

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И РАЗРУШЕНИЕ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В УДАРНОМ СЛОЕ

А. Л. ЛЕВИН, И. Н. МУРЗИНОВ, О. В. ТАТАРНИКОВ

(Москва)

Обтекание затупленных тел двухфазными потоками с большими сверхзвуковыми скоростями сопровождается интенсивным нагреванием частиц при их попадании в ударный слой. В силу того что в этом случае отношение времени прогрева неметаллических частиц ко времени их тепловой релаксации с газом превышает единицу, в частицах развиваются большие градиенты температур, приводящие к возникновению в них напряженно-деформированного состояния, что вместе с силовыми и инерционными нагрузками может стать причиной разрушения частиц и существенно изменить их силовое и тепловое воздействие на обтекаемое тело.

Частный случай этой задачи — разрушение частиц льда в ударном слое под действием сил давления — исследовался в [1].

В настоящей работе на основе результатов численных расчетов и известных аналитических решений предложен приближенный метод оценки возникающих в сферических частицах напряжений. Установлены простые критерии достижения в частицах критических растягивающих напряжений, превышение которых может стать причиной разрушения частиц. В качестве примера рассмотрено распределение температур и напряжений в частицах из двуокиси кремния.

1. Рассматривается обтекание окрестности критической точки затупленного тела равновесно диссоциирующим потоком воздуха с примесью твердых частиц. На основе оценок характерных чисел Рейнольдса и Маха обтекание частиц в ударном слое считается непрерывным, сверхзвуковым, с отошедшей ударной волной. Влиянием твердой фазы на поле газодинамических параметров в ударном слое обтекаемого тела пренебрегается.

Распределение температур и напряжений в сферической частице при ее движении в ударном слое затупленного тела находится для таких времен $\tau \leq \tau_1$, когда относительная скорость частицы изменяется незначительно (в пределах 20%) и ее можно считать постоянной. Здесь τ — время, отсчитываемое от момента пересечения частицей диаметром D ударной волны, а величина τ_1 определяется так:

$$(1.1) \quad \tau_1 = \frac{D\Delta}{D_0 u_\infty} (D < D_0), \quad \tau_1 = \frac{\Delta}{u_\infty} (D \geq D_0),$$

$$D_0 = \frac{3(1-k)c_D \rho_\infty \Delta}{k\rho}$$

Здесь ρ_∞ — плотность газа, u_∞ — скорость частиц и газа перед ударной волной, $k = \rho_\infty / \rho_s$, где ρ_s — плотность газа в ударном слое толщиной Δ ; ρ — плотность вещества частицы; c_D — коэффициент сопротивления частицы [2]. Размер D_0 определяется соотношением $\Delta = u_\infty \tau_0$, где выражение для τ_0 получается из уравнения движения частицы при условии, что параметры газа в ударном слое равны их значениям сразу за ударной волной. Скорость частицы в ударном слое полагается равной u_∞ для $\tau \leq \tau_1$.

Исследуются два предельных случая нагрева частицы в ударном слое: неравномерный нагрев ее поверхности, характерный для невращающихся частиц, и равномерный нагрев, к модели которого приближается вращающаяся частица. Напряжения, обусловленные вращением частицы, здесь не рассматриваются.

2. Распределение температуры в невращающейся частице, движущейся в ударном слое, находилось из решения нестационарного уравнения теплопроводности, записанного в безразмерном виде с учетом осевой симметрии в цилиндрической системе координат при следующих начальных и граничных условиях

$$(2.1) \quad \frac{1}{R_1} \frac{\partial}{\partial R_1} \left(R_1 \frac{\partial T_1}{\partial R_1} \right) + \frac{\partial^2 T_1}{\partial z_1^2} = \frac{\partial T_1}{\partial t_1}$$

$$T_1 = 0 \quad (t_1 = 0), \quad \frac{\partial T_1}{\partial n} + \frac{q_0}{q_0} \psi(\theta) = 0 \quad (R_1 = \sqrt{z_1(2-z_1)})$$

Здесь для температуры, времени и линейного размера введены масштабы $T_* = 1/2 q_0 D / \lambda$, $\tau_* = 1/4 D^2 / a$, $L_* = D/2$, где $a = \lambda / (\rho c)$ — коэффициент температуропроводности, c , λ — теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала частицы; время $\tau \leq \tau_*$, где τ_* определяется по (1.1), $\tau = t, \tau_*$; ось z направлена от задней к передней критической точке частицы, $z = z_1 L_*$, $R = R_1 L_*$; n — внутренняя нормаль к поверхности частицы; $T_1 = (T - T_\infty) / T_*$ — безразмерная температура, T_∞ — температура частиц и газа перед ударной волной, параметры газа перед которой обозначаются ниже индексом ∞ .

Тепловые потоки q_0 и q_0 можно представить в виде

$$(2.2) \quad q_0 = \alpha_0 (h_0 - c_w T_0),$$

$$q_0 = \alpha_0 (h_0 - h_w), \quad h_0 = h_\infty + (1 - k) u_\infty^2$$

Здесь α_0 — коэффициент теплообмена в критической точке частицы, вычисляемый согласно [3]; h_0 — энтальпия торможения газа в той же точке; h_w — энтальпия газа при температуре $T_w = 1/2 (T_\infty + T_m)$, не зависящая от давления, T_m — температура плавления материала частицы, T_0 — температура ее поверхности, $c_w = h_w / T_w$.

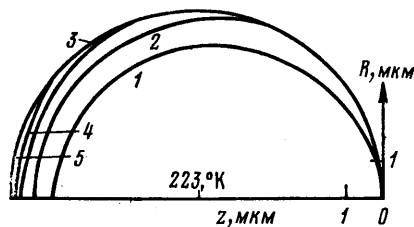
Распределение теплового потока по поверхности сферической частицы, движущейся в ударном слое с относительным числом Маха $M \sim 2-3$ [4], задавалось в виде

$$\psi(\theta) = \cos \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi/3), \quad \psi(\theta) = 1/2 \exp(2 - 6\theta/\pi) \quad (\pi/3 < \theta \leq \pi)$$

где θ — центральный угол, отсчитываемый от передней критической точки частицы.

В граничном условии из (2.1) пренебрегается потоками излучения между частицей и газом, которые для рассматриваемых условий значительно меньше конвективных.

Для определения температурного поля в частице уравнение теплопроводности (2.1) решалось численно на ЭВМ с применением локально-одномерного метода [5].



Фиг. 1

При проведении иллюстративных расчетов предполагалось, что частица движется в ударном слое, возникающем при обтекании затупленного тела потоком воздуха с числом Маха $M=15$, параметры которого соответствуют стандартной атмосфере [°] на высоте 10 км. Расчеты проводились для частиц из SiO_2 : $\rho=2300 \text{ кг/м}^3$, $c=1100 \text{ дж/(кг}\cdot\text{град)}$, $\lambda=6 \text{ вт/(м}\cdot\text{град)}$ [7]. Картина распределения изотерм в частице диаметром $D=10 \text{ мкм}$ и представлена на фиг. 1 для момента времени $t=4.5\cdot 10^{-8} \text{ сек}$, при котором температура ее поверхности еще не достигает точки плавления. Кривые 1–5 соответствуют изотермам 250, 400, 750, 1250, 1770° К.

При $h_0 \gg c_w T_0$ и $h_0 \gg h_w$ тепловой поток q_0 можно считать независимым от времени и положить равным q_p . В этом случае из выражений (2.1) видно, что для безразмерных параметров имеет место универсальное решение, легко получаемое из распределения температур на фиг. 1 путем вычитания из них величины T_∞ и последующего обезразмеривания. С помощью этого решения без численного интегрирования уравнений (2.1) можно рассчитать поля температур при других параметрах газа перед ударной волной и для частиц с другими размерами и теплофизическими свойствами. Эти поля температур будут соответствовать новым моментам времени t_1 , связанным со временем $t=4.5\cdot 10^{-8} \text{ сек}$ соотношением $t_1 = t\tau_{*1}/\tau_*$, где τ_{*1} — новый масштаб времени.

При расчете напряжений, возникающих в частице, учитывалось воздействие тепловых и силовых нагрузок, обусловленных градиентами температур (фиг. 1), аэродинамическим давлением и силами инерции.

Распределение давления на передней поверхности частицы задавалось по Ньютону:

$$(2.3) \quad p = p_g + (p_0' - p_g) \cos^2 \theta \quad (0 \leq \theta < \pi/2), \quad p = p_g \quad (\pi/2 \leq \theta \leq \pi) \\ p_0' = p_\infty + \rho_\infty u_\infty^2 (1-k)/k, \quad p_g = p_\infty + \rho_\infty u_\infty^2 (1-k)$$

так как при $t \leq \tau_1$ частица движется в ударном слое со сверхзвуковой скоростью. Тогда действующая на единицу объема частицы сила инерции, обусловленная давлением (2.3), равна

$$(2.4) \quad f = 0.75 (p_0' - p_g) / D$$

Здесь p_g — давление газа в ударном слое; p_0' — давление торможения в критической точке частицы.

Возникающие в частице температурные напряжения и деформации рассматриваются как квазистационарные в силу того, что время распространения звуковых волн в частице значительно меньше характерного времени нагревания ее поверхности до температуры плавления. Предполагается, что материал частицы однородный, идеально упругий и температурный коэффициент линейного расширения β не зависит от температуры.

Для определения напряженного состояния частицы применялся метод конечных элементов с использованием треугольных изопараметрических элементов второго порядка с семейством функций формы, описанным в работе [8].

Безразмерное уравнение равновесия частицы в перемещениях в матричной форме имеет вид

$$(2.5) \quad [k] \{u\} = \frac{p_0' - p_g}{E} \{F^*\} + \beta T_* \{F^r\}$$

где $[k]$ — матрица жесткости частицы; $\{u\}$ — столбец узловых перемещений; $\{F^*\}$, $\{F^r\}$ — столбцы узловых сил, обусловленных торможением частицы и температурными деформациями, E — модуль Юнга. В (2.5) общие множители вынесены за обозначения матриц и столбцов, линейные размеры и температуры приведены к безразмерному виду с помощью введенных выше масштабов L_* и T_* . Внешнее давление (2.3) использовалось в

виде $p_0 = (p_0' - p_g) \cos^2 \theta$ ($0 \leq \theta < \pi/2$), $p_0 = 0$ ($\pi/2 \leq \theta \leq \pi$), так как давление p_g , согласно (2.3), равномерно распределено по поверхности и создает в каждой точке частицы постоянное сжимающее напряжение $\sigma_0 = -p_g$, которое всегда легко учесть. Сила инерции, обусловленная давлением p_0 , не изменится и имеет прежний вид (2.4). Сжимающие напряжения считаются отрицательными, растягивающие — положительными.

Члены матричного уравнения (2.5) для рассматриваемого случая определяются следующим образом. Матрица $[k]$ представляет собой совокупность матриц всех элементов $[k]_i$, которые определяются с учетом симметрии по азимутальной координате

$$(2.6) \quad [k]_i = 2\pi \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]_i^T [D] [B]_i R_i(\xi, \eta) \det[J] d\xi d\eta$$

Здесь l — номер элемента; ξ и η — локальные координаты каждого элемента, выбираемые так, что угловые узлы имеют координаты $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$, а узлы на сторонах — $(0, 0.5)$, $(0.5, 0.5)$, $(0.5, 0)$; $[B]_i$ — матрица связи перемещений и деформаций $[\delta]$; $[D]E$ — матрица упругости, где элементы матрицы $[D]$ зависят только от коэффициента Пуассона ν $[\delta]$; $[J]$ — якобиан преобразования от безразмерных локальных (ξ, η) к безразмерным глобальным (R_i, z_i) координатам, которое определяется соотношениями

$$R_i = \sum_{i=1}^6 N_i(\xi, \eta) R_{i1}, \quad z_i = \sum_{i=1}^6 N_i(\xi, \eta) z_{i1}$$

где $N_i(\xi, \eta)$ — функции формы, R_{i1} , z_{i1} — безразмерные глобальные координаты i -го узла элемента. Здесь и ниже верхний индекс T вне матричных символов обозначает транспонированную матрицу.

Столбцы узловых сил каждого элемента выражаются так

$$(2.7) \quad \{F^*\}_i = 2\pi \int_{-1}^1 [N]^T \{p\}_i R_i(\xi) d\xi + 2\pi \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{f\}_i R_i(\xi, \eta) \det[J] d\xi d\eta$$

$$\{F^r\}_i = 2\pi \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]_i^T [D] [T]_i^T R_i(\xi, \eta) \det[J] d\xi d\eta$$

$$[N]^T = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_6 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots & 0 & N_6 \end{bmatrix}, \quad [T]_i = [1, 1, 1, 0] T_i$$

где $\{p\}_i$ и $\{f\}_i$ — столбцы поверхностных и объемных нагрузок, обусловленных соответственно силами давления p_0 и инерции (2.4); T_i — введенная выше безразмерная температура.

Для вычисления интегралов (2.6) и (2.7) использовались квадратурные формулы Гаусса. Учет кинематических граничных условий осуществляется согласно [9].

Напряжения в частице с учетом (2.5) имеют вид

$$(2.8) \quad \{\sigma\} = [D][B][k]^{-1} (\sigma_*^* \{F^*\} + \sigma_*^T \{F^r\}), \quad \sigma_*^* = p_0' - p_g, \quad \sigma_*^T = E\beta T_*$$

где $\{\sigma\}$ — столбец размерных напряжений, причем напряжения, описываемые первым и вторым членами в выражении (2.8), будем называть соответственно механическими и термическими напряжениями.

На ЭВМ были рассчитаны картины изолиний главных растягивающих и сжимающих напряжений, максимальные величины которых обозначены

ны через σ_1 . При расчетах использовались следующие упругие постоянные для вещества SiO_2 : $\nu=0.2$, $E=6.5 \cdot 10^5$ ат, статический предел прочности материала на растяжение $\sigma^*=700$ ат, коэффициент β варьировался от $4 \cdot 10^{-6}$ до $9 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$ [10, 11].

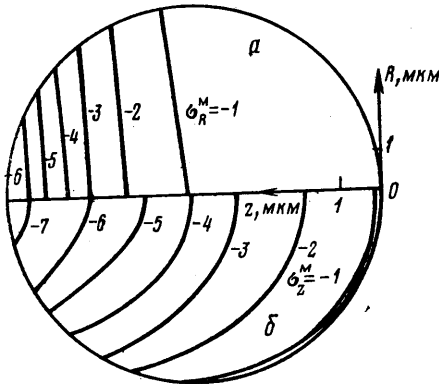
Предполагается, что разрушение частицы происходит при $\sigma_1 \geq \sigma^*$.

На фиг. 2, а, б приведено распределение нормальных компонент механических (обозначенных индексом m) напряжений σ_R^m и σ_z^m по осям R и z в частице диаметром $D=10$ мкм. На всех фигурах за единицу измерения напряжения выбрана величина 100 ат. Следует отметить, что соотношение $|\sigma_z^m| > |\sigma_R^m|$ справедливо везде, кроме окрестностей точек $z=0$, $z=D$, в которых $|\sigma_R^m|$ незначительно превышает $|\sigma_z^m|$. Напряжения σ_R^m и σ_z^m на оси симметрии $R=0$ являются главными и аппроксимируются выражениями

$$(2.9) \quad \sigma_R^m = -p_g \left(z \leq \frac{D}{2} \right)$$

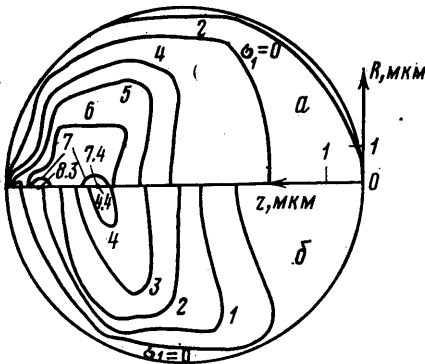
$$\sigma_R^m = \sigma_{*}^m \frac{Dz - 2z^2}{D^2} - p_g \left(z > \frac{D}{2} \right)$$

$$\sigma_z^m = -\sigma_{*}^m \frac{z}{D} - p_g$$

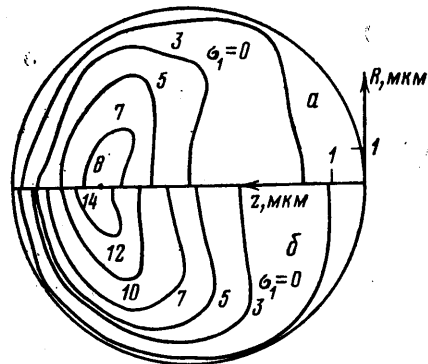


Фиг. 2

Согласно фиг. 2, а, зависимостью σ_R^m от R можно пренебречь.



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 3 и 4 представлены изолинии напряжений σ_1 в частице размером $D=10$ мкм с использованием температурного поля фиг. 1. Влияние силового воздействия на температурные напряжения показано на фиг. 3 для $\beta=4 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$. Температурные напряжения в частице превышают прочность ее материала σ^* (фиг. 3, а), но с добавлением силовых нагрузок (2.3), (2.4) суммарные напряжения становятся меньше σ^* .

Распределение напряжений в частице при температурном и силовом воздействиях для $\beta=6 \cdot 10^{-6}$ и $9 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$ представлены соответственно на фиг. 4, а, б, из которых видно, что напряжения в движущейся частице превышают предел прочности материала, причем зона возможного разрушения, ограниченная изолинией $\sigma_1=700$ ат возрастает с увеличением коэффициента β .

При введении, согласно (2.8), для механических напряжений, отсчитываемых от $\sigma_0 = -p_g$, масштаба $\sigma_*^* = p_0' - p_g$, а для термических напряжений масштаба $\sigma_*^* = E\beta T_*$ легко можно получить поля напряжений для частиц с другими размерами, величинами β и E и параметрами газа перед ударной волной с помощью фиг. 2, 3, а и выражений (2.2) без решения системы (2.5). Интересно отметить, что механические напряжения не зависят от модуля E . Подобие по коэффициенту Пуассона установить невозможно, поэтому все вышеприведенные расчеты и обобщения справедливы для веществ с $\nu = 0.2$.

3. Распределение напряжений в сферической неподвижной частице при равномерном нагреве ее поверхности приведено в аналитическом виде в [12]. В центре частицы компоненты главных растягивающих напряжений одинаковы, направлены по осям R, z и достигают максимальной величины σ^r , вычисляемой по формуле

$$(3.1) \quad \sigma^r = \frac{2\beta E (T_v - T_\infty)}{3(1-\nu)} \left(1 - \frac{T_c - T_\infty}{T_v - T_\infty} \right),$$

$$T_v = \frac{24}{D^3} \int_0^{D/2} T(r) r^2 dr$$

где T_v — средняя температура частицы, T_c — температура в ее центре, r — расстояние от центра. Из равенства поступающего к частице и поглощенного ею тепла находим

$$(3.2) \quad T_v - T_\infty = \frac{3T_*\tau}{k_0\tau_*}, \quad \frac{2}{k_0} = \int_0^\pi \psi(\theta) \sin \theta d\theta$$

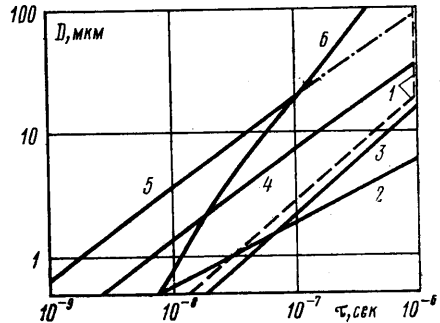
Выражение (3.2) получено из условия постоянства теплового потока к частице, который приравнявался к средней по ее поверхности величине $q = \alpha_0(h_0 - h_w)/k_0$ ($k_0 \approx 3.29$).

Согласно [13] можно показать, что в выражении (3.1) величина $(T_c - T_\infty)/(T_v - T_\infty) \leq 0.1$ при $\tau \leq \tau_2$ и ею можно пренебречь. Зависимость $\tau_2 = 0.0745 D^2/a$ приведена на фиг. 5 (кривая 2) для частиц из SiO_2 . Область рассматриваемых в данной работе времен $\tau \leq \tau_1$ и размеров частиц согласно (1.1) показана на фиг. 5 штриховой линией 1, которая построена для толщины ударного слоя $\Delta = 4$ мкм, определяемой указанными в п. 2 газодинамическими условиями обтекания. Тогда при $\tau \leq \tau_2$ максимальные температурные напряжения с учетом (3.2) определяются по формуле

$$(3.3) \quad \sigma^r = \frac{2\sigma_*^*\tau}{(1-\nu)k_0\tau_*}$$

которая, как видно из сравнения кривых 1 и 2 на фиг. 5, применима к частицам размером $D > 1$ мкм.

Интересно отметить в плоскости τ, D область, в которой частицы не достигают температуры плавления. Эта область расположена на фиг. 5 левее кривой 3, легко получаемой из [13] для шара, поверхность которого нагревается постоянным тепловым потоком q до температуры плавления $T_m = 2000^\circ \text{K}$. Кривая 3 идет ниже кривой 1 и не сужает рассматриваемую область.



Фиг. 5

При учете торможения частицы в ударном слое к величине (3.3) надо добавить напряжение σ_R^* из (2.9) при $z=D/2$. Здесь используется σ_R^* в силу того, что величины σ^* и σ_R^* противоположны по знаку, но $|\sigma_R^*| < |\sigma_z^*|$, поэтому условие разрушения частицы $\sigma^* = \sigma^* + \sigma_R^*$ выполняется в первую очередь на оси R .

Из этого условия с учетом (3.3) и (2.9) легко найти время достижения в частицах напряжения σ^* в зависимости от их диаметра

$$(3.4) \quad \tau_4 = \frac{(\sigma^* + p_g)(1-\nu)k_0\tau_*$$

Функция τ_4 изображена на фиг. 5 (кривая 4) для $\beta = 6 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$. Значения остальных параметров, входящих в (3.4), указаны в п. 2.

С учетом (3.4) легко получить критерий разрушения равномерно нагреваемой в ударном слое твердой частицы

$$(3.5) \quad \frac{2\sigma_*^* \tau}{(\sigma^* + p_g)(1-\nu)k_0\tau_*} > 1$$

При справедливости соотношения (3.5) напряжения в частице превышают предел прочности ее материала.

4. Критерий разрушения сферической частицы, не вращающейся в ударном слое, можно получить с использованием результатов п. 2 и 3. Из фиг. 1 видно, что нагрев поверхности частицы является приблизительно равномерным для центральных углов $|\theta| \leq \pi/6$ и имеет место резкий спад температуры в тонком поверхностном слое $\delta = 3.65\sqrt{a\tau}$, на толщине которого постоянный тепловой поток, поступающий к поверхности полубесконечного тела, уменьшается в 100 раз [13].

Для оценки возникающих в этом случае напряжений была выбрана, как и в п. 3, модель равномерно нагреваемой постоянным потоком сферической частицы, в которой температура изменяется только в слое δ , а в остальной части постоянна и равна T_∞ . Тогда в области $r < 1/2D - \delta$ компоненты главных температурных растягивающих напряжений одинаковы, направлены по осям z , R и определяются по формуле (3.3), в которой надо положить $k_0 = 1$, что эквивалентно замене q на тепловой поток q_0 , вычисляемый согласно (2.2).

Численные расчеты на ЭВМ температурных напряжений в невращающейся частице типа представленных на фиг. 3, а показали, что нормальные компоненты σ_z^* и σ_R^* достигают своих максимальных главных значений σ_{z0}^* и σ_{R0}^* на оси $R=0$, которые при возрастании до величин, близких к пределу прочности σ^* , имеют максимумы соответственно вблизи точек $z=D-\delta$, $z=0.75D$, причем компонента σ_{z0}^* приблизительно на 10% больше σ_{R0}^* . Оценка по формуле (3.3) при $k_0=1$ примерно на 30% занижает напряжение по сравнению с величиной $(\sigma_{z0}^* + \sigma_{R0}^*)/2$.

С помощью соотношений (2.9), (3.3) и $\sigma^* = \sigma^* + \sigma_R^*$ можно вычислить время достижения в частице напряжения σ^* :

$$(4.1) \quad \tau_5 = (\sigma^* + 0.375\sigma_*^* + p_g) \frac{(1-\nu)\tau_*}{2\sigma_*^* k_\sigma}$$

Зависимость (4.1) представлена кривой 5 на фиг. 5 для $\beta = 6 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$ и поправочного коэффициента $k_\sigma = 1.3$, остальные величины указаны в п. 2.

Критерий разрушения неравномерно нагреваемой в ударном слое твердой частицы с учетом (4.1) можно записать в виде

$$(4.2) \quad \frac{2\sigma_*^* k_0 \tau}{(\sigma_*^* + 0.375\sigma_*^* + p_g)(1-\nu)\tau_*} > 1$$

При выполнении неравенства (4.2) напряжения в частице превосходят предел прочности ее материала.

Время нагревания окрестности критической точки частицы до температуры плавления может быть оценено из решения задачи об одномерном нагреве постоянным потоком q_0 полубесконечного тела [13] по формуле $\tau_0 = 1/4(T_m - T_\infty)^2 \tau_* / T_*^2$. График τ_0 , приведенный для $T_m = 2000^\circ \text{K}$ на фиг. 5 (кривая 6), ограничивает в плоскости τ, D область времен $\tau < \tau_0$, для которой около критической точки частицы справедливо соотношение $T < T_m$. Этому условию не удовлетворяет штрихпунктирная часть кривой 5 после ее пересечения с кривой 6.

Как видно из фиг. 5, кривые 5 и 6 пересекаются при $D^* = 20$ мкм. Таким образом, мелкие частицы с диаметром $D < D^*$ достигают предела прочности до начала плавления в противоположность крупным частицам с $D > D^*$. В общем случае размер D^* легко определяется из уравнения $\tau_0 = \tau_0$ с учетом зависимости $q_0 = q_1 / \sqrt{D}$, где величина q_1 , согласно [3], от диаметра частицы не зависит.

При выполнении соотношения $\sigma_*^* / (\sigma_*^* + p_g) < 8/3(k_0 k_0 - 1)$, справедливость которого могут нарушить только большие силы инерции, твердые частицы одинакового размера разрушаются раньше при неравномерном нагреве, чем при равномерном, согласно кривым 4 и 5 на фиг. 5.

В заключение авторы выражают благодарность В. Г. Пчелкиной за помощь при расчете температурных полей.

Поступила 8 VIII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Simons G. A. Aerodynamic shattering of ice crystal in hypersonic flight. AIAA Journal, 1976, vol. 14, No. 11 (рус. перев.: Симонс. Аэродинамическое разрушение кристаллов льда при гиперзвуковых скоростях полета. Ракетная техника и космонавтика, 1976, т. 14, № 11).
2. Crowe C. T. Drag coefficient of particles in a rocket nozzle. AIAA Journal, 1967, vol. 5, No. 5 (рус. перев.: Кроув. Коэффициент сопротивления для частиц в реактивном сопле. Ракетная техника и космонавтика, 1967, т. 5, № 5).
3. Фей, Ридделл. Теоретический анализ теплообмена в лобовой точке, омываемой диссоциированным воздухом. В сб.: Проблемы движения головной части ракет дальнего действия. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
4. Nicolt W. E., Wool M. R., Laub B., Jaffe N. A. An investigation of hydrometeor shock layer interaction. AIAA Paper, 1976, No. 318.
5. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
6. Стандартная атмосфера. Параметры. ГОСТ 4404-73, М., 1977.
7. Кржижановский Р. Е., Штерн З. Ю. Теплофизические свойства неметаллических материалов (Окислы). Л., «Энергия», 1973.
8. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М., «Мир», 1975.
9. Irons B. M. Economical computer techniques for numerically integrated finite elements. Int. J. Num. Meth. Eng., 1969, vol. 1, No. 2.
10. Андреев Ю. П., Браиловская Р. В., Воскресенская Н. А. Физико-технические свойства кварцевых стекол для оболочек источников высокоинтенсивного света. Обзоры по электронной технике. Сер. Электровакуумные и газоразрядные приборы, вып. 8 (407). М., 1976. (ЦНИИ Электроника.)
11. Энциклопедия неорганических материалов. т. 1, Киев, Глав. ред. Укр. сов. Энциклопедии, 1977.
12. Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник, т. 1. М., «Машиностроение», 1968.
13. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967.