10. *Годунов С. К.* Разностные методы решения уравнений газовой динамики. Новосибирск, 1962.
11. *Хоскин Н. Э.* Метод характеристик для решения уравнений одномерного неустановившегося течения. В сб.: Вычислительные методы в гидродинамике. М., «Мир», 1967.
12. *Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г., Дьяконов Ю. Н., Егорова Н. И., Мельников Д. А., Росляков Г. С., Усков В. И.* Сверхзвуковые струи идеального газа, ч. 1. М., Изд-во МГУ, 1970.
13. *Герман Р.* Сверхзвуковые входные диффузоры. М., Физматгиз, 1960.
14. *Зуев В. С., Макарон В. С.* Теория прямоточных и ракетно-прямоточных двигателей. М., «Машиностроение», 1971.
15. Сообщение о докладе академика Г. И. Петрова на сессии АН СССР. Изв. АН СССР. ОТН, 1958, № 9.
16. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. М., «Наука», 1969.
17. *Sirieix M., Délery J., Mirande J.* Recherches experimentales fondamentales sur les écoulements séparés et applications. In: Fluid Dynamics Transactions, vol. 4. Warszawa, 1969.
18. *Carrière P.* Apercu de quelques resultats nouveaux obtenus à l'ONERA sur les phénomènes de décollement et de recollement. Z. angew. Math. und Mech., 1973, Bd53, No. 4.
19. *Авдуевский В. С.* Метод расчета пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе. Изв. АН СССР. Механ. и машиностр., 1962, № 4.

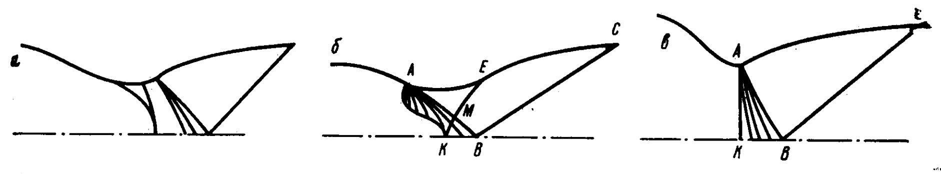
УДК 533.6.011

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТЕЧЕНИЙ С ПРЯМОЙ ЗВУКОВОЙ ЛИНИЕЙ В СОПЛАХ С УГЛОВЫМИ ТОЧКАМИ

Э. Г. ШИФРИН

(Москва)

Обсуждается вопрос оптимальной схемы сопла Лаваля. При профилировании сопла с угловой точкой в области смешанного течения могут использоваться как течения общего вида с криволинейной звуковой линией, так и специальный случай, когда звуковая линия прямая. Показывается, что последнее предпочтительнее:



Фиг. 1

при профилировании сверхзвуковой части контура методом «простой волны» скорость на стенке монотонно возрастает и течение не содержит скачков уплотнения. В отличие от этого в соплах с криволинейной звуковой линией сразу же за угловой точкой следует участок замедления скорости, что может приводить к отрыву пограничного слоя. Кроме того, при значениях сверхзвуковой скорости на выходе из сопла, близких к скорости звука, доказывается факт пересечения характеристик простой волны в области течения.

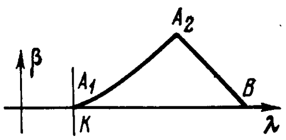
В настоящее время при профилировании сопл с целью сокращения их длины используются течения с угловыми точками. Угловая точка может быть расположена либо в сверхзвуковой части сопла, либо в минимальной области влияния смешанного до- и сверхзвукового течения; отдельный случай представляет сверхзвуковое течение с угловой точкой, примыкающее к дозвуковому течению с прямой звуковой линией (фиг. 1, *а–в* соответственно). Проанализируем эти случаи, исходя из предпосылки, что вниз по потоку от последней характеристики узла *AB* течение является простой волной, т. е. имеет прямые характеристики первого семейства (рассматривается плоское течение).

Рассмотрим сначала случай прямой звуковой линии (фиг. 1, *в*). В плоскости годографа скорости λ, β, где λ – коэффициент скорости, β – угол наклона вектора скорости, область ABK показана на фиг. 2. Здесь эпициклоида A_1A_2 — образ угловой точки, эпициклоида A_2B — образ последней характеристики узла разрежения, KB — образ оси симметрии.

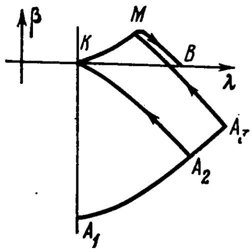
Условия $\psi=1$ на A_1A_2 и $\psi=0$ на KB для функции тока ψ определяют корректную краевую задачу для уравнения Чаплыгина. Если значение λ_B близко к единице, это решение приближенно выражается решением уравнения Трикоми

$$\psi=\int_0^\eta \frac{d\eta}{(1-c\eta^2)^{5/6}}, \qquad \eta=\beta(\lambda-1)^{-3/2}$$

Это решение определено на одном листе плоскости годографа. Оно не имеет предельных линий и может быть реализовано физически; по-видимому, это остается в силе и для соответствующего решения уравнения Чаплыгина. Таким образом, можно утверждать, что при передвижении по характеристике AB от точки A к точке B скорость монотонно возрастает (в связи с однолистностью в плоскости годографа). Профилирование контура AC методом простой волны дает кривую без самопересечений, так как прямые характеристики первого семейства в области ABC расходятся. Это доказывает отсутствие скачков уплотнения в области ABC и монотонность разгона потока в направлении от A к C.



Фиг. 2



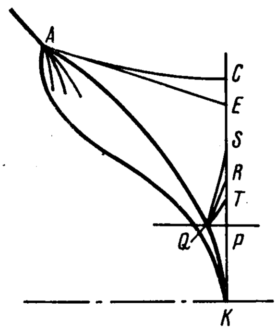
Фиг. 3

Рассмотрим теперь случай расположения угловой точки в минимальной области влияния смешанного течения с криволинейной звуковой линией (фиг. 1, *б*); при этом несущественно, что разгон потока в угловой точке A может начинаться и не от звуковой скорости. В плоскости годографа $\lambda\beta$ образ области $AKBMA$ двулистен (фиг. 3): характеристика первого семейства KM, как известно из теории сопла Лаваля (см., например, [1]), является линией ветвления, т. е. краем складки в плоскости годографа. При этом в силу монотонности вектора скорости на звуковой линии [2] $\beta_{A_1}<\beta_K$. Все характеристики узла, лежащие в физической плоскости вниз по потоку от характеристики A_2K, приходящей из угловой точки в центр сопла, пересекая характеристику KM, переходят на другой лист в плоскости годографа. Итак, если на выходе из сопла скорость сверхзвуковая, то характеристика AMB разбивается характеристикой KM на два отрезка: на AM скорость убывает, на MB – возрастает при движении от A к B. В соответствии с этим по свойству простой волны в области ABC, если там течение непрерывно, на отрезке контура сопла AE скорость падает, а на отрезке EC – возрастает при движении от A к C. В предельном случае звуковой скорости на выходе из сопла, когда точки M, B, K совпадают, вдоль всего участка AC скорость падает. Падение скорости на стенке сопла в некотором диапазоне чисел Re может стать причиной отрыва пограничного слоя, поэтому сопла с замедлением потока на стенке не являются всережимными по Re.

Кроме того, в соплах по схеме фиг. 1, *б* в области ABC будет происходить пересечение прямолинейных характеристик первого семейства, по крайней мере при значениях скорости на выходе из сопла, близких к скорости звука. Собственно говоря, это означает несуществование течения простой волны в области ABC, т. е. невозможность спрофилировать контур AC исходя из условия равномерности потока на характеристике BC.

Для доказательства рассмотрим сначала случай $\lambda_B=1$. Построим на фиг. 4 минимальную область влияния смешанного течения с угловой точкой и криволинейной звуковой линией, ограниченную предельной характеристикой AK. Задача состоит в построении контура AC, обеспечивающего равномерный звуковой поток на вертикальной прямой KC.

Предположим, что искомое решение простой волны в треугольнике AKC существует. В плоскости годографа оно изображается характеристикой A_2K (фиг. 3), поэтому контур сопла AC лежит выше прямой AE с отрицательным углом наклона к оси симметрии, касательной к контуру в точке A на выходе из угловой точки (фиг. 4). Выберем точку P на вертикальной прямой KC так, чтобы длина отрезка PK не превосходила половины отрезка KE. Проведем прямую QP параллельно оси симметрии. Будем считать, что точка P взята настолько близко к K, что на отрезке QK направление выпуклости характеристики не меняется. Такой отрезок QK существует в силу монотонности скорости на характеристике QK вблизи K (фиг. 3) и в связи с тем, что на ней $\beta=O(\lambda-1)^{3/2}$ при $\lambda\to1$.



Фиг. 4

Всюду на характеристике AK $\beta<0$, т. е. вектор скорости в точке Q лежит под прямой QP. Построим зеркальное отражение QS отрезка характеристики QK с касательной QR к кривой QS в точке Q. Ясно, что прямолинейная характеристика первого семейства QT лежит ниже прямой QR, которая расположена ниже кривой QS в силу ее выпуклости. По построению точка S ниже E, поэтому характеристика QT пересекает характеристику KC внутри области течения, что и требовалось доказать.

Семейство решений типа простой волны, построенное на непрерывном семействе характеристик AB, непрерывно зависит в области ABC от значения скорости в точке B. Это относится и к семейству решений с пересекающимися характеристиками. Поэтому, раз пересечение характеристик (точка T) при $\lambda_B=1$ происходит внутри области течения, это также будет справедливо и в некотором промежутке $\lambda_B>1$, пока точка T не пересечет контур сопла.

Примечание. Доказательство существования скачка уплотнения при трансзвуковом обтекании выпуклого угла [3], выходящего из угловой точки, в данном случае неприменимо, так как в нем течение за предельной характеристикой предполагалось невырожденным, т. е. не являющимся простой волной.

По поводу схемы сопла с угловой точкой в сверхзвуковой области (фиг. 1, *а*) заметим, что немонотонность скорости на стенке сопла аналогичным образом зависит от расположения угловой точки относительно характеристики первого семейства KE, исходящей из центра сопла и являющейся краем складки в плоскости годографа: немонотонность будет иметь место, если угловая точка лежит вверх по потоку от характеристики KE. Ясно, что в этом случае сопло будет длиннее, чем сопло по схеме фиг. 1, *в*.

Хотя эти рассуждения не могут быть непосредственно перенесены на случай осесимметричного течения, представляется, что установленные свойства окажутся справедливыми и в этом случае.

Проведенный анализ показывает, что сопла с угловой точкой, выполненные по схеме 1, *в* с прямой звуковой линией, наиболее предпочтительны. Профилирование дозвуковой части сопла в плоском и осесимметричном течении может быть выполнено методами [4, 5], что обеспечивает монотонность скорости на стенке.

Поступила 27 III 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рыжов О. С.* Исследование трансзвуковых течений в соплах Лаваля. М., Тр. ВЦ АН СССР, 1965.
2. *Никольский А. А., Таганов Г. И.* Движение газа в местной сверхзвуковой зоне и некоторые условия разрушения потенциального течения. ПММ, 1946, т. 10, вып. 4.
3. *Шифрин Э. Г.* О скачке уплотнения при трансзвуковом обтекании выпуклого угла. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 5.
4. *Подсыпанина Н. А., Шифрин Э. Г.* Об одном методе профилирования коротких плоских сопл. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 1.
5. *Подсыпанина Н. А.* Использование плоскости годографа при профилировании численным методом осесимметричного сопла Лаваля. Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 1.