндрическая поверхность описывается уравнением $r=R$, где $R=\text{const}$, а плоскость — уравнением $y=0$.

Будем рассматривать область, достаточно удаленную от передних кромок пластины и цилиндрической поверхности, и предположим, что характерным размером изменения параметров течения в этой области в направлении θ будет величина $L=R\theta$, где R — радиус кривизны цилиндрической поверхности, а масштабом, характеризующим величину компоненты скорости u , будет U_∞ — скорость набегающего потока. Характерные масштабы длин для направлений r и y обозначим через $\delta_r L$ и $\delta_y L$ соответственно, а масштабы компонент скорости w и v как $W=\varepsilon_w U_\infty$ и $V=\varepsilon_v U_\infty$, где δ_r , δ_y , ε_v , ε_w — неизвестные безразмерные константы.

Введем новые переменные:

$$\begin{aligned}
 u^* &= \frac{u}{U_\infty}, & w^* &= \frac{w}{\varepsilon_w U_\infty}, & v^* &= \frac{v}{\varepsilon_v U_\infty}, & p^* &= \frac{p}{\rho U_\infty^2} \\
 \zeta &= \left(1 - \frac{r}{R}\right) \frac{1}{\delta_r}, & \eta &= \frac{y}{\delta_y R}, & \theta^* &= \theta
 \end{aligned}$$

Перепишем уравнения (1) в новых переменных, опуская индексы у u , v , w , r и θ :

$$\begin{aligned}
 & u \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{1}{(1-\delta_r \zeta)} + \frac{\varepsilon_w}{\delta_r} w \frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{\varepsilon_v}{\delta_y} v \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{wu}{1-\delta_r \zeta} = \\
 & = -\frac{1}{1-\delta_r \zeta} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{\text{Re} \delta_r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\text{Re} \delta_y^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & + \frac{1}{\operatorname{Re}(1-\delta_r \zeta)^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\operatorname{Re} \delta_r (1-\delta_r \zeta)} \frac{\partial u}{\partial \zeta} + \\
 & + \frac{2}{\operatorname{Re}(1-\delta_r \zeta)^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{u}{\operatorname{Re}(1-\delta_r \zeta)^2} \\
 & - \frac{\varepsilon_w}{1-\delta_r \zeta} u \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{\varepsilon_w^2}{\delta_r} w \frac{\partial w}{\partial \zeta} + \frac{\varepsilon_v \varepsilon_w}{\delta_y} v \frac{\partial w}{\partial \eta} - \\
 & - \frac{u^2}{1-\delta_r \zeta} = \frac{\partial p}{\partial \zeta} \frac{1}{\delta_r} + \frac{\varepsilon_w}{\operatorname{Re} \delta_r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2} + \\
 & + \frac{\varepsilon_w}{\operatorname{Re}(1-\delta_r \zeta)^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\varepsilon_w}{\operatorname{Re} \delta_y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} - \frac{\varepsilon_w}{\operatorname{Re} \delta_r (1-\delta_r \zeta)} \times \\
 & \times \frac{\partial w}{\partial \zeta} - \frac{2}{\operatorname{Re}(1-\delta_r \zeta)^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{\varepsilon_w}{\operatorname{Re}} w \\
 & - \frac{\varepsilon_v}{(1-\delta_r \zeta)} u \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\varepsilon_w \varepsilon_v}{\delta_r} w \frac{\partial v}{\partial \zeta} + \frac{\varepsilon_v^2}{\delta_y} v \frac{\partial v}{\partial \eta} = \\
 & = - \frac{\partial p}{\partial \eta} \frac{1}{\delta_y} + \frac{\varepsilon_v}{\operatorname{Re} \delta_y^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} + \\
 & + \frac{\varepsilon_v}{\operatorname{Re}(1-\delta_r \zeta)^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\varepsilon_v}{\operatorname{Re} \delta_r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2} - \frac{\varepsilon_v}{(1-\delta_r \zeta)} \frac{\partial v}{\partial \zeta} \frac{1}{\operatorname{Re}} \\
 & - \frac{\varepsilon_w}{\delta_r} (1-\delta_r \zeta) \frac{\partial w}{\partial \zeta} + \varepsilon_w w + \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\varepsilon_v}{\delta_y} (1-\delta_r \zeta) \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0 \\
 \operatorname{Re} & = \frac{U_\infty R}{v}
 \end{aligned}$$

Порядок членов в уравнениях (2) определяется входящими в них безразмерными константами.

Если рассмотреть асимптотический вид уравнений (2) при $\operatorname{Re} \rightarrow \infty$, положив $\delta_r \sim 1$, то для области, в которой вязкие члены порядка инерционных, получим уравнения трехмерного пограничного слоя на пластине. При $\delta_y \sim 1$ получим уравнения пограничного слоя на цилиндрической поверхности. Интерес представляет область $\delta_y \ll 1$; $\delta_r \ll 1$, в которой силы, обусловленные вязким взаимодействием с пластиной и с цилиндрической поверхностью, имеют один порядок: $\partial / \partial r (\tau_{r\theta}) \sim \partial / \partial y (\tau_{y\theta})$, где $\tau_{r\theta}$, $\tau_{y\theta}$ — соответствующие компоненты тензора напряжений.

Итак, будем рассматривать область течения, в которой выполняются следующие условия:

- а) $u \sim U_\infty$
- б) $L \sim R$
- в) Вязкие члены порядка инерционных
- г) $\frac{\partial}{\partial r} (\tau_{r\theta}) \sim \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{y\theta})$ или

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) \sim \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)$$

Будем считать, что

$$(3) \quad \delta_y \ll 1, \quad \delta_r \ll 1$$

Из условия $\partial \tau_{r\theta} / \partial r \sim \partial \tau_{y\theta} / \partial y$, которое в пренебрежении малыми членами эквивалентно условно $\partial^2 u / \partial r^2 \sim \partial^2 u / \partial y^2$, получим

$$(4) \quad \delta_r \sim \delta_y = \delta$$

Обозначим через ε наибольшую по порядку из величин ε_V и ε_W ; поскольку Re является единственным определяющим параметром течения, то порядок величины ε/δ можно оценить из соотношения $\varepsilon/\delta \sim Re^\tau$, где τ — некоторое число. Если $\tau > 0$, то из уравнения неразрывности следует $\varepsilon_W/\delta \sim \varepsilon_V/\delta$; $\varepsilon_W \sim \varepsilon_V \sim \varepsilon$.

Используя далее условие равенства вязких и инерционных членов, из первого уравнения системы (2) найдем $1/Re \delta^2 \sim \varepsilon/\delta \sim Re^\tau$ или

$$(5) \quad \delta \sim Re^{-(1+\tau)/2}; \quad \varepsilon \sim Re^{(\tau-1)/2}$$

если $\tau \leq 0$, то $1/Re \delta^2 \sim 1$ и

$$(6) \quad \delta \sim Re^{-1/2}; \quad \varepsilon \sim Re^{\tau-1/2}$$

Рассмотрим случай $\tau > 0$. Оценим члены, входящие во второе и третье уравнения системы (2). Используя (5), получим

$$(7) \quad \frac{U_\infty^2}{R} O(Re^{(3\tau-1)/2}) - \frac{u^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$$

$$\frac{U_\infty^2}{R} O(Re^{(3\tau-1)/2}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$$

Поскольку по постановке задачи члены, входящие во второе уравнение системы (1), не могут по порядку величины превышать u_∞^2/R , то $(3\tau-1)/2 \leq 0$; если $(3\tau-1)/2 < 0$, то эта система приводит к противоречию, так как из первого уравнения системы (7) следует

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \sim \frac{U_\infty^2}{R^2} O(Re^{(1+\tau)/2}) + \frac{U_\infty^2}{R^2} O(Re^{2\tau})$$

а из второго уравнения

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right) \sim \frac{U_\infty^2}{R^2} O(Re^{2\tau})$$

Так как при $(3\tau-1)/2 < 0$ имеет место неравенство $(1+\tau)/2 > 2\tau$, то

$$(8) \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \gg \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)$$

Следовательно, $(3\tau-1)/2 = 0$, $\tau = 1/3$, тогда $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \sim \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)$ и

$$(9) \quad \delta \sim Re^{-2/3}; \quad \varepsilon \sim Re^{-1/3}$$

Оставляя в уравнениях (1) члены одного порядка, получим

$$(10) \quad w \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial y} = v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$w \frac{\partial w}{\partial r} + v \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{u^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$w \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \quad \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Рассмотрев случай $\tau \leq 0$, приходим к противоречию, аналогичному (8) при любых $\tau \leq 0$.

Таким образом, получено, что область углового течения, в которой силы вязкого взаимодействия с пластиной и цилиндрической поверхностью имеют одинаковый порядок, имеет размер $\delta \sim 1/Re^{2/3}$, асимптотически стремящийся к нулю, по сравнению с характерным размером обычного пограничного слоя $\delta \sim 1/Re^{1/2}$. Порядок величины поперечной составляющей скорости в этой области $v \sim w \sim 1/Re^{1/2}$ больше соответствующей величины для пограничного слоя $v \sim 1/Re^{1/2}$.

С ростом величины $\Delta r = R - r$ при фиксированном значении координаты y влияние вязкого взаимодействия с цилиндрической поверхностью падает, а величина поперечной составляющей скорости w растет. Можно оценить порядок величины Δr , при котором

$$(11) \quad \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \sim \nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2}$$

Поскольку скорость w индуцируется поперечным градиентом давления, то

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w^2}{2} \right) \sim \frac{u^2}{r}, \quad w^2 \sim \frac{U_\infty^2}{R} \Delta r$$

Подставив эти соотношения в (11), получим

$$\Delta r \sim R / \text{Re}^{1/2}, \quad w \sim U_\infty / \text{Re}^{1/4}$$

из уравнения неразрывности найдем $\partial v / \partial y \sim U_\infty \text{Re}^{1/4} / R$.

Используя полученные оценки и приравняв в первом уравнении системы (1) порядок вязких и инерционных членов, получим для характерного размера вдоль координаты y оценку $\delta \sim R / \text{Re}^{1/2}$. Тогда $v \sim U_\infty / \text{Re}^{1/2}$ и из третьего уравнения системы (1) следует $\frac{1}{\rho} \partial \rho / \partial y \sim U_\infty^2 / R \text{Re}^{1/2}$.

Пренебрегая в уравнениях (1) членами малого порядка, для рассматриваемой области получим

$$(12) \quad \begin{aligned} w \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ w \frac{\partial w}{\partial r} + v \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{u^2}{r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{aligned}$$

Уравнения (12) справедливы в области $R - r \sim 1 / \text{Re}^{1/2}$ и представляют собой уравнения трехмерного пограничного слоя, в которые не входят производные по θ . В масштабах этой области ранее рассмотренная область с характерными размерами $R / \text{Re}^{1/2}$ и $w \sim v \sim U_\infty / \text{Re}^{1/2}$ при $\text{Re} \rightarrow \infty$ является особой линией для уравнений (12). Такая особенность в трехмерном пограничном слое возникает, например, на острой кромке диска, где внешним течением является потенциальный вихрь, на передней кромке центробежной форсунки и др. [1, 4].

Уравнения трехмерного пограничного слоя в окрестности острой кромки, которая одновременно является линией тока внешнего потока при наличии поперечного градиента давлений, переходит в уравнения (12). Эти уравнения путем замены переменных

$$\eta = \frac{y}{R(1-r/R)^{1/2}}, \quad \xi = \frac{(R-r)}{R}, \quad w^* = \frac{w}{U_\infty \xi^{1/2}}, \quad v^* = \frac{v}{U_\infty} \xi^{1/4}$$

сводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений на линии $\xi = 0$.

При течении жидкости в окрестности угла, образованного пересечением двух плоскостей, область, в которой вязкие члены порядка инерционных, имеет характерный размер порядка $1 / \text{Re}^{1/2}$ [1]. Экспериментально известно, что толщина пограничного слоя в окрестности угла возрастает примерно в 2 раза [2]. Проведенные оценки показывают, что поперечный градиент давления на одной из поверхностей принципиально меняет картину течения: область углового течения имеет размер порядка $1 / \text{Re}^{1/2}$, стремящийся к нулю по сравнению с толщиной обычного пограничного слоя; очень близко к углу, на расстоянии порядка $1 / \text{Re}^{1/2}$, становятся справедливы уравнения пограничного слоя, которые имеют автомодельные решения при $(R-r) \rightarrow 0$. Это решение дает нулевую толщину пограничного слоя на линии $(R-r) = 0$, что находится в соответствии с асимптотикой уравнений Навье — Стокса при $\text{Re} \rightarrow \infty$. Поперечные составляющие скорости в окрестности угла $v \sim w \sim U_\infty / \text{Re}^{1/2}$ по порядку превышают нормальную к поверхности скорость в пограничном слое $v \sim 1 / \text{Re}^{1/2}$, но в масштабах трехмерного пограничного слоя на пластине, где $w \sim 1$, являются малыми. Поэтому можно считать, что поперечное течение на пластине развивается начиная с угла и перетекания с цилиндрической поверхности отсутствуют.

Следует подчеркнуть, что в качестве граничных условий для решения уравнений трехмерного пограничного слоя на пластине в области влияния вогнутой по-

верхности должно быть использовано автомодельное решение уравнений (12) на линии $r=R$.

Косвенным подтверждением полученных результатов может служить известный факт сильного утоньшения пограничного слоя на торцевой стенке межлопаточного канала [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. М.: Физматгиз, 1962.
2. Zamir M., Young A. D. Experimental investigation of the boundary layer in a streamwise corner. — Aeronaut. Quart. 1970, v. 21, No. 4.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970.
4. Белянин Н. М., Шальман Е. Ю. Ламинарный пограничный слой в закрученном потоке. — Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 1.
5. Лэнгстон, Нэйс, Хупер. Трехмерное течение в канале турбинной решетки. — Тр. Амер. об-ва инж.-мех. Сер. А. Энергетические машины и установки, 1977, № 1.

Москва

Поступила в редакцию
16.VIII.1979

УДК 532.546

ТЕОРЕМЫ СРАВНЕНИЯ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ В НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТАХ

ФАТКУЛЛИН Р. Г., ЯКИМОВ Н. Д.

В настоящей работе исследуется влияние изменения неоднородности грунта на решение задачи фильтрации в случае земляных плотин и каналов. Устанавливается класс задач, для которых удается указать изменения коэффициента фильтрации, приводящие к изменению положения депрессионной кривой в определенном направлении. Подобные теоремы сравнения для случая изменения формы тех или иных участков границы области были получены в [1], в частности был исследован характер изменения положения кривой депрессии.

В качестве примеров применения результатов дается оценка решения для плотины с вертикальной неоднородностью грунта через решение для однородной плотины с тем же профилем и оценка для одной осесимметричной задачи через решение соответствующей плоской задачи.

Полученные результаты могут использоваться как при теоретическом исследовании задач, так и с целью получения оценок искомого решения через известные решения.

1. Обозначим через h пьезометрический напор, тогда в обозначениях фиг. 1 имеем следующую общую постановку задачи. Требуется определить форму депрессионной кривой BC и функцию $h(x, y)$ в области фильтрации Ω по следующим условиям:

$$(1.1) \quad \nabla(\kappa \nabla h) = 0, \quad (x, y) \in \Omega$$

$$(1.2) \quad h = H_1(x, y) \in AB, \quad h = H_2(x, y) \in ED, \quad \frac{\partial h}{\partial n} = 0 \quad (x, y) \in AE$$

$$h = y, \quad \frac{\partial h}{\partial n} = 0, \quad (x, y) \in BC, \quad h = y, \quad \frac{\partial h}{\partial n} \geq 0 \quad (x, y) \in CD$$