МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 2 • 1981

УДК 533.6.011.72:532.5:013.4

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА В РАСШИРЯЮЩИХСЯ ОБЛАСТЯХ

ГАЛИН Г. Я., КУЛИКОВСКИЙ А. Г.

Рассматривается устойчивость течений газа, вызванных движением плоского поршня или возникших при распаде произвольного разрыва и аналогичных им. При этом границами области (или областей), в которой рассматривается развитие возмущений, являются плоскости (ударная волна, контактный разрыв, поршень и т. д.), удаляющиеся одна от другой.

В п. 1 рассматривается эволюция одномерных возмущений, фронты волн которых параллельны границам области, когда хотя бы одна из этих границ — поверхность сильного разрыва, перемещающаяся по частицам. Показано, что течения рассматриваемого класса могут обнаруживать своеобразную неустойчивость, проявляющуюся, в частности, в неустойчивости положения поверхности (или поверхностей) сильного разрыва. Для ряда течений критерии, учитывающие устойчивость положения поверхностей сильного разрыва, даны в явном виде.

В п. 2 изучается в общем случае поведение газодинамических возмущений, которые можно представлять как суперпозицию произвольно ориентированных плоских возмущений. Приводятся простые соображения, показывающие, что если коэффициенты отражения возмущений от границ областей не обращаются в бесконечность, то развитие возмущений, составляющих в начальный момент времени любой конечный угол с границами, не может привести к неустойчивости.

1. Характерной особенностью рассматриваемых течений является то, что возникающие в них звуковые возмущения могут многократно взаимодействовать с имеющейся в потоке поверхностью (или поверхностями) сильного разрыва. При этом они могут обнаруживать неустойчивость, своеобразие которой состоит в том, что возмущения параметров движения и состояния, претерпевающих скачок на поверхности разрыва, и возмущение скорости поверхности разрыва затухают с течением времени, а амплитуда смещения поверхности разрыва от положения, которое она занимала бы при отсутствии возмущений,— растет. Могут расти и амплитуды смещения частиц.

Этот эффект обусловлен тем обстоятельством, что возмущения параметров, от которых зависит возмущение скорости поверхности разрыва, затухают недостаточно быстро. Такого рода неустойчивость могут обнаруживать поверхности разрыва разной природы — ударные волны, волны детонации и горения, сильные разрывы в магнитной гидродинамике и т. д.

В качестве примера рассмотрим поведение малых возмущений в газе между неподвижной плоской жесткой стенкой и параллельной ей плоской ударной волной, распространяющейся по газу в направлении от стенки, полагая, что в невозмущенном течении параметры движения и состояния газа впереди ударной волны и за ней постоянны. Ось x направим в сторону газа, а плоскость $x=0$ совместим с плоскостью стенки. Относительно уравнений состояния газа будем предполагать, что они удовлетворяют известным ограничениям термодинамического характера, а в остальном произвольны. Ниже будут рассматриваться только те случаи, когда $M=U/a<1$, $M_0=UV_0/Va_0\geqslant1$, где U — скорость ударной волны, a — скорость звука, V — удельный объем в невозмущенном потоке, индексом ноль отмечаются параметры перед фронтом ударной волны. Начальные условия для возмущений считаются заданными в момент времени t_0 и отличными от нуля только в области между ударной волной и стенкой, а $\zeta(y, z, t_0)=0$, где $\zeta(y, z, t)$ — смещение ударной волны от положения $(x=Ut)$, которое она занимала бы при отсутствии возмущений.

Изучим поведение одномерных возмущений, полагая, что возмущения скорости u', давления p', энтропии S' зависят только от x и t, $u_y'=u_z'=0$ и возмущенное течение является адиабатическим. В этом случае система линеаризованных уравнений для возмущений имеет инварианты $I^{\pm}=p'\pm \pm au_x'/V$, причем $I^{\pm}=I^{\pm}(t\mp x/a)$. Функция $S'(x)$ в возмущенной области определится по начальным данным и ее значениям на ударной волне.

Отметим, что при одномерных возмущениях за промежуток времени $[t_0, t_0/\alpha]$, где $\alpha=(1-M)/(1+M)$, все распространяющиеся со звуковой скоростью начальные возмущения провзаимодействуют с ударной волной один раз, при этом часть из них отразится предварительно от стенки. Для каждого $t\geqslant t_0$ можно указать натуральное число $n(t)$, такое, что $\alpha^{1-n}\leqslant t/t_0\leqslant\alpha^{-n}$. Все t, удовлетворяющие при фиксированном n этому неравенству, принадлежат отрезку времени, в течение которого произойдет n-е отражение от ударной волны всех распространяющихся со звуковой скоростью начальных возмущений. Этот отрезок времени равен $(1-\alpha)t_0/\alpha^n$ и, как видно, увеличивается с ростом n.

Воспользовавшись свойствами инвариантов I^+, I^- и граничными условиями, которым в линеаризованной постановке должны удовлетворять возмущения на ударной волне и твердой стенке, нетрудно установить, что поведение возмущений на ударной волне может быть описано следующими соотношениями:

$$I^+(t)=K^m I^+(\alpha^m t),\qquad I^-(t)=KI^+(t),\qquad S'(t)=K^m S'(\alpha^m t)$$

$$U'(t)=K^m U'(\alpha^m t),\qquad U'(t)=\frac{d\zeta}{dt}=BI^+(t)$$

$$\zeta(t)=B\left[\left(\sum_{l=0}^{m-1}R^l\right)\int_{t_0}^{t_0/\alpha}I^+(\eta)\,d\eta+R^m\int_{t_0}^{\alpha^m t}I^+(\eta)\,d\eta\right]\tag{1.1}$$

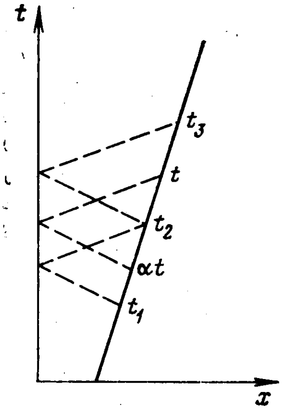
$$t_0\leqslant\alpha^m t\leqslant t_0\alpha^{-1},\qquad m+1=n(t),\qquad R=K\alpha^{-1}$$

$$K=-\frac{2(1-M)-\mu}{2(1+M)-\mu},\quad \mu=1+j^2\left(\frac{dV}{dp}\right)_H,\quad B=\frac{V_0(1+K)\mu}{4j(V_0-V)},\quad j=UV$$

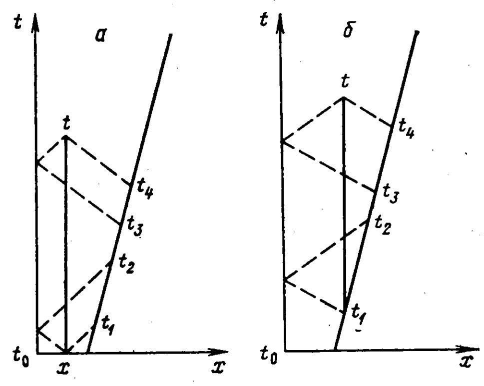
Здесь индекс H у производной означает, что она берется по направлению ударной адиабаты.

Как видно из (1.1) и отмечалось в [1], при $|K|>1$ течение будет неустойчивым. При $|K|<1$ возмущения p', u_x', S', U' на ударной волне, а p', u_x' и во всей области за ударной волной будут асимптотически затухать. Асимптотическое же поведение функции $\zeta(t)$ при $|K|<1$ может быть различным и зависит от отношения K/α. В формуле для ζ в (1.1) слагаемые, объединенные в сумму, появились в результате $n-1$-го отражения начальных звуковых возмущений от ударной волны. Коэффициент, стоящий при знаке суммы, равен $\zeta(t_0/\alpha)$. Эта сумма, как функция t, является ступенчатой функцией, которая при $R\neq1$ равна $(R^{n-1}-1)/(R-1)$, и при $R=1$ равна $n-1$. Отметим, что случай $R=-1$ $(K=-\alpha)$ не реализуется при $0<M<1$. В формуле для ζ величина последнего слагаемого при фиксированном n изменяется в пределах от 0 до $L|R|^{n-1}$, где L — максимум модуля функции $\zeta(t)$ на отрезке $[t_0, t_0/\alpha]$.

Из сказанного выше следует, что при $|R|<1$ функция $\zeta(t)$ с ростом t стремится к пределу, равному $\zeta(t_0/\alpha)/(1-R)$. Необходимо подчеркнуть, что при $M<1$ ударная волна может совершать малые незатухающие колебания только в том случае, когда $R=1$ и $\zeta(t_0/\alpha)=0$. Последнее равенство может выполняться только при специальных начальных данных. При произвольных начальных данных, причем во многих случаях уже при неболь-



Фиг. 1



Фиг. 2

ших n, $|\zeta(t)|$ будет возрастать. Поэтому случай $K=\alpha$, $M<1$ включен в критерий неустойчивости. При $|R|>1$ амплитуда смещения ударной волны от невозмущенного положения с ростом $n(t)$ будет возрастать и даже тогда, когда $\zeta(t_0/\alpha)=0$.

Таким образом, если интересоваться не только поведением p', u_x', S', U', но и устойчивостью положения ударной волны, то при таком более широком понимании смысла термина «устойчивость течения» рассматриваемое течение в рамках линейной теории будет устойчивым при $|K|<\alpha$ и неустойчивым при $|K|>\alpha$ и $|K|=\alpha$, $M<1$.

Полученные критерии для ударной волны в газе можно сформулировать в виде ограничений на наклон ударной адиабаты

$$(1.2)\qquad \begin{aligned} &|K|<\alpha:\ j^2\left(\frac{dV}{dp}\right)_н<1-2M^2\\ &|K|>\alpha,\ K=\alpha\ M<1:\ j^2\left(\frac{dV}{dp}\right)_н<-1;\ j^2\left(\frac{dV}{dp}\right)_н\geqslant 1-2M^2\end{aligned}$$

Механизм нарастания амплитуды смещения ударной волны при $|K|<$ <1 можно уяснить, сравнив изменение ζ за два промежутка времени: $(\Delta t)_{21}=t_2-t_1=(1-\alpha)t_1/\alpha$ и $(\Delta t)_{32}=t_3-t_2=(1-\alpha)t_1/\alpha^2$, где $t_1>t_0$ (фиг. 1). Пунктирными линиями изображены характеристики. Пусть, например, момент времени t_1 принадлежит отрезку $[t_0,\ t_0/\alpha^2]$ и выбран так, что $(\Delta\zeta)_{21}$ имеет максимальную по модулю величину из всех возможных значений на этом отрезке. При $K=\alpha$ предполагается, что $\zeta(t_0/\alpha)\neq0$.

При одномерных возмущениях в промежуток времени $(\Delta t)_{32}$ на ударную волну приходят только те звуковые возмущения, которые отразились от нее в моменты времени, принадлежащие $(\Delta t)_{21}$. В каждый момент времени t, принадлежащий $(\Delta t)_{32}$, на ударную волну приходит звуковое возмущение, которое отразилось от нее в момент времени αt, принадлежащий $(\Delta t)_{21}$. Его величина в результате однократного отражения от ударной волны будет в $|K|$ раз меньше, чем в соответствующий момент времени αt. Вместе с тем в $1/\alpha$ раз увеличивается промежуток времени, в течение которого произойдет очередное отражение от ударной волны рассматриваемой совокупности звуковых возмущений. Поскольку относительное смещение $\Delta\zeta$ пропорционально интегралу от $I^+(t)$, вычисленному на соответствующем отрезке времени, то его величина изменится в $|K/\alpha|$ раз. По этой причине амплитуда относительного смещения при последующих отражениях будет возрастать, если $|K|>\alpha$ и $|K|=\alpha$.

Если ввести логарифмический масштаб времени, положив $\tau=\ln(t/t_0)$, то промежутки времени между последующими отражениями фиксированного звукового возмущения от ударной волны (и от стенки) в этом масштабе времени будут одинаковыми и равными $\beta=-\ln\alpha$. Если в условии на ударной волне для $d\zeta/dt$ перейти к переменной τ, то у $I^+(\tau)$ появится множитель e^τ, который компенсирует эффект увеличения продолжительности взаимодействия фиксированной совокупности звуковых возмущений с ударной волной при каждом последующем отражении. Функцию $\zeta(\tau)$ можно представить в виде свертки

$$\zeta(\tau)=\int_0^\tau R^{[\eta/\beta]}\,\Psi(\tau-\eta)\,d\eta$$

где Ψ — периодическая при $\eta>0$ функция с основным периодом, равным β. На отрезке $0\leqslant\eta<\beta$ функция $\Psi(\eta)$ выражается через начальные данные, $[\eta/\beta]$ — наибольшее целое число, не превосходящее η/β.

Интересно проследить за смещением x' частиц от их невозмущенного положения x в различных ситуациях, когда $|K|<1$. Заметим, что для частиц за фронтом ударной волны координату x можно рассматривать в качестве лагранжевой координаты. Формулу для x' представим в виде

$$x'(t,x)=\frac{\alpha}{1+\alpha}\,\frac{V}{a}\left[\int_{t_1}^{t_2} I^+(\eta)\,d\eta-R\int_{t_3}^{t_4} I^+(\eta)\,d\eta\right] \tag{1.3}$$

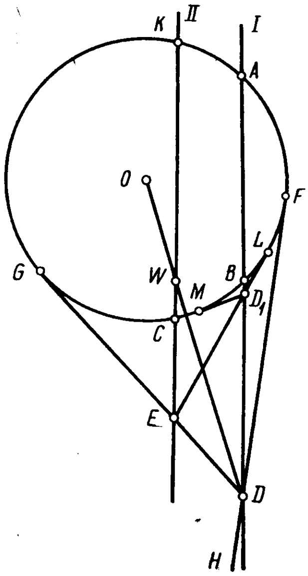
Здесь оба интеграла в правой части вычисляются на ударной волне (фиг. 2, *а, б*). Как моменты времени t_4, t_3, t_2, t_1 связаны с координатами частицы в плоскости (x,t), видно из фигуры. Отрезки времени, на которых вычисляются оба интеграла в (1.3), для каждой частицы фиксированы. Поэтому второй интеграл, поскольку $|K|<1$, будет стремиться к нулю при $t\to\infty$, а x' – к пределу, зависящему от x. Для $0\leqslant x\leqslant Ut_0$ предельное значение x' будет малой величиной, стремящейся к нулю вместе с x. Для частиц, приходящих на ударную волну в моменты времени $t=x/U>t_0$, величина предельного значения x', которое пропорционально относительному смещению ударной волны на отрезке времени $[x/U,\ x/U\alpha]$, при $|K|>\alpha$ будет возрастать, а при $|K|<\alpha$ – стремиться к нулю с ростом x, точнее, с ростом $n(x/U)$. Если $K=\alpha$, то для всех частиц, приходящих на ударную волну в моменты времени $t>t_0$, предельное значение x' будет мало и ограничено одной и той же константой.

Если поверхность $x=0$ является не твердой стенкой, а контактным разрывом и нет звуковых возмущений, приходящих на контактный разрыв из области $x<0$, то поведение контактного разрыва будет аналогичным поведению ударной волны. Это видно из написанной ниже формулы для смещения x_k' контактного разрыва

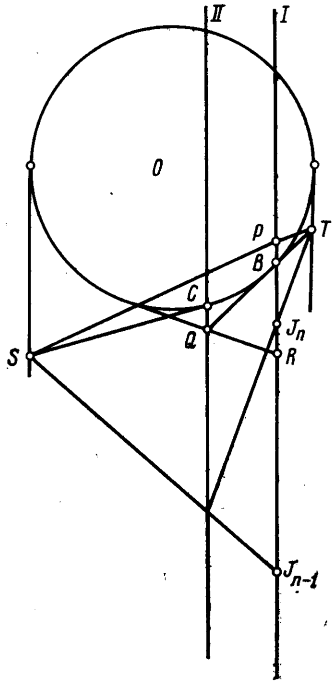
$$x_k'(t)-x_k'((1+M)t_0)=-\frac{(1+A)(1+M)VK}{2Ba}\,\zeta\left(\frac{t}{1+M}\right)$$

$$A=\frac{1-\delta}{1+\delta},\qquad \delta=\left(\frac{a}{V}\right)\left(\frac{V}{a}\right)_2$$

где A – коэффициент отражения звуковых возмущений от контактного разрыва, $(V/a)_2$ – значение V/a на контактном разрыве со стороны $x<0$. В этом случае кри-



Фиг. 3



Фиг. 4

терий устойчивости будет $|AK|<\alpha$, а неустойчивости — $|AK|>\alpha$; $|A|K=\alpha$, $M<1$. Смещение частиц при $t\to\infty$ будет стремиться к определенному пределу только при $|AK|<\alpha$.

В [1] исследовалась устойчивость образующегося при распаде начального разрыва течения, когда в газе возникают две распространяющиеся в противоположных направлениях ударные волны, разделенные контактным разрывом. Можно показать, что критерий устойчивости для этого течения, учитывающий устойчивость положения ударных волн, получается из указанного в [1] критерия (4.4) заменой K_i на K_i/α_i, $i=1, 2$, и имеет вид

$$1+|A|\left(\frac{|K_1|}{\alpha_1}-\frac{|K_2|}{\alpha_2}\right)-\frac{|K_1K_2|}{\alpha_1\alpha_2}>0$$

$$1-|A|\left(\frac{|K_1|}{\alpha_1}-\frac{|K_2|}{\alpha_2}\right)-\frac{|K_1K_2|}{\alpha_1\alpha_2}>0$$

Отметим, что указанные в п. 1 критерии, в которых не использован конкретный вид коэффициентов отражения, имеют силу не только для ударных волн, но и для поверхностей сильного разрыва другой физической природы.

2. Рассмотрим поведение плоского акустического возмущения, волновой вектор которого **k** не совпадает по направлению с осью x, ортогональной границам области.

Неограниченное расширение области позволяет применить метод геометрической оптики. При этом существенно, что составляющая волнового вектора, параллельная границам, остается постоянной при распространении и отражении возмущений и это ограничивает сверху полную длину волны возмущения.

Вторым условием, обеспечивающим применение излагаемого ниже метода, является конечность коэффициентов отражения возмущений от границ. Под коэффициентом отражения возмущения от границы понимается отношение каких-либо численных характеристик отраженного и падающего возмущений. Например, в качестве коэффициента отражения можно выбрать отношение возмущений плотности в отраженной и падающей волнах. Коэффициент отражения в общем случае зависит от направления падающего возмущения. Предполагается, что в результате падения на границу возмущений в виде волнового пакета с волновыми векторами, близкими к вектору $\mathbf{k}$, характеризующему пакет, возникает отраженная волна также в виде некоторого волнового пакета. Это условие исключает из рассмотрения границы типа неустойчивых и спонтанно излучающих ударных волн [2]. Очевидно, что если одна из границ является экспоненциально неустойчивой ударной волной, то все течение будет неустойчивым, поскольку скорость роста возмущений вблизи ударной волны не ограничена и может быть сколь угодно большой. Устойчивость течений, содержащих спонтанно излучающую ударную волну, требует специального рассмотрения, которое здесь не проводится.

На фиг. 3 в виде окружности радиуса a изображена диаграмма скоростей акустических возмущений в газе. Возмущение с нормалью $\mathbf{n}=\mathbf{k}/k$ распространяется с лучевой (групповой) скоростью $a\mathbf{n}$, изображаемой на фигуре радиусом, проведенным из центра к соответствующей точке окружности. Пусть прямая I, проведенная через точки A и B параллельно оси y, соответствует на фигуре (в пространстве скоростей) одной из границ области, в которой будем рассматривать поведение возмущений. Расстояние этой прямой от центра окружности равно U_1 — скорости движения границы относительно газа. Здесь принято, что $U_1<a$. В противном случае эта граница не взаимодействовала бы с акустическими возмущениями.

Второй границе области соответствует на фигуре прямая II, проведенная через точки K и C параллельно I. Скорость этой границы относительно газа обозначим через U_2. Каждую границу области и соответствующую ей на фиг. 3 прямую будем обозначать одинаковой цифрой.

Из фигуры видно, что возмущения, ориентация которых соответствует дуге окружности AB, догоняют границу I. Возмущения, соответствующие дугам BC и AK, распространяются между границами I и II, не взаимодействуя с ними. Возмущения, соответствующие дуге окружности CGK, взаимодействуют с границей II.

При отражении меняется ориентация возмущения. На фигуре показано изменение ориентации возмущения, распространяющегося со скоростью OF, при отражении его от границы I, в результате чего возникает возмущение, распространяющееся со скоростью OG. Соответствующие фронты волн расположены вдоль прямой DH, касающейся окружности в точке F, и прямой GD. При построении отраженного фронта использовалось условие, что скорости движения точек пересечения фронтов плоских возмущений с границей для падающей и отраженной волн совпадают (эта скорость представлена точкой D на фигуре). Точка G является точкой касания с окружностью второй касательной, проведенной из точки D. Аналогичным образом находится, что в результате отражения от границы II волны, скорость которой равна OG, возникает волна, распространяющаяся со скоростью OL.

При следующем отражении от I возникает волна, конец вектора скорости которой M лежит на дуге BC. Эта волна не взаимодействует с границами, распространяясь между ними.

Если направление скорости исходного возмущения выбрать ближе к направлению оси x, то точка D будет расположена дальше от окружности и последовательность отражающихся волн будет длиннее, прежде чем закончится волной, конец вектора скорости которой принадлежит BC. Соответственно наряду с точками D и D_1 появляются точки $D_2 \ldots D_n$, представляющие скорости точек пересечения фронтов возмущений с границей I. Последовательность закончится точкой D_N вследствие прекращения взаимодействия возмущений с границей I, если точка D_N принадлежит некоторому отрезку BR (фиг. 4).

Можно указать такую точку P внутри окружности на прямой I и такую последовательность точек $J_1, J_2 \ldots J_n$, что $|PD_n|<|PJ_n|$, а последовательность $|PJ_n|$ представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем, меньшим единицы и зависящим только от значений U_1 и U_2. Точки P, R, J_{n-1} и J_n изображены на фиг. 4, из которой видно, как эти точки расположены. В пояснение к чертежу укажем, что точки T и S лежат на пересечении касательных к окружности, параллельных оси y, и касательных, построенных в точках B и C. Точка R лежит на продолжении касательной, проведенной через точку Q. Наличие указанной выше последовательности точек J_n доказывает, что для произвольно расположенной точки D можно указать такое N, что D_N попадет на отрезок BR, а соответствующее возмущение, быть может после отражения от границы II, приобретает скорость, соответствующую одной из точек дуги BC.

Таким образом, каждое акустическое возмущение, составляющее отличный от нуля угол с границами области, испытав конечное число отражений, приобретает такую лучевую скорость, близкую по направлению к оси y, что перестает взаимодействовать с границами, распространяясь между ними. Число отражений зависит от направления начального возмущения и бесконечно только для возмущений, фронты которых параллельны границам. Полное изменение интенсивности возмущения определяется произведением коэффициентов отражения. Если коэффициенты отражения возмущений ограничены по модулю, то изменение интенсивности любого заданного наклонного возмущения будет ограниченным.

Если граница II движется относительно газа в ту же сторону, что и граница I, то необходимо учитывать также энтропийные возмущения, возникающие при отражении акустических возмущений от границы I, так как в этом случае энтропийные возмущения достигают границы II и могут отражаться от нее в виде акустических волн. Фронт энтропийной волны, возникающей при отражении акустической волны со скоростью, соответствующей точке F, изображается прямой DO (фиг. 3). Если точка W, представляющая пересечение прямых DO и II, лежит внутри окружности, то при отражении энтропийной волны возникает экспоненциально затухающее при удалении от границы II возмущение, которое можно не учитывать при достаточно большом расстоянии между границами I и II. Если точка W лежит вне окружности, то в результате отражения энтропийной волны от границы II возникает акустическая волна, направление скорости которой ближе к оси y, чем у волны, возникшей при отражении акустической волны с фронтом DG от границы II. Из этого можно заключить, что учет энтропийных возмущений не может повлиять на вывод о том, что в результате конечного числа отражений любого начального возмущения, не параллельного границам, останутся только волны, не взаимодействующие с границами.

Если рассматривается устойчивость течения с несколькими расширяющимися областями, возмущения в которых могут взаимодействовать между собой через границы, то указанный выше процесс разворота лучевых скоростей к направлению оси y будет происходить при последовательных отражениях и преломлениях и закончится для каждого заранее выбранного возмущения, фронт которого не параллелен границе, после конечного числа отражений тем, что останутся только возмущения, не взаимодействующие с границами.

Доказательство этого утверждения нетрудно получить способом, аналогичным описанному выше: рассматривая убывание скоростей точек пересечения границ с фронтами плоских возмущений, возникающих при последовательных отражениях и преломлениях.

Таким образом, в подобных задачах, если все коэффициенты отражения и преломления конечны, устойчивость течения определяется поведением возмущений с фронтами, параллельными границам, или поведением возмущений, направления нормалей к фронтам которых сколь угодно мало отличаются от направления нормали к границам областей. Так как отражение таких возмущений происходит вначале с коэффициентами отражения, близкими к коэффициентам отражения возмущений, параллельных границам, и лишь конечное число отражений происходит с отличными от указанных коэффициентами отражения, то течение будет устойчивым, если оно асимптотически устойчиво по отношению к возмущениям, параллельным границам (критерии устойчивости по отношению к этим возмущениям были даны в п. 1).

Этот результат, справедливый для любых течений рассматриваемого класса, находится в соответствии с работой [2], где другим методом доказана устойчивость решения задачи о плоском поршне относительно возмущений не параллельных поршню, если ударная волна, содержащаяся в решении, асимптотически устойчива.

Этим рассуждениям можно придать еще и другую форму. Так как невозмущенное состояние не зависит от координаты y, отсчитываемой вдоль границ, то зависимость решения от y можно брать в виде $\exp(ik_y y)$, $k_y=\text{const}$. Тогда дисперсионное уравнение акустических возмущений при фиксированном k_y будет приводить к дисперсии волн в направлении оси x:

$$\omega^2=a^2(k_x^2+k_y^2) \tag{2.1}$$

Очевидно, групповая скорость $\partial\omega/\partial k_x$ равна проекции лучевой скорости на ось x.

При отражениях волн от движущихся относительно газа границ происходит в соответствии с эффектом Допплера изменение частоты возмущений, что приводит к изменению групповой скорости возмущений, $\partial\omega/\partial k_x$. Согласно предыдущему, для каждого $k_x\neq\infty$ при заданном k_y достаточно конечного числа отражений для того, чтобы групповые скорости $\partial\omega/\partial k_x$ возмущений приобрели значения, заключенные между скоростями границ областей, в которых эти возмущения распространяются.

Отметим в заключение, что метод геометрической оптики, использовавшийся выше, может успешно применяться также для исследования устойчивости неоднородных течений газа в расширяющихся областях, а также для исследования устойчивости течений, описываемых другими системами уравнений, например уравнениями магнитной гидродинамики. В последнем случае последовательность отражений косых волн не всегда приводит к волнам не взаимодействующим с границами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Галин Г. Я., Куликовский А. Г.* Об устойчивости течений, возникающих при распадении произвольного разрыва.— ПММ, 1975, т. 39, вып. 1.
2. *Иорданский С. В.* Об устойчивости плоской стационарной ударной волны.— ПММ, 1957, т. 21, вып. 4.

Москва

Поступила в редакцию
8.IV.1980