

## ИССЛЕДОВАНИЕ УРОВНЕЙ ПРИСТЕНОЧНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

А. Н. АНТОНОВ

(Москва)

Проводится исследование шума на поверхности тела под переходным и турбулентным пограничным слоем, наростшим на плоской или криволинейной поверхности. Этой теме посвящено достаточно много работ [1-13] различных авторов. Отметим, что большинство работ выполнено в экспериментальном плане. Так, в работах [1-3, 7-9, 11] рассмотрен шум от турбулентного пограничного слоя при числе  $Re$  на внешней границе слоя меньше 1 на плоской пластине. Показано, что суммарные уровни пульсаций давления уменьшаются с увеличением числа Рейнольдса.

Увеличение отрицательного градиента скорости приводит к увеличению суммарного уровня и спектральной плоскости, а увеличение положительного градиента скорости — к уменьшению шума пограничного слоя [1, 2, 5]. Следует отметить, что экспериментально был установлен [1, 2] «псевдозвуковой» характер шума турбулентного пограничного слоя. Исследования показали, что возмущения давления от турбулентных вихрей распространяются вниз по потоку со скоростью движения этих вихрей, а вверх по пограничному слою не распространяются. Амплитуда псевдозвуковых пульсаций давлений (гидродинамический шум) много больше амплитуды чисто акустических возмущений, которые излучаются пограничным слоем во внешний поток.

В отличие от экспериментальных исследований число расчетно-теоретических работ довольно ограничено [1, 13] и проведено в большинстве случаев на уровне оценок.

В настоящей работе предложен приближенный метод расчета шума под пограничным слоем. Для создания методики расчета требуется знание распределения скорости течения, масштаба  $l$  и энергии турбулентности  $\epsilon$  поперек пограничного слоя, которые берутся из работ [14-15].

1. В работах Лайтхилла [16, 17] изложены основы общей теории аэродинамического шума. Используя общие уравнения неразрывности и импульса, было получено основное уравнение для пульсаций плотности

$$(1.1) \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}$$

Здесь  $\rho$  — плотность;  $u_i, u_j$  — скорость течения жидкости в направлениях  $x_i$  и  $x_j$ ;  $c_0$  — скорость звука;  $t$  — время;  $Q$  — производительность источника за единицу времени в единицу объема;  $F_i$  — массовая сила на единицу объема;  $T_{ij}$  — тензор касательных напряжений Рейнольдса

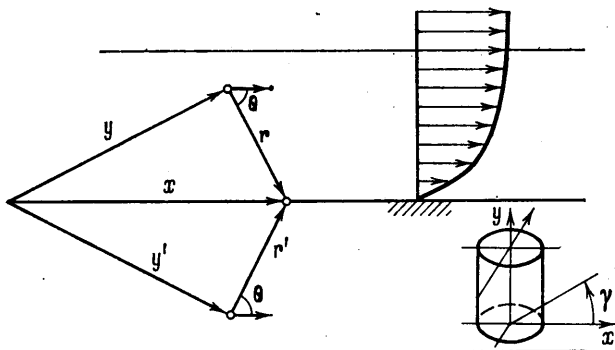
$$T_{ij} = \rho u_i u_j + p_{ij} - c_0^2 \rho \delta_{ij}$$

$$p_{ij} = p \delta_{ij} + \mu \left[ -\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right]$$

где  $p_{ij}$  — тензор напряжений от сил давления и вязкости;  $p$  — давление,  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости;  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера. Решение уравнения (1.1) при  $F_i = Q = 0$  и отсутствии твердых границ в потоке жидкости есть [16, 17]

$$\rho = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{T_{ij}(y, t-r/c_0) dV}{r}, \quad r = |x-y|$$

Рассмотрим шум на поверхности под пограничным слоем толщины  $\delta$ . Обычный путь исследования с помощью метода работы [18] не приводит к цели, так как точка наблюдения расположена на поверхности. Поэтому применим другой способ учета отражающей шум поверхности, а именно способ мнимых источников [12]. Каждому действительному источнику



Фиг. 1

(действительному квадруполью) поставим в соответствие мнимый источник (мнимый квадруполь), расположенный относительно плоской поверхности симметрично действительному источнику (фиг. 1). Тогда решение уравнения (1.1) запишется в виде

$$(1.2) \quad \rho = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left[ \int_{V_1} \frac{T_{ij} dV_1}{r} + \int_{V_2} \frac{T_{ij} dV_2}{r} \right]$$

Здесь  $V_1$  и  $V_2$  — объемы с действительными и мнимыми источниками. Отметим, что каждый действительный и соответствующий ему мнимый источники работают в фазе, т. е. коэффициент корреляции между ними равен единице. Благодаря этому мы получаем поле дипольных источников, характеризуемое суммой соответствующих членов первого и второго интегралов. Поле квадрупольных источников определяется первым интегралом, дополнительное поле, возникающее за счет отражения акустического поля квадрупольных источников от плоскости, — вторым интегралом. Про дифференцируем соотношение (1.2) [2]

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{V_1} \frac{T_{ij} dV_1}{r} = \int_{V_1} \frac{(x_i - y_i)(x_j - y_j)}{r^3} \left[ \frac{T_{ij}}{c_0^2} + \frac{3T_{ij}}{c_0 r} + \frac{3T_{ij}}{r^2} \right] dV_1$$

Тогда на расстояниях  $r/\delta \leq 1$  имеем

$$(1.3) \quad \rho = \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_{V_1} \frac{(x_i - y_i)(x_j - y_j)}{(r)^3} \left[ \frac{T_{ij}}{c_0^2} + \frac{3T_{ij}}{c_0 r} + \frac{3T_{ij}}{r^2} \right] dV_1 +$$

$$+ \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_{V_2} \frac{(x_i' - y_i')(x_j' - y_j')}{(r')^3} \left[ \frac{T_{ij}}{c_0^2} + \frac{3T_{ij}}{c_0 r} + \frac{3T_{ij}}{r^2} \right] dV_2$$

Оценим первый, второй и третий подынтегральные члены в скобках первого интеграла, считая, что  $\partial/\partial t \sim \omega \sim u_e/\delta$  [2]. (Здесь в отличие от дальнего поля линейный размер пропорционален  $\delta$ , так как шум в точке поверхности определяется небольшим участком окружающего эту точку пограничного слоя.)

$$\rho_1' \sim \frac{u_e^2 T_{ij}}{\delta^2 c_0^2} = \frac{T_{ij} M_e^2}{\delta^2}, \quad \rho_2' \sim \frac{u_e T_{ij}}{\delta c_0 r} = \frac{T_{ij} M_e}{\delta r}, \quad \rho_3' \sim \frac{T_{ij}}{r^2}$$

Разделив  $\rho_1'$  и  $\rho_2'$  на  $\rho_3'$ , получим

$$\mu_1' = \frac{\rho_1'}{\rho_3'} \sim \left( M_e \frac{r}{\delta} \right)^2, \quad \mu_2' = \frac{\rho_2'}{\rho_3'} \sim \frac{r}{\delta} M_e$$

Экспериментальные данные, собранные в работе [1], показывают, что крупномасштабные вихри, несущие максимальную турбулентную энергию и, следовательно, определяющие шум турбулентного пограничного слоя, расположены при  $r/\delta \approx 0.24-0.27$ . Поэтому при  $M_e \leq 1$  имеем  $\mu_1' \ll 1$  и  $\mu_2' \ll 1$ . Это означает, что в первом интеграле можно пренебречь первыми и вторыми членами по сравнению с третьим членом. Аналогичные результаты получим и для второго интеграла. На основании проведенных оценок можно написать

$$(1.4) \quad \rho = \frac{3}{4\pi c_0^2} \left[ \int_{V_1} \frac{(x_i - y_i)(x_j - y_j) T_{ij} dV_1}{r^5} + \int \frac{(x_i' - y_i')(x_j' - y_j') T_{ij} dV_2}{(r')^5} \right]$$

Для дозвуковых течений имеет место  $T_{ij} \approx \rho u_i u_j$ . Эксперименты показывают, что измерения в турбулентных течениях, произведенные в соседних точках, являются хорошо коррелированными, однако измерения в точках, удаленных друг от друга, почти некоррелированы. Этот результат используется в теории работ [16-17] при допущении, что пренебрегается неточной одновременностью значений. Вследствие этого поле турбулентного течения разбивается на такие области, что интенсивности квадруполь внутри каждой области вполне скоррелированы, а интенсивности в точках, принадлежащих разным областям, не являются скоррелированными, причем протяженность  $l$  каждого независимого распределения квадруполь, грубо говоря, представляет собой размер типичного вихря, излучающего энергию. Внутри объема жидкости, размером  $dW \sim l^3$  значения функций могут быть приняты равными ее значению в центре. С другой стороны, внешние части таких различных областей являются некоррелированными, так что интенсивность энергии в них  $\langle p'^2 \rangle / \rho_0 c_0$  должна складываться при определении интенсивности излучения.

Для среднеквадратичного значения пульсаций давления, используя соотношение (1.4) и  $\rho = \rho_0$ , получим

$$(1.5) \quad \langle p'^2 \rangle = \frac{9}{16\pi^2} (a_1 + a_2 + 2a_3)$$

$$a_1 = \iint_{V_1} \frac{(x_i - y_i)^2 (x_j - y_j)^2}{r^{10}} \rho^2 \langle u_i^2 u_j^2 \rangle dV_1 dW$$

$$a_2 = \iint_{V_2} \frac{(x_i' - y_i')^2 (x_j' - y_j')^2}{(r')^{10}} \rho^2 \langle u_i^2 u_j^2 \rangle dV_2 dW$$

$$a_3 = \iint_{V_1+V_2} \frac{(x_i-y_i)(x_i'-y_i')(x_j-y_j)(x_j'-y_j')}{r^5 r'^5} \rho^2 \langle u_i^2 u_j^2 \rangle dV_3 dW$$

$$V_3 = V_1 + V_2$$

Здесь интегрирование ведется по объему вихря, а затем по объему всей области, занятой вихрями ( $V_3$ ). Считается, что коэффициент корреляции внутри вихря равен единице, а коэффициенты корреляции между точками разных вихрей равны нулю [16, 17]; коэффициент корреляции между действительным источником и соответствующим мнимым источником равен единице, коэффициент корреляции между мнимыми источниками равен нулю, коэффициент корреляции между несоответствующими друг другу мнимыми и действительными источниками равен нулю.

Так как точка наблюдения расположена в плоскости симметрии мнимых и действительных источников, то имеем  $r=r'$  и из (1.5) с точностью до постоянной получим выражение

$$(1.6) \quad \langle p'^2 \rangle = A \int_V \frac{(x_i - y_i)^2 (x_j - y_j)^2}{r^{10}} \rho^2 \langle (u_i^* + u_i')^2 (u_j^* + u_j')^2 \rangle dV dW$$

где  $u^*$ ,  $u'$  — средняя и пульсационная скорости. Здесь для упрощения записи  $V_3$  заменено на  $V$ ,  $A$  — постоянная, учитывающая коэффициенты первого, второго и третьего интегралов выражения (1.5). Так как интеграл (1.6) по области  $V_3$  равен удвоенному интегралу по области  $V_1$ , то будем проводить интегрирование выражения (1.6) только по области  $V_1$  (верхнее полупространство, фиг. 1).

2. Вычислим суммарные уровни шума под пограничным слоем, обтекающим плоскую поверхность. Для этого преобразуем выражение в скобках соотношения (1.6)

$$(2.1) \quad \langle (u_i^* + u_i')^2 (u_j^* + u_j')^2 \rangle \approx \langle u_i^2 \rangle (6u_i^{*2} + \langle u_j'^2 \rangle) \approx u_i^2 \epsilon^2 u_e^2$$

Здесь  $u_1 = u$ ,  $u_2 = v$ ,  $y_1 = x$ ,  $y_2 = y$ ,  $\epsilon = \sqrt{\langle u'^2 \rangle} / u_e$ . Последний член в выражении (2.1) получен для следующих значений  $i, j$ :  $i=j=1$ ;  $i=1, j=2$  и  $i=2, j=1$ . Остальные комбинации  $i=j=2$ ;  $i=j=3$ ;  $i=2, j=3$ ;  $i=3, j=2$  приводят к малым величинам пульсаций  $u_i u_j$ , которыми можно пренебречь. Так как представляют интерес только величины, изменяющиеся во времени, то в уравнении (2.1) при переходе к предпоследнему соотношению отброшен член  $u_i^* u_j^*$ . Теперь, учитывая (2.1), получим из соотношения (1.6)

$$(2.2) \quad \langle p'^2 \rangle = A \rho^2 u_e^2 \iint_V \frac{(x_i - y_i)^2 (x_j - y_j)^2 u_i^2 \epsilon^2 l^3 dV}{r^{10}}$$

Полученное выражение характеризует гидродинамический шум и указывает на псевдозвуковой характер шума от турбулентного пограничного слоя на небольших расстояниях  $r/\delta$  от слоя. Действительно,  $\sigma_2 = \sqrt{\langle p'^2 \rangle} \sim 1/r^3$  и пульсации давления от турбулентных вихрей быстро уменьшаются с расстоянием. Как будет показано далее, пульсации давления от заданного сечения пограничного слоя практически нулевые на расстоянии 2–3 толщин пограничного слоя. Это означает, что возмущения давления от турбулентных вихрей распространяются вниз по потоку со скоростью движения этих вихрей, а вверх по потоку практически не распространяются. Так как пульсации давления в пограничном слое переносятся потоком и не распространяются со скоростью звука, то они

получили название псевдозвука. Амплитуда псевдозвуковых пульсаций давления много больше чисто акустических возмущений, которые определяются первым и вторым членами подынтегральных выражений в соотношении (1.3).

Чтобы проинтегрировать уравнение (2.2), применим результаты, полученные в работе [14], используя величины для  $l_* = l/\delta = \varphi_2(y/\delta)$  и  $\varepsilon = \varepsilon(y/\delta)$ . При этом удобно воспользоваться системой координат  $\xi = x/\delta$ ,  $\eta = y/\delta$ , преобразовав выражения под знаком интеграла в соотношении (2.2)

$$(2.3) \quad \frac{\langle p'^2 \rangle}{q_e^2} = A_1 \int_{\xi=0}^{\infty} \int_{\eta=0}^1 \int_{\gamma=0}^{2\pi} \frac{m_0 F'^2 \varepsilon^2 l_*^3 \xi \, d\xi \, d\eta \, d\gamma}{(\xi^2 + \eta^2)^3}$$

где  $\sqrt{m_0} = (x_i - y_i)(x'_j - y'_j)/r^2$ ;  $\gamma$  — угол (фиг. 1),  $q_e = \rho_e u_e^2/2$ . Для  $i=1, j=2$  или  $i=2, j=1$  имеем  $\sqrt{m_0} = \xi\eta \cos \gamma / (\xi^2 + \eta^2)$ , а для  $i=j=1$  —  $\sqrt{m_0} = \xi / (\xi^2 + \eta^2)$ . Остальные комбинации не рассматриваются, так как они приводят к малым значениям подынтегрального выражения и этими членами можно пренебречь.

В дальнейшем полагаем, что соотношение (2.3) справедливо как для безградиентного, так и градиентного пограничного слоя. При значениях  $i=j=1$  после преобразований вычислим

$$(2.4) \quad \frac{\langle p'^2 \rangle}{q_e} = A \int_{\eta_0}^1 F^*(\eta) \, d\eta, \quad F^*(\eta) = \frac{F'^2 \varepsilon^2 l_*^3}{\eta^4}, \quad F' = \frac{u}{u_e}$$

При значениях  $i=1, j=2$  и  $i=2, j=1$  из соотношения (2.3) вытекает соотношение, отличающееся от соотношения (2.4) значением константы  $A$ . Если верхний предел интегрирования в выражении (2.3) положить равным  $\xi=2-3$ , то получаем соотношение (2.4) с добавочным членом, который можно отбросить ввиду его малости. Таким образом, пульсации распространяются вверх и вниз по течению на более чем на 2-3 толщины пограничного слоя. Отметим здесь же, что при  $\eta \rightarrow 0$  функция  $F^*(\eta) \rightarrow 0$ , так как  $l_* \sim \eta$ ,  $\varepsilon^2 \sim \eta^{\alpha_1}$ ,  $\alpha_1 > 1$  и  $F'(\eta) \rightarrow 0$ . Поэтому в точке  $\eta=0$  имеется устранимая особая точка (для этого следует положить  $F^*(0)=0$ ). Для удобства расчетов выражение (2.4) интегрировалось начиная с  $\eta_0 = 10^{-4}$ , что вносит незначительную ошибку при вычислении  $\langle p'^2 \rangle$ .

Функцию, характеризующую относительное распределение  $\langle p'^2 \rangle$  поперек пограничного слоя, запишем в виде

$$(2.5) \quad F^o(\eta) = \frac{\partial \langle p'^2 \rangle / \partial \eta}{\langle p'^2 \rangle}$$

Рассмотрим влияние числа  $Re$  на среднеквадратичное значение пульсацией давлений для  $Re \geq 10^6$ . В работе [15] было показано, что при этих значениях  $Re$  параметр  $\sqrt{\varepsilon}/u_*$  не зависит от числа  $Re$  и определяется только координатой  $\eta$ :  $\sqrt{\varepsilon}/u_* = z(\eta)$ . Так как динамическая скорость  $u_*$  равна  $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho_w}$ , то получим  $\varepsilon = z(\eta) \sqrt{c_f}/2$ . Здесь  $\tau_w$  — трение на стенке,  $c_f$  — коэффициент трения. В области течения  $Re = 5 \cdot 10^5 - 10^7$  профиль скорости можно аппроксимировать выражением  $u/u_e = \eta^{1/7}$  [19]. Поэтому в этом диапазоне изменения чисел  $Re$  выражение (2.4) перепишем в виде

$$(2.6) \quad \frac{\langle p'^2 \rangle}{q_e^2} = A c_f \int_{\eta_0}^1 \frac{\eta^{3/7} z^2(\eta) l_*^3(\eta) \, d\eta}{\eta^4}$$

Согласно работе [19], коэффициент трения равен  $c_f = 0.0296 Re^{-0.2}$ . Определенный интеграл (2.6) не зависит от  $Re$  и равен постоянной величине. Из соотношения (2.6) получим ( $Re > 10^6$ )

$$(2.7) \quad \langle p'^2 \rangle / \tau_w = A_1 Re^{0.1}$$

В более широкой области изменения числа  $Re=10^6-10^9$  профили  $u/u_*$  не являются подобными по координате  $\eta$  и следует использовать универсальный закон изменения скорости в пограничном слое [19]  $(u_e-u)/u_* = \Delta(y/\delta)$ , для которого получим

$$(2.8) \quad \frac{\langle p'^2 \rangle}{\tau_w^2} = \frac{A}{c_f} \int_{\eta_0}^1 \frac{(1\sqrt{c_f/2\Delta})^2 z^2(\eta) l_*^3 d\eta}{\eta^4}$$

Интеграл в выражении (2.8) зависит от  $Re$  и требует отдельного вычисления по известным функциям  $z(\eta)$ ;  $\Delta(\eta)$  и  $l_*(\eta)$ . Для изотропной турбулентности

$$e = \int_0^\infty e(\kappa) d\kappa = \frac{3}{2} \langle u'^2 \rangle$$

и трехмерный и одномерный энергетический спектры связаны соотношением Гейзенберга [20, 1]

$$(2.9) \quad e(\kappa_1) = \frac{1}{4} \int_{\kappa_1}^\infty \frac{e(\kappa)}{\kappa^3} (\kappa^2 - \kappa_1^2) d\kappa$$

Здесь  $\kappa_1 = 2\pi/\lambda_1$  и только пульсации размером меньше  $\lambda_1$  определяют величину одномерного спектра  $e(\kappa_1)$ . Используя (2.9), а также выражение, определяющее спектральную плотность турбулентного движения, рассчитаем одномерный спектр энергии во всей области энергетического равновесия [1]

$$(2.10) \quad e(\kappa_1) = \frac{9}{110} \left( \frac{8\omega_*}{9\gamma} \right)^{2/3} \kappa_1^{-5/3} \left[ 1 + \left( \frac{\kappa_1}{\kappa_{s1}} \right)^4 \right]^{-4/3}$$

$$\kappa_{s1} = (3\gamma^2 \omega_* / 8\nu^3)^{1/4}$$

В экспериментальных исследованиях [21] найдено

$$(2.11) \quad \omega_* = -\frac{3}{2} A_2 \frac{\langle u'^2 \rangle^{1/2}}{l}$$

где  $A_2$  — величина порядка единицы, не зависящая от числа  $Re$ . С помощью (2.11) получим из (2.10)

$$e(\kappa_1) = c_1 l^{-7/3} u_*^2 \kappa_1^{-1/3} \left[ 1 + \left( \frac{\kappa_1}{\kappa_{s1}} \right)^4 \right]^{-4/3} \epsilon^2$$

При этом в областях инерциального и вязкого взаимодействия соответственно имеем

$$e_2(\kappa_1) = c \frac{u_*^2 \epsilon^2}{l^{7/3} \kappa_1^{5/3} \nu^{7/3}}, \quad e_1(\kappa_1) = c_1 \frac{\gamma \epsilon^3 u_*^6}{\kappa_1^{7/2} l^2 \nu^4}$$

Для расчета спектра пульсаций давления удобно воспользоваться соотношением (2.6). Разобьем область течения в пограничном слое на две зоны: зону энергетического равновесия микроструктуры ( $\eta=0-\eta^*$ ) и зону макроструктуры ( $\eta=\eta^*-1$ ). В области энергетического равновесия, используя соотношение для  $\langle u'^2 \rangle$ , получим для  $\langle p'^2 \rangle$

$$\langle u'^2 \rangle = 4 \int_0^\infty e(\kappa_1) d\kappa_1$$

$$\langle p'^2 \rangle = A_2 \rho^2 u_e^2 \int_0^{\eta^0} \frac{F'^2 l_*^3}{\eta^4} \left[ \int_0^{\infty} e(\kappa_1) d\kappa_1 \right] d\eta$$

Разбивая эту область на подобласти вязкого ( $\eta=0-\eta_*$ ) и инерциального ( $\eta=\eta_*-\eta^0$ ) равновесия, интеграл после перемены порядка интегрирования и последующих преобразований имеет вид

$$\begin{aligned} \langle p'^2 \rangle &= - \int_0^{\eta_*} \langle p'^2(f) \rangle_1 df + \int_{\eta_*}^{\eta^0} \langle p'^2(f) \rangle_2 df \\ (2.12) \quad \frac{\langle p'^2(f) \rangle_1}{q_e} &= \left( \frac{\partial \langle p'^2(f) \rangle}{\partial f} \right)_1 \frac{1}{q_e} = \frac{c\gamma^{-2/3} c_f \delta A_1^*}{(\text{Sh})^{5/3} u_e} \\ \frac{\langle p'^2(f) \rangle_2}{q_e^2} &= \left( \frac{\partial \langle p'^2(f) \rangle}{\partial f} \right)_2 \frac{1}{q_e^2} = \frac{c A_2^* u_e^{10} f^{-7} c_f^3}{\nu^4 \delta^2} \\ A_1^* &= \int_{\eta_*}^{\eta^0} \frac{F'^2 l_*^{7/2} z^2(\eta) d\eta}{\eta^4}, \quad A_2^* = \int_0^{\eta_*} \frac{F'^2 z^6(\eta) l_* d\eta}{\eta^4} \end{aligned}$$

Соотношение (2.12) приведем к виду

$$\lambda = \frac{\langle p'^2(f) \rangle u_*}{\tau_w^2 \delta} \approx \frac{A_1^* c \gamma^{-2/3} \text{Re}_*^{0.16}}{(\text{Sh}_1)^{5/3}}$$

где функция  $A_1^*$  возрастает с ростом числа  $\text{Re}_*$  как  $A_1^* \sim \text{Re}_*^{0.02}$ ;  $\text{Sh}_1 = f\delta/u_*$ ,  $\text{Re}_* = \delta u_*/\nu_w$ . Для области вязкого равновесия получим после преобразования соотношение

$$(2.13) \quad \lambda = \frac{\langle p'^2(f) \rangle u_*}{\tau_w^2 \delta} \approx \frac{A_2^* c_1 \text{Re}_*^{4.5}}{\text{Sh}_1^7}$$

Умножим обе части уравнения (2.13) на  $\text{Re}_*^n$  и, полагая  $\text{Sh}_1 = \text{Sh}_1^* \text{Re}_*^n$ , проведем преобразования. Тогда для  $n=3/4$  получим

$$\lambda_1^* = \frac{\langle p'^2(f) \rangle u_* (\text{Re}_*)^{3/4}}{\tau_w^2 \delta} \approx \frac{A_2^* c_2}{\text{Sh}_1^*}$$

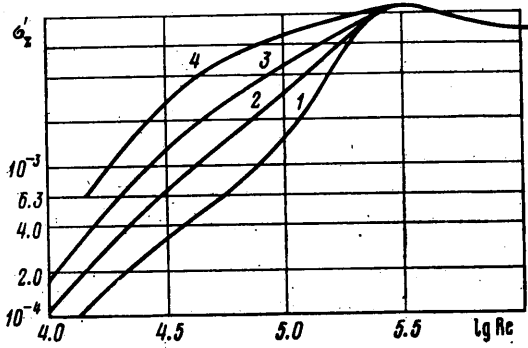
Таким образом, в области инерциального равновесия параметр  $\lambda$  обратно пропорционален числу  $\text{Sh}_1$  в степени  $5/3$  и прямо пропорционален числу  $\text{Re}_*$  в степени  $\sim 0.16$ . Так как параметр  $\lambda$  слабо зависит от числа  $\text{Re}_*$ , то в области инерциального равновесия для обработки экспериментальных данных удобно выбирать параметры  $\lambda$  и  $\text{Sh}_1$ .

В области вязкого взаимодействия параметр  $\lambda_1^*$  не зависит от числа  $\text{Re}_*$ .

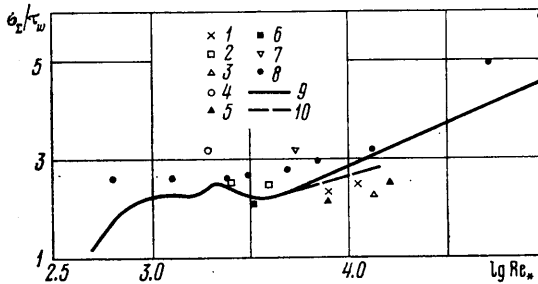
3. На фиг. 2 приведено влияние числа  $\text{Re}$  на суммарный уровень шума  $\sigma_z' = \sigma_z/q_e$  ( $1 - \varepsilon_e = 0.001$ ,  $2 - \varepsilon_e = 0.01$ ,  $3 - \varepsilon_e = 0.02$ ,  $4 - \varepsilon_e = 0.03$ ). Для проведения расчетов необходимо указать значение постоянной  $A$  в соотношении (2.4). Оно выбирается при использовании экспериментальных данных  $\sigma_z/\tau_w \approx 2.2$ , полученных в [1, 2] при числах  $\text{Re} \approx 10^6$ . Результаты расчета (фиг. 2) показывают, что при уменьшении числа  $\text{Re}$  (начиная с  $\text{Re} = 10^6$ ) относительные суммарные уровни  $\sigma_z/q_e$  растут, достигая в области переходного пограничного слоя ( $\text{Re} \approx 5 \cdot 10^5$ ) максимальных значений, а затем быстро уменьшаются.

Интересно отметить, что шум на поверхности пластины, обтекаемой ламинарным пограничным слоем ( $\text{Re} = 10^4$ ), при интенсивности турбу-

лентности на внешней границе пограничного слоя  $\varepsilon_e=0.001$ , незначительный и почти в  $\sim 10^2$  раз меньше шума турбулентного пограничного слоя при  $Re=10^6$ . На фиг. 2 также представлено влияние  $\varepsilon_e$  на шум. Можно видеть, что при числах  $Re$ , равных  $Re \geq 7 \cdot 10^5$ , параметр  $\varepsilon_e$  не влияет на



Фиг. 2



Фиг. 3

суммарный шум. При  $Re < 7 \cdot 10^5$  в переходной и ламинарной области течения наблюдается существенное влияние параметра  $\varepsilon_e$ .

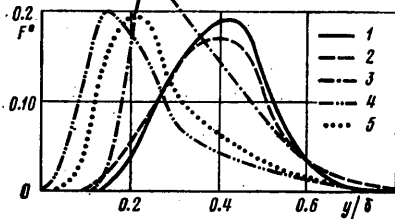
Рассмотрим влияние числа  $Re$  на параметр  $\sigma_z / \tau_w = \sigma_z^\circ$  при  $Re_* \geq 0.6 \cdot 10^3$  ( $Re \geq 5 \cdot 10^4$ ) (фиг. 3). Точками 1-7 обозначены экспериментальные данные работ [7, 11, 8, 1, 9, 10, 6]; 8 - данные Б. М. Ефимцова, непрерывная 9 и пунктирная 10 кривые - расчет настоящей работы. Анализируя экспериментальные данные, можно видеть, что на участке  $Re_* = 0.6 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3$  значения  $\sigma_z^\circ$  примерно постоянны и не зависят от  $Re_*$ ; на участке  $Re_* = 5 \cdot 10^3 - 10^5$  величина относительных суммарных уровней растет.

Расчеты показывают [14, 15], что функции  $\Delta(y/\delta)$ ,  $\sqrt{e}/u_* = z(y/\delta)$  становятся автомодельными и не зависят от числа  $Re$  примерно при  $Re \geq 10^6$  ( $Re_* \geq 4 \cdot 10^3$ ). Поэтому расчеты при  $Re_* \geq 4 \cdot 10^3$  проводились с учетом этих автомодельных функций и с использованием соотношений (2.7), (2.8). При  $Re_* < 4 \cdot 10^3$  расчеты проводились по соотношению (2.4), при этом подставлялись значения  $F'$ ,  $\varepsilon$  и  $l_*$  из решений, полученных в [14]. Расчет по формулам (2.4) и (2.8) указан на рисунке непрерывной линией, а по формуле (2.7) - пунктирной линией.

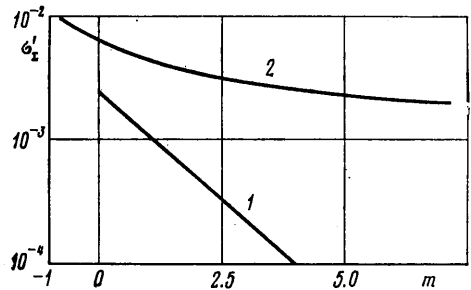
Рассмотрим звуковую мощность, создаваемую элементарными объемами пограничного слоя протяженностью  $dx$  и расположенными на различных расстояниях от поверхности пластины (фиг. 4) (1 -  $Re = 2 \cdot 10^4$ , 2 -  $Re = 4.8 \cdot 10^4$ , 3 -  $Re = 1.2 \cdot 10^5$ , 4 -  $Re = 5.5 \cdot 10^5$ , 5 -  $Re = 10^6$ ,  $m=0$ ,  $\varepsilon_e=0.01$ ). Эта зависимость определяется функцией  $F^\circ(\eta)$  (смотри соотноше-



ние (2.5)). Из фиг. 4 можно видеть, что вблизи стенки ( $\eta=0$ ) и границы пограничного слоя излучение практически отсутствует. Максимальное акустическое излучение наблюдается от объема, расположенного внутри пограничного слоя, причем положение максимума по координате  $\eta$  зависит от числа  $Re$ . Для чисел  $Re$ , соответствующих ламинарному пограничному слою ( $Re=2 \cdot 10^4$ ), максимум расположен при  $\eta=\eta_m \approx 0.45$ . С увеличением числа  $Re$  происходит уменьшение  $\eta_m$ . Положение максимального



Фиг. 4



Фиг. 5

излучения для турбулентного пограничного слоя ( $Re=10^6$ ) соответствует координате  $\eta_m=0.2$ .

Как показывают результаты экспериментальных исследований работ [1, 2, 5], градиент скорости оказывает существенное влияние на суммарные уровни пульсаций давления. При этом положительный градиент скорости вызывает уменьшение  $\sigma_z/q_e = \sigma_z'$ , а отрицательный градиент — увеличение. На фиг. 5 для  $\epsilon_e=0.001$  представлены результаты расчетов для переходного пограничного слоя 1 при  $Re=1.2 \cdot 10^5$ . Увеличение параметра  $m$  приводит к снижению  $\sigma_z/q_e$ , что в основном объясняется ламинаризацией течения в пограничном слое. При уменьшении  $m$  происходит увеличение  $\sigma_z/q_e$ , что вызвано изменением как профиля скорости в пограничном слое, так и повышением интенсивности турбулентности. Влияние параметра  $m$  на  $\sigma_z$  турбулентного пограничного слоя 2 ( $Re=10^6$ ) также приведено на фиг. 5. Можно видеть, что даже умеренные значения параметра  $m = -0.7+2$  приводят к изменению шума пограничного слоя, причем отрицательный градиент скорости увеличивает  $\sigma_z/q_e$ , а положительный — уменьшает.

Поступила 4 VII 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Петровский В. С. Гидродинамические проблемы турбулентного шума. Л., «Судостроение», 1966.
2. Авиационная акустика. М., «Машиностроение», 1973.
3. Ефимцов Б. М., Караушев Г. П. Летные исследования шума пограничного слоя. Тр. ЦАГИ, 1970, вып. 1207.
4. Ефимцов Б. М., Мозольков А. С., Ткачев А. А., Шаповалов Г. К. Влияние числа Рейнольдса на спектры пристеночных пульсаций давления в турбулентном пограничном слое при сверхзвуковых скоростях потока. Уч. зап. ЦАГИ, 1979, т. 10, № 1.
5. Schloemer H. H. Effects of pressure gradients on turbulent-boundary-layer wall-pressure fluctuations. Acoust. Soc. America, 1967, vol. 42, No. 1.
6. Kistler A. L., Chen W. S. The fluctuating pressure field in a supersonic turbulent boundary layer. J. Fluid Mech., 1963, vol. 16, No. 1.
7. Willmarth W. W. Wall pressure fluctuations in a turbulent boundary layer. J. Acoust. Soc. America, 1956, vol. 28, No. 6.

8. *Willmarth W. W., Wooldridge C. E.* Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent layer. *J. Fluid Mech.*, 1962, vol. 14, No. 2.
9. *Corcos G. M.* Pressure fluctuations in shear flows. *Univ. Calif. Inst. Eng. Res. Ser.* 1962, vol. 183, No. 2.
10. *Speaker W. V., Ailman C. M.* Static and fluctuating pressures in regions of separated flow. *AIAA Paper*, 1966, No. 456.
11. *Blake W. K.* Turbulent boundary-layer wall-pressure fluctuations on smooth and rough walls. *J. Fluid Mech.*, 1970, vol. 44, No. 4.
12. *Скучиж Е.* Основы акустики, т. 2. М., «Мир», 1976.
13. *Williams Ffowce J. E., Maidanik G.* The Mach wave field radiated by supersonic turbulent shear flows. *J. Fluid Mech.*, 1965, vol. 21, No. 4.
14. *Глушко Г. С.* Турбулентный пограничный слой на плоской пластине в несжимаемой жидкости. *Изв. АН СССР. Механика*, 1965, № 4.
15. *Глушко Г. С.* Некоторые особенности турбулентных течений несжимаемой жидкости с поперечным сдвигом. *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1971, № 4.
16. *Lighthill M. I.* On sound generated aerodynamically. Pt I. General theory. *Proc. Roy. Soc. A*, 1952, vol. 211, No. 1107; 1954, vol. 222, No. 1148.
17. *Лайтхилл.* Шум струи. *Ракетная техника и космонавтика*, 1963, т. 1, № 7.
18. *Curle N.* The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound. *Proc. Roy. Soc. A*, 1962, No. 211.
19. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
20. *Heisenberg W.* Zur statistischen Theorie der Turbulenz. *Z. Phys.*, 1947, Bd 124, No. 2.
21. *Dryden H. L.* A review of the statistical theory of turbulence. *Quart. Appl. Math.*, 1943, vol. 1, No. 1.