

**О НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ВЫТЕСНЕНИИ НЕФТИ
РАСТВОРОМ АКТИВНОЙ ПРИМЕСИ**

Г. С. БРАГИНСКАЯ, В. М. ЕНТОВ

(Москва)

Ранее [1, 2] были рассмотрены математические модели процессов вытеснения нефти из пористой среды раствором активной примеси, т. е. примеси, способной изменять гидродинамические характеристики жидкости и среды. В качестве такого активного фактора рассматривался полимер, влияющий в растворенном состоянии на свойства вытесняющей жидкости, а в сорбированном — на проницаемость пористой среды. Были получены автомодельные решения, отвечающие задаче фронтального вытеснения из однородной пористой среды, и проведен ряд численных расчетов.

Естественным обобщением этой постановки является введение в задачу второго активного фактора, в качестве которого здесь рассматривается температура закачиваемой жидкости. Анализ неизотермического вытеснения нефти раствором активной примеси без существенных изменений переносится на общую задачу вытеснения нефти раствором, несущим два активных агента. Названия «примесь» и «температура» сохраняются здесь лишь для удобства изложения.

1. Основные уравнения. Система уравнений движения состоит из уравнений двухфазной фильтрации, баланса активной примеси в растворенном состоянии, кинетики сорбционного процесса и теплового баланса

$$(1.1) \quad m \frac{\partial s_i}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{u}_i = 0, \quad i=1, 2$$

$$(1.2) \quad m \frac{\partial}{\partial t} (c s_1) + \operatorname{div} (c \mathbf{u}_1) + q = 0$$

$$(1.3) \quad \mathbf{u}_i = -k \mu_i^{-1} f_i \operatorname{grad} p, \quad \frac{\partial a}{\partial t} = q$$

$$(1.4) \quad m \frac{\partial}{\partial t} (s_1 C_1 T + s_2 C_2 T) + \frac{\partial}{\partial t} (C_2 T) + \operatorname{div} (C_1 \mathbf{u}_1 T + C_2 \mathbf{u}_2 T) + R = 0$$

Здесь t — время, s_i — насыщенность порового пространства i -й фазой, \mathbf{u}_i — скорость фильтрации i -й фазы, m — пористость среды, k — проницаемость среды, f_i — относительные фазовые проницаемости, μ_i — вязкости фаз, p — давление, c — концентрация активной примеси в растворе, a — количество сорбированной примеси, q — интенсивность сорбционного процесса, T — температура, C_i — теплоемкости воды, нефти и породы соответственно, R — интенсивность теплоотвода в расчете на единицу объема пласта. Индекс 1 относится к вытесняющей жидкости, 2 — к вытесняемой.

Рассматривая крупномасштабные движения, пренебрежем капиллярным скачком давления, диффузионным переносом примеси и теплопроводностью. Пренебрежем также потерями тепла в окружающие пласт породы, теплоемкости будем считать постоянными. Не учитывается нелинейность закона фильтрации для полимерного раствора. Ограничимся одномерной задачей фронтального вытеснения, считая, что движение происходит вдоль оси x , а суммарный расход $U = u_1 + u_2$ не зависит от времени.

Вводя обычным образом функцию Баклея — Леверетта F , равную доле вытесняющей жидкости в суммарном потоке, получим каноническую систему уравнений одномерного вытеснения

$$(1.5) \quad u_1 = FU, \quad u_2 = (1-F)U; \quad F = \mu_2 f_1 (\mu_2 f_1 + \mu_1 f_2)^{-1} = F(s, c, T)$$

$$(1.6) \quad m \frac{\partial s}{\partial t} + U \frac{\partial F}{\partial x} = 0$$

$$(1.7) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(cs + \frac{a}{m} \right) + \frac{U}{m} \frac{\partial}{\partial x} (cF) = 0, \quad a = a(c)$$

$$(1.8) \quad \frac{\partial}{\partial t} (sT + bT) + \frac{U}{m} \frac{\partial}{\partial x} (FT + hT) = 0$$

$$b = (mC_2 + C_3) [m(C_1 - C_2)]^{-1}; \quad h = C_2 / (C_1 - C_2)$$

Система (1.6) — (1.8) допускает разрывные решения, причем на скачках должны выполняться очевидные условия

$$(1.9) \quad mV[s] = U[F(s, c, T)]$$

$$(1.10) \quad mV[sc + a/m] = U[cF(s, c, T)]$$

$$(1.11) \quad mV[T(s+b)] = U[T(F+h)]$$

где V — скорость скачка; квадратными скобками обозначены скачки соответствующих величин.

Основное прикладное и теоретическое значение имеет задача о распаде разрыва, отвечающая начальным и граничным условиям вида

$$(1.12) \quad s = s_0, \quad c = c_0 = 0, \quad T = T_0 = 0 \quad (t=0)$$

$$s = s^\circ, \quad c = c^\circ = 1, \quad T = T^\circ = 1 \quad (x=0)$$

Такой выбор начальных и граничных условий соответствует допустимой нормировке температуры и концентрации в уравнениях (1.7) и (1.8). Эта задача допускает автомодельное решение $s = s(\xi)$, $c = c(\xi)$, $T = T(\xi)$, $\xi = mx/Ut$, являющееся решением краевой задачи (1.13):

$$\xi \frac{ds}{d\xi} = \frac{dF}{d\xi}, \quad \xi \frac{d}{d\xi} \left(cs + \frac{a}{m} \right) = \frac{d(cF)}{d\xi}$$

$$\xi \frac{d}{d\xi} (T(s+b)) = \frac{d}{d\xi} (T(F+h)), \quad s(\infty) = s_0$$

$$c(\infty) = c_0 = 0, \quad T(\infty) = T_0 = 0, \quad s(0) = s^\circ$$

$$c(0) = c^\circ = 1, \quad T(0) = T^\circ = 1$$

2. Анализ построения автомодельного решения. Автомодельное решение задачи (1.13) «склеивается» из участков непрерывного изменения искомых функций, сопрягаемых скачками. При выпуклой изотерме сорбции ($a''(c) < 0$) решение может состоять из следующих элементов: участков непрерывного изменения s с $s'(\xi) \neq 0$ при постоянных c и T и $\xi = F_{,s}(s, c, T)$; участков постоянства s , c и T ; скачков s при постоянных c и T ; сопряженных скачков c и s или T и s . Решающим обстоятельством является отсутствие в решении при выпуклой изотерме сорбции участков непрерывного изменения концентрации и температуры.

Уже простейшие примеры показывают, что решение строится из этих элементов не единственным образом. Физически осмысленное решение выделяется дополнительным требованием устойчивости скачков.

Из сказанного следует, что имеет смысл искать распределения $c(\xi)$ и $T(\xi)$ в виде «ступенек»

$$(2.1) \quad \begin{aligned} c(\xi) &= 1, \quad \xi < \xi_c, \quad c(\xi) = 0, \quad \xi > \xi_c \\ T(\xi) &= 1, \quad \xi < \xi_T, \quad T(\xi) = 0, \quad \xi > \xi_T \end{aligned}$$

Вид решения с такими распределениями концентрации и температуры полностью определяется поведением функции $F(s, c, T)$ как функции s при $c=0$ и 1 и $T=0$ и 1 . Таким образом, вместо функции трех переменных достаточно рассмотреть семейство четырех функций одной переменной s

$$(2.2) \quad F_{ij}(s) = F(s, i, j), \quad i, j = 0, 1$$

Для дальнейшего удобно преобразовать условия на скачках (1.9)–(1.11), приведя их к следующему виду:

$$(2.3) \quad \xi = \frac{F^+ - F^-}{s^+ - s^-}, \quad F^\pm = F(s^\pm, c^\pm, T^\pm)$$

$$(2.4) \quad \xi = F^\pm \left(s^\pm + \frac{a^+ - a^-}{(c^+ - c^-) m} \right)^{-1}, \quad [c] \neq 0$$

$$(2.5) \quad \xi = \frac{F^\pm + h}{s^\pm + b}, \quad [T] \neq 0$$

Соотношения (2.4) и (2.5), отличающиеся выбором знаков, являются следствиями друг друга и соотношения (2.3). В частности, на «полном» скачке концентрации ($c^- = 1, c^+ = 0$)

$$(2.6) \quad \xi = F^\pm (s^\pm + a(1)/m)^{-1}$$

Нетрудно дать графическую интерпретацию условиям на скачках. Построим на плоскости s, F кривые $F^\pm(s, c^\pm, T^\pm)$. Если имеет место скачок концентрации, то одновременно выполняются условия (2.3) и (2.4), что соответствует переходу изображающей точки на плоскости s, F с кривой F^- на кривую F^+ вдоль прямой, проходящей через точку $O_c = (-s_c, 0)$; где $s_c = (a^+ - a^-)/(c^+ - c^-) m$.

Подобным же образом, если имеет место скачок температуры, изображающая точка переходит с кривой F^- на кривую F^+ вдоль прямой, проходящей через точку $O_T = (-b, -h)$.

Наконец, на скачке насыщенности, происходящем без изменения концентрации и температуры, выполняется только условие (2.3). Кривые F^- и F^+ сливаются в одну, и скачку отвечает переход из одной точки этой кривой в другую.

Условие устойчивости скачков примем в той форме, в которой оно обычно формулируется в теории ударных волн [3, 4]: *число характеристик, уходящих с линии разрыва, должно быть на единицу меньше числа соотношений, выполняемых на разрыве* (т. е. в данном случае равно двум). Специфика рассматриваемой задачи состоит в том, что функция $F(s)$ имеет участки выпуклости ($F_{,ss} < 0$). Поэтому, сохраняя прежнюю формулировку условия устойчивости, будем считать приходящими также и те характеристики, скорость которых равна скорости скачка.

В тех случаях, для которых существует строгая теория (уравнение (1.6) с $c = \text{const}, T = \text{const}$), такая формулировка совпадает с известным

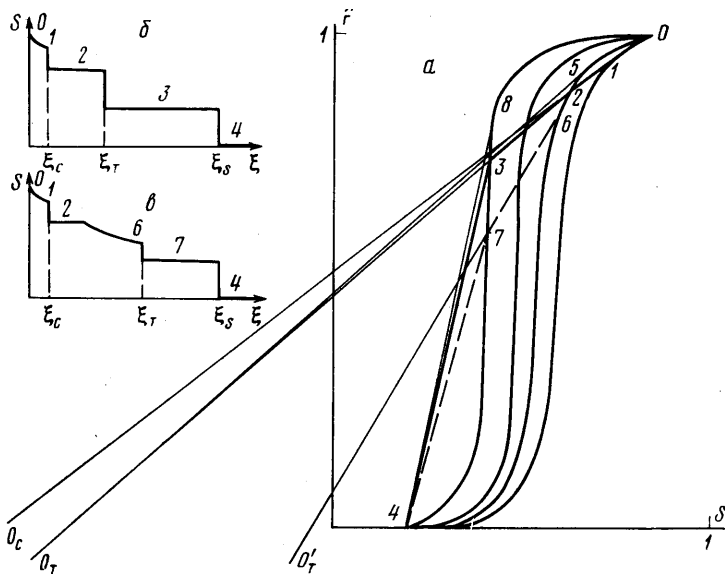
условием устойчивости обобщенного решения [5]. Применительно к данной задаче это условие может рассматриваться как эвристическое.

Характеристики системы (1.7) – (1.9) даются соотношениями

$$(2.7) \quad \frac{dx}{dt} = v_1 = \frac{\partial F}{\partial s}, \quad \frac{dx}{dt} = v_2 = F \left(s + \frac{a,c}{m} \right)^{-1}, \quad \frac{dc}{dt} = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = v_3 = \frac{F+h}{s+b}, \quad \frac{dT}{dt} = 0$$

Характеристики 1, 2 и 3-го семейств будем называть s -, c - и T -характеристиками соответственно, а разрывы, на которые приходят две харак-



Фиг. 1

теристики соответствующего семейства, будем называть s -, c - и T -скачками.

Пусть текущее состояние характеризуется тройкой значений $(s^\circ, c^\circ, T^\circ)$. Построим на плоскости (s, F) кривую $F(s, c^\circ, T^\circ)$. Тогда три характеристические скорости v_i даются соответственно угловыми коэффициентами касательной к кривой $F(s)$ в точке $s=s^\circ$ и лучей, проведенных в эту точку из точек $(-a, c/m, 0)$ и $(-b, -h)$. Таким образом, и характеристические скорости v_i допускают наглядную графическую интерпретацию на плоскости s, F .

Сказанное выше делает естественной попытку графического построения автомодельного решения. Построим кривые $F_{ij}(s) = F(s, i, j)$ для $i, j = 0; 1$. Чтобы построить решение, необходимо указать непрерывный путь из точки $(s^\circ, F_{11}(s_0))$ в точку $(s_0, F_{00}(s_0))$, состоящий из кусков кривых F_{ij} и отрезков прямых, соответствующих скачкам. При этом скачки должны удовлетворять сформулированному выше условию устойчивости. Движение вдоль кривых F_{ij} соответствует участкам изменения насыщенности. На них производная dF/ds равняется автомодельной переменной ξ и, следовательно, должна возрастать вдоль пути. Условие возрастания ξ вместе с условием устойчивости скачков дают необходимое условие для сопряжения скачка с непрерывной частью решения.

3. Построение автомоделного решения. Структура автомоделного решения определяется взаимным положением кривых F_{ij} на плоскости (s, F) . Будем считать, что производные $F_{,c}$ и $F_{,T}$ не меняют знака. Куски, из которых «склеивается» решение, определяются знаками этих производных. Наиболее простыми являются случаи, когда эти производные имеют одинаковые знаки.

Пусть сначала $F_{,c} \leq 0$, $F_{,T} \leq 0$. Тогда решение строится прямым обобщением графической процедуры, использованной в [1] (задача об одной «загущающей» примеси). Расположение кривых F_{ij} на плоскости s, F имеет вид фиг. 1. Проведем к кривой F_{11} касательные из полюсов 0_c и 0_T , отвечающие возможным s - и T -скачкам. Из соображений дальнейшей продолжимости решения фактически осуществляется переход по той из касательных, которая имеет меньший наклон (в данном случае — s -касательная, и переход происходит в т. 2 на кривой F_{01}). Дальнейший ход решения определяется тем, возможен ли непосредственно из т. 2 скачок (T -скачок) на кривую F_{00} или невозможен. Если т. 2 лежит ниже т. 5 касания кривой F_{01} T -луча, то T -скачок происходит из т. 2 в т. 3 на кривую F_{00} вдоль прямой 0_T-2 (показан на фиг. 1 сплошной линией). Если т. 2 лежит выше т. 6, то T -скачок происходит по прямой $6-7$ (показан пунктиром), а ему предшествует (т. е. соответствует меньшим ξ) непрерывный участок $2-6$ движения по кривой F_{01} . Аналогично достраивается s -скачок (s -луч проводится из т. 4 с координатами $(s_0, F_{00}(s_0))$).

Пути 01234 изображающей точки на фиг. 1 отвечает зависимость $s(\xi)$, показанная на фиг. 1, б; на фиг. 1, в приведена зависимость $s(\xi)$ для пути 012674 .

Чтобы перечислить все возможные типы структуры решения, введем следующие обозначения. Участки типа простых волн, на которых сохраняются значения всех трех переменных ($s = \text{const}$, $c = \text{const}$, $T = \text{const}$), будем обозначать буквой P ; участки непрерывного изменения s с движением изображающей точки вдоль кривой F_{ij} назовем S -волнами и будем обозначать буквой S ; скачки будем обозначать: буквой J — s -скачок, JC — s -скачок, JT — T -скачок. Тогда 01234 отвечает формула

$$(3.1) \quad (1,1) - S - JC \rightarrow (0,1) - P - JT \rightarrow (0,0) - P - J \rightarrow (0,0)$$

Здесь в скобках указана пара значений (c, T) , определяющая кривую F_{ij} , на которой находится изображающая точка после соответствующего скачка.

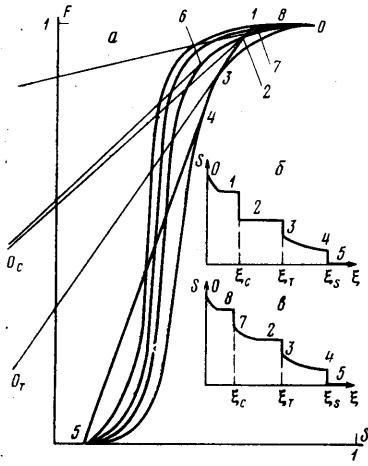
Вся совокупность возможных вариантов решения при условии $F_{,c} \leq 0$, $F_{,T} \leq 0$ представима разветвленной формулой

$$(3.2) \quad (1,1) - S - \left\{ \begin{array}{l} JC \rightarrow (0,1) - P - (S) - JT \\ JT \rightarrow (1,0) - P - (S) \rightarrow JC \end{array} \right\} \rightarrow (0,0) - P - (S) - J \rightarrow (0,0)$$

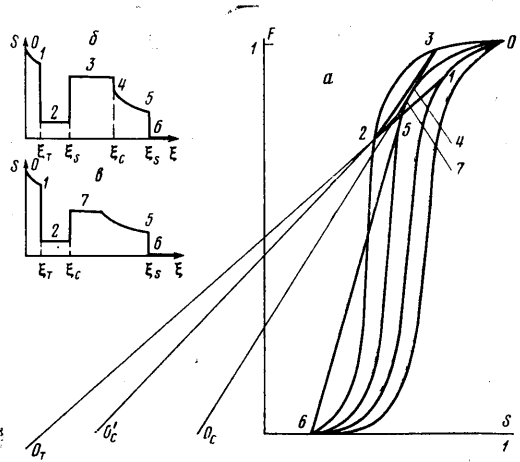
Здесь S — волны, показанные в скобках, могут отсутствовать. Всего в данном случае возможно восемь вариантов решения. Заметим, что взаимное расположение кривых F_{10} и F_{01} не влияет на структуру решения.

Рассмотрим теперь случай $F_{,c} \geq 0$, $F_{,T} \geq 0$ (фиг. 2). В этом случае построение начинается с «конца» — от точки $(s_0, F_{00}(s_0))$ — и является обобщением процедуры, описанной в [2] для одной увеличивающей подвижностью вытесняющей жидкости примеси. Решение заканчивается S -скачком (4—5), которому предшествует S -волна (3—4), а ей — T -скачок (2—3), как на фиг. 2, а, если T -касательная к кривой F_{00} имеет больший угловой коэффициент, чем s -касательная, и s -скачок — в противном случае. Дальнейший ход решения определяется положением т. 6 касания кривой F_{01} s -луча относительно т. 2. Если т. 6 ниже т. 2, то s -скачок происходит по

прямой 1—2, если т. 7 лежит выше т. 2, то с-скачок происходит по касательной 8—7 к кривой F_{01} и ему предшествует непрерывный участок 7—2



Фиг. 2



Фиг. 3

движения по F_{01} . Соответствующие зависимости $s(\xi)$ показаны на фиг. 2, б, в.

Всей совокупности возможных вариантов решения отвечает формула

$$(3.3) \quad (1, 1) - S - P - \left\{ \begin{array}{l} JC \rightarrow (0, 1) - (S) - P - JT \\ JT \rightarrow (1, 0) - (S) - P - JC \end{array} \right\} \rightarrow (0, 0) - S - J \rightarrow (0, 0)$$

Всего возможны четыре варианта. Взаимное расположение кривых F_{10} и F_{01} не влияет на структуру решения.

Перейдем к исследованию более сложной ситуации, когда производные $F_{,c}$ и $F_{,t}$ имеют разные знаки. Рассмотрим случай $F_{,c} \geq 0, F_{,t} \leq 0$. При этом

$$(3.4) \quad F(s, 1, 0) \geq F(s, 1, 1) \geq F(s, 0, 1); \quad F(s, 1, 0) \geq F(s, 0, 0) \geq F(s, 0, 1)$$

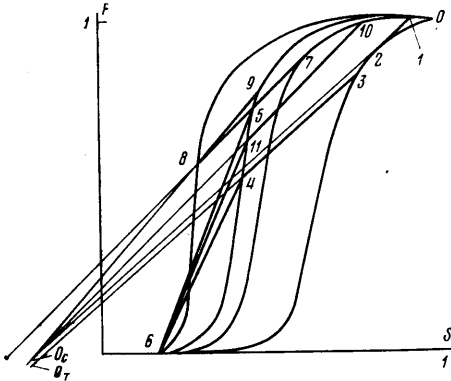
Проведем s - и T -касательные к F_{11} и допустим, что угловой коэффициент T -касательной меньше. Тогда начальный участок решения — это s -волна 0—1 и T -скачок 1—2 в т. 2 — нижнее пересечение T -луча 0_t-1 с кривой F_{10} . Проведем теперь s -касательную к кривой F_{00} . Вид решения определяется возможностью сопряжения T - и s -скачков, отвечающих переходу вдоль этих касательных. Пусть верхняя точка пересечения 3 s -касательной к F_{00} с F_{10} лежит ниже т. 2. Тогда решение легко достраивается до конца и имеет простой вид

$$(3.5) \quad (1, 1) - S - JT \rightarrow (1, 0) - P - (S) - P - JC \rightarrow (0, 0) - S - J \rightarrow (0, 0)$$

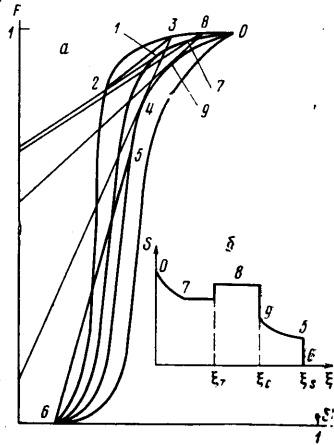
Начнем отодвигать т. 0_c влево, уменьшая тем самым наклон s -касательной (в дальнейшем предполагается, что $F(s, 0, 0) \geq F(s, 1, 1)$). При этом т. 3 будет приближаться к т. 2 и в момент их слияния исчезнет S -волна, отмеченная скобками в формуле (3.5). При дальнейшем сдвиге т. 3 вправо «передняя» и «задняя» части решения окажутся несогласованными между собой и появится дополнительный сопрягающий их S -скачок 2—3, сопровождаемый увеличением несыщенности с ростом автомодельной переменной (путь 0 1 2 3 4 5 6 (фиг. 3)). Формула решения имеет вид

$$(3.6) \quad (1, 1) - S - JT \rightarrow (1, 0) - P - J \rightarrow (1, 0) - P - JC \rightarrow (0, 0) - S - J \rightarrow (0, 0)$$

Естественно, что для существования решения такого вида необходимо, чтобы скорость S -скачка 2-3 была меньше скорости s -скачка 3-4.



Фиг. 4



Фиг. 5

Будем дальше отодвигать т. O_c влево. В момент, когда нижняя точка пересечения s -касательной к F_{00} с F_{10} окажется выше т. 2, решение вида (3.6) станет невозможным. При этом взамен структуры S -скачок — простая волна — s -скачок (2-3-4) возникает один только s -скачок, определяемый уже не s -касательной, а s -лучом O_c-2-7 . Соответствующее решение имеет структуру

$$(3.7) \quad (1,1) - S - JT \rightarrow (1,0) - P - JC \rightarrow (0,0) - P - (S) - J \rightarrow (0,0)$$

и отвечает пути 0 1 2 7 (5) 6 (фиг. 3).

Наконец, отодвигая т. O_c дальше влево, приходим к ситуации, когда T -касательная к F_{11} круче s -касательной. В этом случае также и для кривой F_{01} T -касательная круче s -касательной и существует автомодельное решение, отвечающее пути 0 1 2 3 4 (5) - 6 (фиг. 4) и имеющее структуру

$$(3.8) \quad (1,1) - S - P - JC \rightarrow (0,1) - S - JT \rightarrow (0,0) - P - (S) - J \rightarrow (0,0)$$

Особое место в проведенных построениях занимает случай, когда прямая, проходящая через точки O_c и O_T , лежит выше кривой F_{01} , но пересекает кривую F_{11} . В этом случае можно построить решения двух типов: с опережающим скачком температуры (путь 0 1 2 3 4 6 (фиг. 4)) со структурой (3.8) и с опережающим скачком концентрации (путь 0 7 8 9 5 6) со структурой (3.7). Возможно такое расположение точек O_c и O_T , при котором получится решение со структурой (3.6). Нетрудно проверить, что оба решения являются допустимыми по всем перечисленным выше критериям. Здесь возможно также построение, содержащее двойной (s, T)-скачок из верхней точки пересечения $10 O_c, O_T$ с кривой F_{11} в нижнюю точку пересечения 11 ее с F_{00} . В зависимости от взаимного положения точек 11 и 5 на кривой F_{00} дальнейшее продолжение решения содержит P -простую волну или ее комбинацию с S -волной и заканчивается S -скачком. Структура решения такова:

$$(3.9) \quad (1,1) - S - P - JTC \rightarrow (0,0) - P - (S) - J \rightarrow (0,0)$$

На фиг. 4 показан путь 0 10 11 6, не содержащий S -волны. В данном случае необычный вид имеет расположение s -характеристик. В окрестности двойного (s, T)-скачка обе s -характеристики уходят с разрыва. Устойчи-

вость разрыва обеспечивается тем, что на него приходят обе T - и c -характеристики, т. е. всего четыре характеристики, как это и требуется из условий устойчивости. Таким образом, в данном случае автомоделльное решение не единственно.

Если кривая F_{00} лежит ниже кривой F_{11} , то возникают некоторые особенности построения, связанные с тем, что теперь c - и T -касательные, проведенные к F_{00} , лежат правее и ниже соответствующих касательных к F_{11} .

Пусть положение точки O_T фиксировано, и, как и ранее, будем двигать влево точку O_c . Сначала получим решение со структурой (3.5), а затем — (3.6) (путь $0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6$ (фиг. 5)). В этом случае всегда нижняя точка пересечения c -касательной к F_{00} с F_{10} лежит ниже нижней точки пересечения с ней T -касательной к F_{11} , однако решение со структурой (3.6) возможно только тогда, когда угловой коэффициент T -касательной к F_{11} меньше углового коэффициента прямой $2-3$ (фиг. 5). Построение станет невозможным, когда c -касательная к F_{00} пересечет F_{10} правее, чем T -касательная к F_{11} . Возникает новая структура, отвечающая пути $0\ 7\ 8\ 9\ 5\ 6$ (фиг. 5). Точка 8 есть верхнее пересечение c -касательной к F_{00} с F_{10} , переход $7-8$ происходит по прямой $O_T\ 8$. Формула решения имеет вид

$$(3.10) \quad (1,1) - S - P - JT \rightarrow (1,0) - P - JC \rightarrow (0,0) - S - J \rightarrow (0,0)$$

На T -скачке происходит увеличение насыщенности.

Когда угловой коэффициент T -касательной к F_{00} станет больше, чем у c -касательной к F_{00} , получим решение с опережающим скачком температуры, имеющее структуру (3.9).

Вновь существует диапазон параметров задачи, когда возможны все три построения, приводящие к трем различным автомоделльным решениям: с опережающим скачком концентрации, с опережающим скачком температуры и с двойным (c, T)-скачком. Так получается, если прямая $O_c\ O_T$ пересекает кривую F_{00} , но не пересекает кривую F_{01} .

Если, сохраняя взаимное расположение кривых F_{11} и F_{00} , изменить на противоположные знаки производных $F_{,c}$ и $F_{,T}$, то для случаев, для которых выше решение строилось однозначно, структура получается заменой c на T и T на c . Неполная симметрия переменных c и T связана с тем, что точка O_c всегда лежит выше точки O_T , и проявляется в случае неединственности решения. Трехзначному случаю соответствует однозначное решение, содержащее двойной (c, T)-скачок, со структурой (3.9).

4. Численный анализ решения. В основу расчетов была положена с соответствующими обобщениями разностная схема, использованная ранее в [2] для расчета изотермического вытеснения нефти раствором активной примеси, в свою очередь опирающаяся на опыт решения задачи Баклея — Леверетта [6, 7]. Для устранения «размазывания» контактного разрыва температуры была введена искусственная нелинейность теплоемкости породы. Результаты расчетов согласуются с проведенным выше качественным анализом структуры автомоделльного решения. В случаях неоднозначности аналитического решения численно реализовывался режим, соответствующий большим скоростям скачков (т. е. с опережающим скачком концентрации) ¹.

Авторы признательны А. А. Бармину, А. Г. Куликовскому и Л. А. Чудову за полезное обсуждение.

Поступила 28 VI 1979

¹ Более подробное изложение см. Брагинская Г. С., Ентов В. М. «О неизотермическом вытеснении нефти раствором активной примеси». Препринт № 112, ИПМ АН СССР, 1978.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ентов В. М., Полищук А. М. О роли сорбционных процессов при движении полимерных растворов в пористой среде. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 3.
2. Ентов В. М., Хавкин А. Я., Чен-Син Э. Расчеты процессов вытеснения нефти раствором активной примеси. В сб.: Численное решение задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск, 1977.
3. Kulikovskiy A. G. On the discontinuous solutions in mechanics of continuous media. Theoretical and Appl. Mechanics, Proc. 14th IUTAM Congress. Delft, 1976, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, N. Y., Oxford, 1977.
4. Гельфанд И. М. Некоторые задачи теории квазилинейных уравнений. Усп. матем. н., 1959, т. 14, вып. 2.
5. Олейник О. А. Разрывные решения нелинейных дифференциальных уравнений. Усп. матем. н., 1957, т. 12, вып. 3.
6. Леви Б. И., Зайдель Я. М., Шахмаева А. Г., Сурков Ю. В. О некоторых разностных схемах для решения задач двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей. В сб.: Численные методы решения задач фильтрации несжимаемой жидкости. Новосибирск, 1975.
7. Таранчук В. Б., Чудов Л. А. Численный метод для решения некоторых задач плоской двухфазной фильтрации в области со скважинами. В сб.: Числ. методы мех. сплошной среды, т. 5, № 4. Новосибирск, 1974.