МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 6 · 1980

УДК 532.501.32

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ ПРИ УДАРЕ ТУПЫХ ТЕЛ О ПОВЕРХНОСТЬ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В. А. ЕРОШИН, Н. И. РОМАНЕНКОВ, И. В. СЕРЕБРЯКОВ, Ю. Л. ЯКИМОВ

(Москва)

Исследованию влияния сжимаемости при ударе тупых тел о поверхность жидкости посвящено большое количество теоретических и экспериментальных исследований [1–5], так как оценки сил по теории несжимаемой жидкости в ряде случаев оказываются сильно завышенными. Например, максимальное значение ударной силы для конуса с углом раствора 170° при числе Маха $M=0.35$ ($M=v/a$, v — скорость удара, a — скорость звука в жидкости), рассчитанное по теории несжимаемой жидкости, почти в пять раз превышает действительное значение силы.

Теоретическое исследование удара тупых тел о поверхность жидкости представляет большие трудности. Аналитические решения получены лишь в акустическом приближении при симметричном вертикальном ударе о поверхность сжимаемой жидкости тел простейшей формы (диск, тупой конус) [3–5]. Имеющиеся аналитические решения позволяют оценивать максимальные значения сил при ударе тупых тел о поверхность сжимаемой жидкости, а в отдельных случаях имеет место количественное совпадение. Однако характер нарастания силы до максимума эти решения даже качественно описывают не всегда верно. В статье исследована зависимость от времени ударных нагрузок, действующих на диск, тупые конусы с углами раствора 150, 160, 170° и полусферу при ударе о поверхность сжимаемой жидкости для чисел Маха от нуля до 0.7. Приведенные экспериментальные результаты получены двумя методами: во всем диапазоне чисел Маха путем физического моделирования при ударе тел о поверхность жидкости с низкой скоростью звука и в диапазоне 0.05–0.15 при ударе диска о воду. В зависимости от числа Маха определены значения максимальных ударных коэффициентов сопротивления и безразмерного времени нарастания силы до максимума. Проведен анализ полученных экспериментальных результатов и имеющихся теоретических решений.

1. Моделирование движения тел в сжимаемой жидкости. При моделировании движения тел в сжимаемой жидкости одним из основных параметров подобия является число Маха и проведение экспериментов при использовании в качестве рабочей жидкости воды или любой другой капельной жидкости встречает значительные трудности, так как в связи с большой скоростью звука в жидкостях учет сжимаемости приводит к необходимости проведения экспериментов при большой скорости движения и крайне малом времени протекания процесса. Стремление уменьшить скорость движения и растянуть процесс по времени при сохранении числа Маха приводит к необходимости использования в качестве рабочей жидкости среды с низкой скоростью звука. В качестве такой жидкости можно взять мелкодисперсную среду — жидкость с пузырьками газа, скорость звука в которой значительно ниже, чем в воде, и зависит от объемной концентрации газа.

При ударе тел о воду, когда давления не превосходят 30000 *атм*, даже при наличии ударных волн движение можно считать баротропным, $\rho=\rho(P)$, причем изотерма при $T=290°$ K, изэнтропа и ударная адиабата практически совпадают. Если пренебречь весомостью и вязкостью, то в задачу помимо начальной плотности, параметров, характеризующих геометрию тела и его движение, констант, характеризующих функцию $\rho(P)$, входит давление на свободных поверхностях. В дальнейшем будем предполагать, что давления на этих поверхностях одинаковы и равны P_0 (если не равны и ими нельзя пренебречь, то соответствующая разность давлений должна быть специально организована в модельном эксперименте).

Представим $\rho(P)$ в виде

$$\rho=\rho_0 f\left(\frac{\Delta P}{\rho_0 a_0^2}\right) \tag{1.1}$$

где ρ_0, a_0 — плотность и скорость звука в воде в невозмущенном состоянии, $\Delta P=P-P_0$, f — безразмерная функция. Таким образом, помимо констант, характеризующих геометрию и движение тела (в простейшем случае линейный размер L, начальная скорость v_0 и масса m), в уравнения движения воды, условия на ударной волне, начальные условия для воды (предполагаем для простоты, что до удара тела о воду последняя покоилась) и условия на свободных поверхностях входят в качестве определяющих параметров еще только ρ_0, a_0, а также безразмерная функция f.

Из перечисленных параметров можно составить только следующие критерии подобия: $m/\rho_0 L^3$, v_0/a_0. Обеспечение первого критерия не вызывает затруднений, а для обеспечения второго крайне желательно в моделирующей среде иметь низкую скорость звука при идентичной с водой зависимостью f. Заметим, что $f(0)=f'(0)=1$. Это свойство f непосредственно следует из равенств:

$$\rho|_{\Delta P=0}=\rho_0, \qquad \left.\frac{dP}{d\rho}\right|_{\Delta P=0}=\frac{1}{a_0^2}$$

Поэтому при не очень больших давлениях, когда можно ограничиться линейной связью между давлением и плотностью, для моделирования достаточно выполнения условий: $m/\rho_0 L^3=\mathrm{const}$, $v_0/a_0=\mathrm{const}$.

Рассмотрим моделирующую мелкодисперсную среду — смесь жидкости с пузырьками газа. Уравнение состояния подобных сред при пренебрежении поверхностным натяжением и массой газа по сравнению с массой воды можно представить в виде

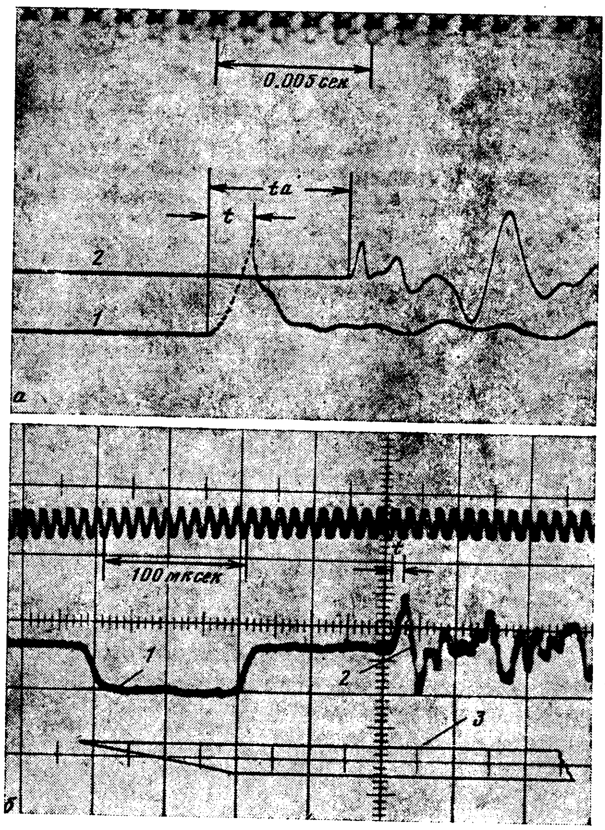
$$\rho_0=\rho_0\left[(1-\alpha_0)+\alpha_0\left(1+\frac{\gamma}{\alpha_0}\frac{\Delta P}{\rho_0 a_0^2}\right)^{-1/\gamma}\right]^{-1}$$

где α_0 — объемная концентрация газа, γ — показатель адиабаты. Таким образом, функция f для такой среды зависит только от величины параметра α_0. В работе [2] показано, что при $\alpha_0={}^1/_3$ безразмерные функции f для воды и для пузырьковой среды практически совпадают и она хорошо моделирует свойства воды. Этот вывод был подтвержден экспериментами по определению скорости распространения ударных волн в зависимости от их интенсивности в вязкой жидкости, равномерно насыщенной мелкими пузырьками газа диаметром порядка 0.05 *мм* при объемной концентрации газа до 35%. Таким образом, равенство чисел Маха при совпадении безразмерных уравнений состояния воды и модельной жидкости наряду с геометрическим подобием, подобием в распределении масс и др. ведет к соответствию динамических и кинематических процессов, протекающих в этих жидкостях.

2. Методика проведения экспериментов. Рассмотрим вход тела в воду. В общем случае для тупого тела сложной формы, движущегося с большой скоростью, максимальное значение действующей на него силы можно представить в виде

$$F_{\max}={}^1/_2\rho v_0^2 S C_x^{\max}(\mathrm{M}, \mathrm{Re}, \mathrm{Fr})$$

где ρ — плотность жидкости, v_0 — скорость тела, S — характерная площадь, а C_x^{max} — безразмерная функция, зависящая в общем случае от чисел Маха $M=v_0/a_0$, Рейнольдса $\mathrm{Re}=v_0L/\nu$ и Фруда $\mathrm{Fr}=v_0/\sqrt{gL}$, где g — ускорение силы тяжести, L — характерный линейный размер и ν — кинематическая вязкость. Влияние чисел Рейнольдса и Фруда на ударные нагрузки при



Фиг. 1

входе тупых тел в жидкость несущественно, т. е. в дальнейшем будем считать, что $C_x^{max}=C_x^{max}(M)$ и определять эту зависимость экспериментально. Аналогичным образом можно найти и другие динамические и кинематические параметры.

Эксперименты по определению ударных нагрузок при вертикальном симметричном входе тел в среду с низкой скоростью звука проводились с моделями весом 4—5 *кг* при диаметре головной части 80 *мм*. Скорость модели изменялась в пределах 3—16 *м/сек* и измерялась с помощью фотоэлементов с выходом на цифровой индикатор времени. В процессе входа в воду с помощью электронного осциллографа производилась регистрация ускорения модели и скорости звука в среде a_0, которая определялась как скорость распространения возмущений вблизи свободной поверхности (перепад давления в волне сжатия составлял ~0.01 *атм*). Плотность жидкости измерялась денсиметрами. Полученные в экспериментах значения a_0 сравнивались с теоретическими (адиабатическими) значениями

$$a_0=\sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0\alpha_0}},\qquad \rho_0=\rho_f(1-\alpha_0)$$

где P_0 — давление на свободной поверхности, ρ_f — плотность несущей жидкости. В основном расхождение теоретических и экспериментальных значений скорости звука лежит в пределах $\pm5\%$. Отличие, по-видимому, объясняется некоторой неоднородностью жидкости (денсиметр определяет среднюю плотность жидкости в слое 10—15 *см*) и неодновременностью измерений. Отметим, что изотермическая скорость звука ($\gamma=1$) дает заниженное значение a_0.

Величина максимального ускорения модели w, время нарастания силы и время распространения возмущений определялись из осциллограмм (фиг. 1, *а*), где *1*, *2* — сигналы датчиков ускорения и давления, t — время нарастания силы, t_a — время распространения возмущения по свободной поверхности. Максимальные значения ударного коэффициента сопротивления $C_x^{\max}$ и безразмерное время нарастания силы $\tau_{\max}$ определялись по формулам

$$C_x^{\max}=\frac{F_{\max}}{{}^1/_2\rho v_0^2 S},\qquad \tau_{\max}=\frac{v_0 t}{R}$$

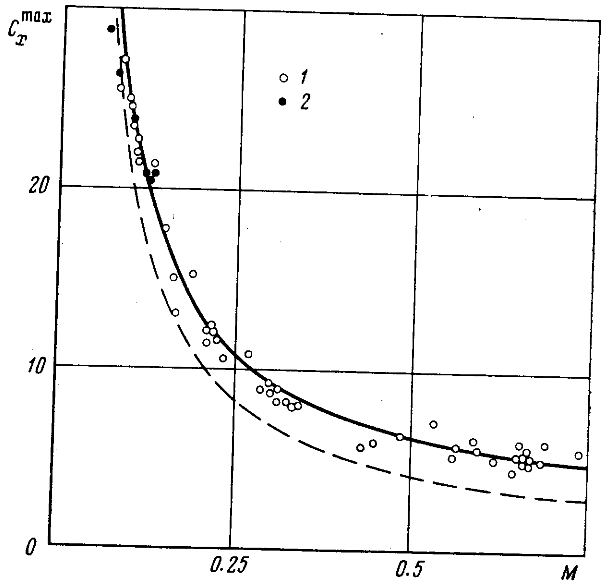
где $F_{\max}=mw$, m — масса модели, S — площадь миделя.

Эксперименты по входу в среду с низкой скоростью звука были сопоставлены с экспериментами по входу в воду. При этом модель представляла сплошной титановый цилиндр диаметром 30 *мм*, длиной 120 *мм* и выстреливалась из пневмопушки в воду со скоростями 100—200 *м/сек*. Для определения скорости модели и ускорения ее верхнего основания использовалась фотоэлектронная система с источником и приемником света, перекрываемым летящим телом, и электронная схема с двойным дифференцированием электрического сигнала [6]. Определение скорости модели и калибровка сигнала ускорения производились на начальном клиновидном участке формирователя светового потока, а определение ускорения верхнего основания — на прямоугольном участке (фиг. 1, *б*), где *1* — калибровочный сигнал при прохождении цилиндром клиновидного участка, *2* — сигнал ускорения, t — время нарастания ускорения до максимума.

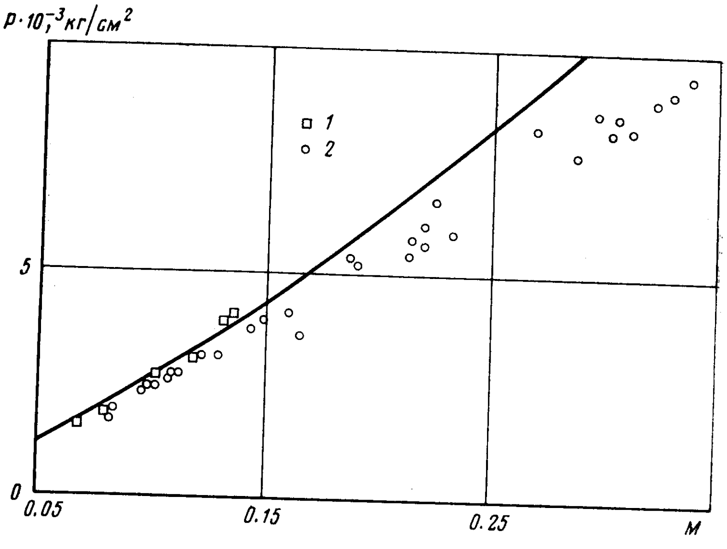
Величина удельного давления на нижнем основании цилиндра при его плоском ударе о воду определялась из соотношения в волне сжатия $P=k\rho c\Delta v$, где ρ — плотность материала модели, c — скорость звука в ней, Δv — изменение скорости верхнего основания цилиндра при отражении от него волны сжатия. Ввиду существенной неодномерности волны давления коэффициент k не равен $^1/_2$, как это следует из одномерной теории, и в общем случае зависит от длины модели, формы ее головной части и относительной ширины щели. Однако при плоском ударе сплошного однородного цилиндра о воду оказалось, что в исследованном диапазоне изменения этих параметров коэффициент k можно считать постоянным. Его величина была определена при небольших числах Маха из условия равенства давлений на контактной поверхности нижнего основания цилиндра с водой, рассчитанных по одномерной теории, и оказалась весьма близкой к единице ($k=1$).

3. Обсуждение экспериментальных результатов. Приведем экспериментальные значения $C_x^{\max}$ и $\tau_{\max}$ при вертикальном симметричном входе в воду диска, тупых конусов и полусферы.

На фиг. 2 изображена зависимость $C_x^{\max}$ диска от числа Маха (точками *1* изображены эксперименты по входу в среду с низкой скоростью звука, точками *2* — при входе в воду). Пунктирной линией проведено



Фиг. 2



Фиг. 3

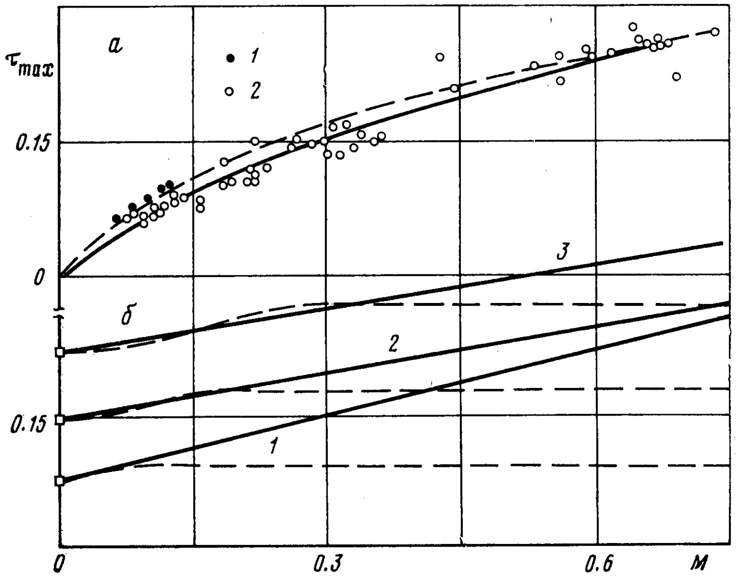
акустическое решение [3] ($C_x^{\max}=2/M$), которое при малых значениях числа Маха удовлетворительно согласуется с экспериментальными результатами, а затем уходит вниз, причем асимптотика акустического решения при больших значениях числа Маха, по-видимому, неверна. Если не учитывать влияния воздушной подушки, то оценки максимального значения ударной силы сверху и снизу, очевидно, имеют вид

$$\rho_0 v_0 a_0 S < F_{\max} < \rho_0 v_0 D S$$

где D — скорость ударной волны, S — площадь диска. Однако, согласно [7], $D \approx a_0(1+2M)$ и для $C_x^{\max}$ получаем

$$\frac{2}{M} < C_x^{\max} < \frac{2(1+2M)}{M}$$

Наличие воздушной подушки приводит к некоторому уменьшению давления на диске, однако с ростом числа Маха $C_x^{\max}$, по-видимому, стремится к константе, отличной от нуля (по результатам приведенных выше экспериментов, обсчитанных методом наименьших квадратов, $C_x^{\max} = 1.87 + 2.13/M$).



Фиг. 4

На фиг. 3 приведена зависимость от числа Маха максимального удельного давления на диске. Точками *1* изображены результаты по входу в воду, точками *2* — эксперименты по входу в среду с низкой скоростью звука, пересчитанные на воду по формуле

$$(3.1) \qquad P_{\max} = \frac{F_{\max}}{S} \frac{\rho_1 a_1^2}{\rho_2 a_2^2}, \qquad M = \frac{v_1}{a_1} = \frac{v_2}{a_2}$$

где 1 — индекс воды, 2 — индекс среды с низкой скоростью звука. Сплошной линией изображена зависимость $P = \rho_0 v_0 D$. Из графика видно, что с ростом числа Маха влияние воздушной подушки растет и при больших числах Маха максимальное давление на диске не может рассчитываться по одномерной теории. Величины давления, полученные при входе диска в воду, близки к значениям давления, полученным по формуле (3.1) при входе в среду с низкой скоростью звука.

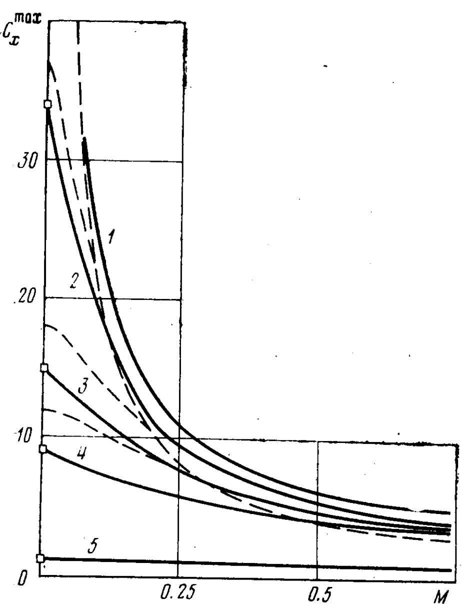
При плоском ударе диска о поверхность жидкости сила, действующая на него, принимает свое максимальное значение не мгновенно. В этом случае происходит захват газа из атмосферы — образуется так называемая воздушная подушка. Как показали эксперименты, время нарастания силы до максимума зависит от числа Маха, причем в результате сравнения этих времен при входе в воду и в среду с низкой скоростью звука оказалось, что имеет место неплохое количественное совпадение (за время нарастания силы в обоих случаях принималось время нарастания ускорения до максимума). Время нарастания силы до максимума приблизительно равно отношению радиуса диска к скорости звука за фронтом ударной волны $t =$

$=R/a(P)$, где P — максимальное удельное давление на диске. На фиг. 4, *а* приведена зависимость от числа Маха безразмерного времени нарастания силы. Штриховой линией изображена эмпирическая зависимость

$$\tau_{max}=\frac{v_0 t}{R}=\frac{v_0}{a(P)} \tag{3.2}$$

точками *1* — результаты по входу в воду, точками *2* — по входу в среду с низкой скоростью звука. Из графика видно, что продолжительности процессов нарастания силы, определенные при входе диска с малой скоростью в среду с низкой скоростью звука и при входе диска в воду с большой скоростью, удовлетворительно согласуются между собой и с достаточной точностью описываются формулой (3.2). Таким образом, на основании всех приведенных данных можно утверждать, что эксперименты по входу дисков в среду с низкой скоростью звука правильно описывают как величину, так и характер нарастания силы и подтверждают справедливость предложенной в [2] методики моделирования сжимаемости жидкости.

На фиг. 5 приведены зависимости максимальных значений ударных коэффициентов сопротивления диска *1*, тупых конусов с углами раствора 170, 160, 150° (*2*—*4*) и полусферы *5* от числа Маха. Пунктирные линии соответствуют акустическим решениям (при $0<M<\operatorname{tg}\beta$ — решение [4], при $M>\operatorname{tg}\beta$ — решение [5], где β — угол образующей конуса со свободной поверхностью), сплошные линии — экспериментальным результатам, обсчитанным методом наименьших квадратов. При $M=0$ на графиках квадратиками нанесены экспериментальные точки, соответствующие входу конусов и полусферы в несжимаемую жидкость [8–10]. Эти графики дают общую картину зависимости от числа Маха максимальных ударных нагрузок, действующих на тупые тела, а также позволяют установить область применимости акустических решений.



Фиг. 5

На фиг. 4, *б* построены зависимости безразмерного времени нарастания силы τ_{max} на тупых конусах с углами раствора 170 (*1*), 160 (*2*) и 150° (*3*) от числа Маха. Штриховой линией нанесены результаты акустических решений [4, 5], сплошной линией — результаты экспериментов, обсчитанные методом наименьших квадратов. При $M=0$ квадратиками нанесены экспериментальные значения τ_{max} при входе в несжимаемую жидкость. Из графиков видно, что решение [4], построенное для дозвуковой скорости расширения смоченной поверхности конусов ($0<M<\operatorname{tg}\beta$), хорошо согласуется с экспериментальными данными. При сверхзвуковой схеме расширения смоченной поверхности конусов ($M>\operatorname{tg}\beta$), согласно работе [5], величина τ_{max} перестает зависеть от числа Маха и должна оставаться постоянной, равной отношению высоты конической части модели к ее радиусу (в экспериментах уменьшение скорости моделей к моменту достижения силой максимума не превосходило 1%, т. е. влияние изменения скорости модели на величину τ_{max} несущественно). Однако, как показали эксперименты, при $M > \operatorname{tg} \beta$ время нарастания силы продолжает увеличиваться и при больших числах Маха приближается к соответствующему времени для диска, т. е. имеет место непрерывный переход от тупых конусов к диску как по величине максимальной силы, так и по времени ее нарастания.

На фиг. 5 наряду с конусами приведена зависимость C_x^{max} от числа Маха для полусферы. При $M=0$ квадратиком нанесена экспериментальная точка, соответствующая входу полусферы в несжимаемую жидкость [9, 10]. Зависимость C_x^{max} от числа Маха является довольно слабой, хотя влияние сжимаемости в начальной стадии удара весьма существенно. Зависимость безразмерного времени нарастания силы до максимума от числа Маха для полусферы по результатам проведенных экспериментов близка к линейной и может быть представлена в виде

$$\tau_{max}=0.07+0.62M, \quad 0<M<0.7.$$

Поступила 31 V 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1972.
2. *Якимов Ю. Л., Ерошин В. А., Романенков Н. И.* Моделирование движения тела в воде с учетом ее сжимаемости. В сб. Некоторые вопросы механики сплошной среды. М., Изд-во Моск. ун-та, 1978.
3. *Поручиков В. Б.* Удар диска по поверхности идеальной сжимаемой жидкости. ПММ, 1964, т. 28, вып. 4.
4. *Поручиков В. Б.* Проникание конуса в сжимаемую жидкость. ПММ, 1973, т. 37, вып. 1.
5. *Скалак, Фейт.* Удар о поверхность сжимаемой жидкости. Конструирование и технология машиностроения, 1966, т. 88, № 3.
6. *Серебряков И. В.* Устройство для определения ускорения. Авт. свид. № 638897. Открытия, изобретения, пром. образцы и товарные знаки, 1978, № 47.
7. *Яковлев Ю. С.* Гидродинамика взрыва. Л., Судпромгиз, 1961.
8. *Логвинович Г. В.* Гидродинамика течений со свободными границами. Киев, «Наукова думка», 1969.
9. *Шорыгин О. П.* Погружение в жидкость тел вращения простейших форм под углом к свободной поверхности, В сб. Неустановившиеся течения воды с большими скоростями. М., «Наука», 1973.
10. *Лотов А. Б.* Об ударе шара о поверхность воды. Уч. зап. ЦАГИ, 1971, т. 2, вып. 4.