

**РАСЧЕТ ТРЕХМЕРНОГО ТРАНСЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ  
ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА ЧЕРЕЗ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ РЕШЕТКИ  
ОСЕВЫХ ТУРБОМАШИН**

**А. Б. БОГОД, Ю. И. КИМАСОВ**

(Москва)

В настоящее время развитие теоретических методов расчета стационарного обтекания решеток профилей и широкие экспериментальные исследования позволили существенно повысить эффективность турбомашин. Дальнейшее улучшение их качества возможно при более детальном изучении структуры пространственного потока в неподвижных и вращающихся венцах, которая все чаще усложняется в современных турбинах и компрессорах наличием околосвуковых и сверхзвуковых зон течения.

Обычно анализ пространственного обтекания отдельных лопаточных венцов и целых ступеней проводится с помощью квазитрехмерной модели [1]. Широкому распространению такого подхода способствовало развитие эффективных методов расчета двумерных дозвуковых и трансзвуковых течений в элементах турбомашин [2-4].

В последнее время делаются попытки проанализировать погрешность построения течения с помощью квазитрехмерной модели путем оценки влияния трехмерных эффектов, не учитываемых в этой модели, на результаты численного расчета течений в турбомашинах [5].

В работе [8] приведены результаты численного исследования в трехмерной постановке пространственного трансзвукового невязкого течения в колесе осевого компрессора, имеющем закрутку более 25°. Проточная часть компрессора имела цилиндрический наружный обвод и резко изменяющийся по радиусу — внутренний. Газодинамический расчет был выполнен методом установления с использованием конечно-разностной схемы Мак-Кормака. В рассмотренном примере расчета поверхности тока, начинающиеся на входе с окружностей относительно малого радиуса, на выходе из колеса отличались от поверхностей вращения на величину порядка 10% от высоты лопатки.

Среди других работ, в которых описаны методы решения пространственных задач в трехмерной постановке о до- и околосвуковом течении газа в лопаточных венцах, отметим [7-19]. В работах [7, 8] используется теория малых возмущений. В работе [9] авторы численно исследовали влияние заданной неравномерности потока по высоте лопатки на входе в прямую решетку одинаковых профилей.

Возможность эффективного использования метода установления по времени и конечно-разностной схемы С. К. Годунова для расчета пространственных течений в венцах турбомашин была продемонстрирована в [10]. Задача решалась применительно к венцам с лопатками, поверхность которых образована прямыми, проходящими через ось симметрии венца. Такая упрощенная модель соответствовала лопаткам с увеличивающейся толщиной профиля к периферии, которые обычно не применяются.

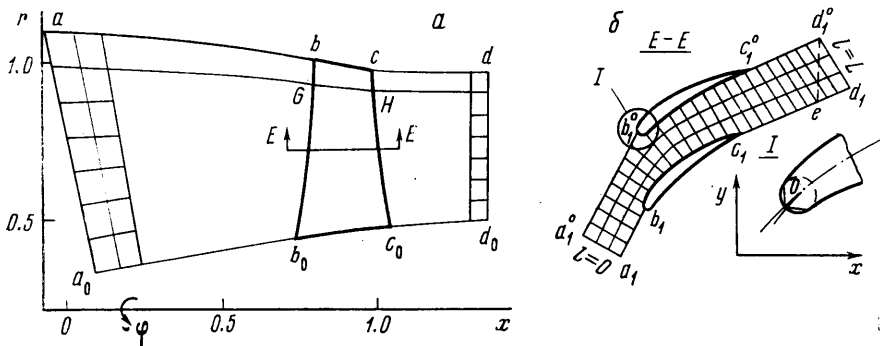
В данной статье этим же методом решена прямая задача о расчете стационарного трехмерного смешанного течения невязкого и нетеплопроводного газа в изолированном неподвижном или вращающемся осевом пространственном лопаточном венце произвольной формы.

1. Рассматривается стационарное течение газа в изолированном осевом венце заданной произвольной формы, вращающемся с угловой скоростью  $\omega$ .

Ось  $x$  цилиндрической системы координат  $x, r, \varphi$ , связанной с вращающимся колесом, направим по оси венца вниз по течению. Угол  $\varphi$  будем отсчитывать от произвольно выбранной за начало отсчета меридиональной

плоскости, жестко связанной с вращающимся колесом, в направлении движения часовой стрелки.

Расчетной областью  $\Omega$  является канал (фиг. 1), образованный наружным  $r=r_+(x)$  и внутренним  $r=r_-(x)$  обводами проточной части, поверхностями двух соседних лопаток, а также поверхностями, являющимися их продолжением и проходящими через центры входных и выходных кромок и расположенными друг от друга на расстоянии углового шага решетки:  $\varphi=\varphi_-(x)$  и  $\varphi=\varphi_+(x)$ , и, наконец, двумя поверхностями, ограничивающи-



Фиг. 1

ми расчетную область перед и за венцом на расстоянии порядка высоты лопаток:  $x=x_-$  и  $x=x_+$ .

Вся расчетная область разбивается на пространственные ячейки (см. п. 2).

Полная система уравнений, описывающих нестационарное трехмерное течение невязкого газа в относительном движении, берется в виде интегральных законов сохранения, применяемых к каждой ячейке [10]. Все газодинамические параметры задачи обезразмериваются отнесением их к критическим значениям этих параметров в абсолютном движении на входе в венец или их комбинациям; линейные размеры отнесены к наружному радиусу колеса в сечении входных кромок.

Интегрирование системы велось при помощи конечно-разностной схемы Годунова — явной монотонной схемы сквозного счета первого порядка точности. Особенности используемого конечно-разностного метода описаны в [11].

На границах области  $\Omega$  задаются следующие условия:

1. На наружном и внутреннем обводах проточной части и на поверхностях лопаток выполняется условие непротекания.

2. На границах, являющихся продолжением поверхностей лопаток и расположенных попарно друг от друга на расстоянии углового шага решетки  $\varphi_0=2\pi/z_n$  ( $z_n$  — число лопаток в венце), выставляется условие периодичности всех газодинамических параметров потока,  $f(\varphi)=f(\varphi+\varphi_0)$ .

3. На входе в расчетную область задаются полная энтальпия в абсолютном движении, энтропия и направление вектора набегающего потока в неподвижной системе координат с в окружном  $\text{tg } \alpha_\varphi=(w+\omega r)/u$  и радиальном  $\text{tg } \alpha_r=v/u$  направлении ( $u, v, w$  — проекции вектора скорости в относительном движении на оси координат  $x, r, \varphi$ ).

Величина угла  $\alpha_\varphi$  бралась либо равной нулю (для осевого потока на входе в колесо), либо равной известной величине угла выхода потока из предшествующего направляющего аппарата (в общем случае переменного

вдоль радиуса). Угол  $\alpha$ , для цилиндрического канала равен нулю. В общем случае принималось линейное изменение его величины между наклонами к оси  $x$  образующих проточной части у втулки и корпуса.

4. В сечении на выходе  $x=x_+$  при сверхзвуковой осевой составляющей скорости никаких условий выставлять не надо. В случае дозвуковой осевой составляющей задается переменное по радиусу давление  $p_+(r)$ , взятое либо из эксперимента, либо распределенным вдоль радиуса по закону радиального равновесия (в этом случае сечение  $x_+$  должно быть расположено в канале с цилиндрическими обводами).

Условия 3 и 4 ставились на достаточно большом удалении от лопаточного венца. Выбор расстояния граничных сечений перед и за венцом осуществлялся в процессе численного эксперимента.

Выполнения условия Жуковского — Чаплыгина в качестве граничного условия задачи в методе установления не требуется [10, 12].

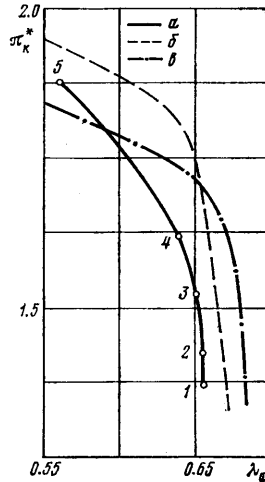
2. Остановимся подробнее на построении пространственной расчетной сетки.

На фиг. 1, а показана меридиональная проекция расчетной области  $\Omega$ ;  $bb_0$  и  $cc_0$  — проекции границы рассчитываемого венца;  $aa_0$  и  $dd_0$  — прямые, ограничивающие на входе и на выходе область расчета и выбирающиеся квазиортогонально обводам проточной части. В продольном направлении рассматриваемая область разбивается на  $L$  вертикальных слоев прямыми, наклон которых меняется линейным образом между наклонами прямых  $aa_0$  и  $bb_0$  на входе, между  $bb_0$  и  $cc_0$  внутри венца и между  $cc_0$  и  $dd_0$  на выходе (при определении наклона искривленных кромок венца последние предполагаются прямыми). В радиальном направлении каждая прямая делится на  $M$  равных частей. Полученные горизонтальные кривые сетки ( $GH$  на фиг. 1, а) при вращении вокруг оси венца пересекают лопатки колеса, образуя между втулкой и периферией ряд кольцевых двумерных решеток. Реальные лопатки задаются по радиусу рядом плоских сечений, параллельных оси венца, так что необходимо интерполировать их на указанные выше кольцевые поверхности, используя интерполяционные сплайн-функции.

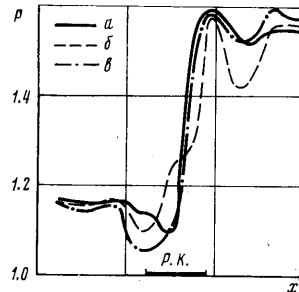
На начальном этапе строится расчетная сетка в плоской решетке, расположенной вблизи среднего радиуса, в соответствии с рекомендациями работы [13], как схематически показано на фиг. 1, б. Расчетная область перед фронтом решетки продолжается прямыми  $a_1b_1$  и  $a_1^0b_1^0$ , за решеткой —  $c_1d_1$  и  $c_1^0d_1^0$ , которые близки касательным к средней линии профиля в центрах входной и выходной кромок. Скругленные выходные кромки заостряются продлением профиля вдоль средней линии на шаг расчетной сетки. Скругленные передние кромки заменяются тупоугольными. Квазиортогонали от вогнутой до выпуклой сторон смежных профилей разбиваются на  $N$  одинаковых частей.

Выше рассматривалось разбиение меридиональной проекции расчетной области  $\Omega$  на  $L$  вертикальных слоев прямыми. Последние представляют собой образующие конусов с общей осью — осью вращения венца. Положение образующих определяется из условия прохождения соответствующих им конусов через граничные узлы сетки в рассмотренной плоской решетке на вогнутой и выпуклой сторонах профиля. Далее определяется пересечение каждого конуса с другими заданными плоскими сечениями и затем точки пересечения, принадлежащие одному конусу, переносятся с помощью интерполяционных кубических сплайнов на построенные кольцевые поверхности. В результате боковая поверхность  $\Omega$  представляется в виде функции  $\varphi = \varphi(r, x)$ , заданной в узлах пространственной сетки.

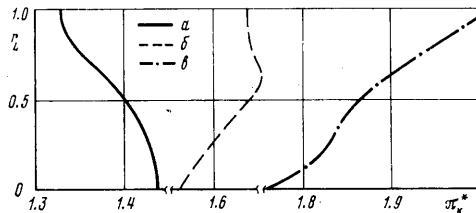
Построение сетки внутри расчетной области  $\Omega$ , осуществляемое в процессе счета, описано в [10].



Фиг. 2



Фиг. 4



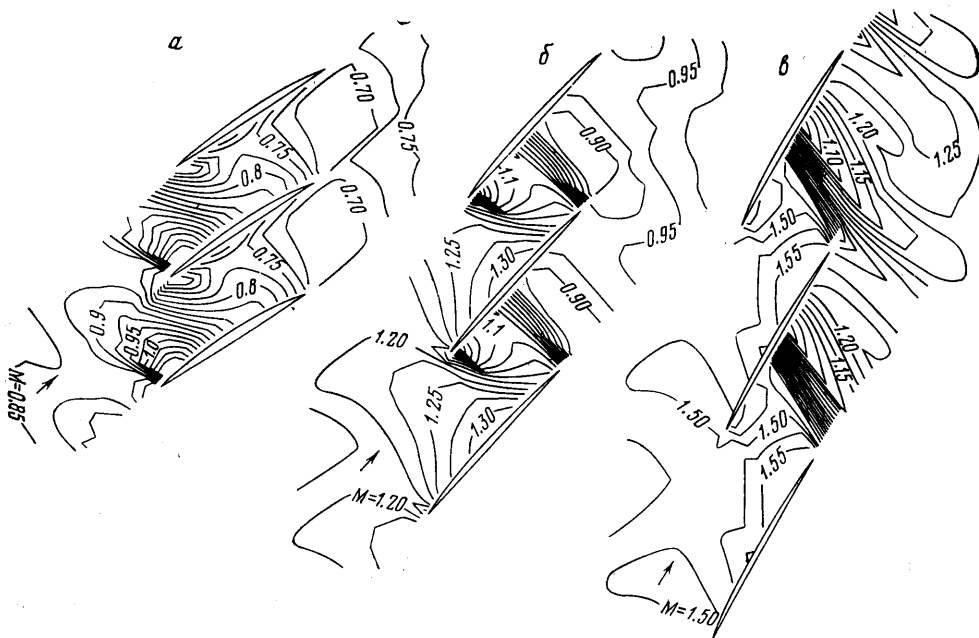
Фиг. 3

3. Ниже продемонстрированы некоторые возможности численного исследования с помощью созданной по данному методу системы алгоритмов и программ трансзвуковых пространственных течений в осевых лопаточных венцах на примере рабочего колеса компрессора.

На фиг. 2–4 приведены результаты расчета различных режимов работы колеса с  $d_1=0.45$  ( $d_1$  — отношение диаметра втулки к диаметру периферии) сверхзвукового вентилятора с проточной частью, представленной на фиг. 1,  $a$ , и вращающегося с угловой скоростью  $\omega=1.6$ . Зависимости повышения полного давления в колесе  $\sigma_k^*$  от среднерасходной осевой составляющей скорости  $\lambda_a$  на входе представлены на фиг. 2: кривая  $a$  соответствует характеристике колеса, построенной по результатам расчета трехмерного течения;  $b$  — расчет осредненного осесимметричного течения на средней поверхности лопатки по работе [14];  $v$  — эксперимент. Различные режимы работы колеса (на характеристике помечены цифрами 1–5) определялись значениями противодавления  $p_+$  на втулке и периферии соответственно: 1.1–1.2, 1.2–1.3, 1.36–1.53, 1.4–1.58, 1.6–1.85.

На фиг. 3 представлены распределения по высоте лопатки ( $r_L=(r-r_-)/(r_+-r_-)$ ) значений повышения полного давления  $\sigma_k^*$ , осредненных на шаге решетки с сохранением интегральных величин импульса и расхода: кривая  $a$  соответствует режиму запирания — точка 1 на характеристике колеса (фиг. 2);  $b$  — точка 4 и  $v$  — точка 5. Изменение наклона кривых качественно подтверждается экспериментом.

На фиг. 4 сравниваются распределения вдоль оси венца осредненного по шагу статического давления на корпусе, полученные при одинаковом



Фиг. 5

$l_k^*$  из пространственного расчета (кривая *a*), из решения двумерной задачи в осесимметричной постановке (кривая *б*) и из эксперимента (кривая *в*; Р.К. на фигуре обозначает область рабочего колеса).

Торможение потока в относительном движении в колесе представлено картинами обтекания решеток в развертках кольцевых сечений на втулке (фиг. 5, *a*), на среднем радиусе лопатки (фиг. 5, *б*) и на периферии (фиг. 5, *в*). На фигурах нанесены изолинии числа Маха относительной скорости. Режим течения соответствует точке 4 на характеристике.

Втулочная часть лопатки работает при полностью дозвуковом обтекании, за исключением небольшой локальной области разгона потока на спинке у носика профиля. Кольцевая решетка на среднем радиусе обтекается сверхзвуковым потоком, натекающим под положительным углом атаки  $i=9^\circ$  к вогнутой поверхности профиля, так что поворот потока происходит в косом скачке уплотнения. На выходе возникает кромочный скачок уплотнения, обеспечивающий равенство параметров потока при сходе с выходной кромки.

Периферийная область колеса (фиг. 3, *в*) обтекается сверхзвуковым потоком при отсутствии угла атаки. Торможение потока  $M$  от 1.5 до 1.1 происходит на выходе в кромочном скачке уплотнения, который падает на вогнутую поверхность соседней лопатки в средней ее части. Структура течения качественно совпадает с исследованиями аналогичных объектов как расчетным путем, так и экспериментально [16] при помощи лазерного измерителя скорости. Реализуемые в расчете скачки уплотнения «размазаны» на два — три ряда ячеек сетки. На профиль лопатки вдоль его хорды приходилось 14 ячеек сетки.

Приведем некоторые данные, характеризующие точность получаемых с помощью изложенного метода результатов.

Удовлетворительная сходимости численных результатов наблюдалась при использовании пространственной расчетной сетки, содержащей около 2500 ячеек ( $L \times M \times N = 50 \times 7 \times 8$ ). При этом время счета одного варианта

по программе, составленной на языке АЛГОЛ-60, на ЭВМ БЭСМ-6 составляло 5—6 час.

Достаточная точность по распределению параметров внутри межлопаточного канала достигается при выборе положения левой границы расчетной области при цилиндрической проточной части на входе перед венцом на расстоянии порядка 0.7 от высоты лопатки, в общем случае — на расстоянии порядка 0.7—1.0 от высоты лопатки. Правую границу можно выбирать в обоих случаях на расстоянии порядка 0.7 от высоты лопатки.

Проведенная оценка точности получаемых результатов, определенная по сохранению интеграла энергии в относительном движении вдоль линии тока и в изоэнтропических потоках энтропии, показала, что ошибка в большей части рассматриваемой области течения лежит в пределах 1—3% и несколько увеличивается в окрестности кромок и поверхностей лопаток.

Отклонение интегральной величины расхода от его значения на входе в рассчитываемую область по всей длине межлопаточного канала, кроме малой окрестности сечения входных кромок, не превосходит 1.5%.

Авторы выражают признательность А. Н. Крайко и М. Я. Иванову за постоянное внимание к работе и полезные советы, Г. Ю. Степанову за интерес к работе и полезные замечания, В. А. Широносову за любезно предоставленную программу для построения изолиний на графопостроителе.

Поступила 27 III 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Wi C.-H.* A general theory of three-dimensional flow in subsonic and supersonic turbomachines of axial, radial and mixed-flow types. NASA, Tech. Note, 1952, No. 2604.
2. *Степанов Г. Ю.* Гидродинамика решеток турбомашин. М., Физматгиз, 1962.
3. *Жуковский М. И.* Аэродинамический расчет потока в осевых турбомашинах. Л., «Машиностроение», 1967.
4. *Курманов Б. И., Подвидз Г. А., Степанов Г. Ю.* Расчет двумерного течения газа в решетках турбомашин методом интегральных уравнений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 4.
5. *Tamura A., Lakshminarajana B.* Assessment of three-dimensional inviscid effects in turbomachinery using simple models. Trans. ASME, Ser. D., 1976, vol. 98, No. 2.
6. *Thompkins W. T., Jr. Epstein A. H.* A comparison of the computed and experimental three-dimensional flow in a transonic compressor rotor. AIAA Paper, 1976, No. 368.
7. *Okurounni O., McCune J. E.* Three-dimensional vortex theory of axial compressor blade rows at subsonic and transonic speeds. AIAA Journal, 1970, vol. 8, No. 7.
8. *Rae W. J.* Calculations of three-dimensional transonic compressor flow-fields by a relaxation method. AIAA Paper, 1977, No. 199.
9. *Oliver D. A., Sparis P.* Computational study of three dimensional transonic shear-flow in turbomachine cascades. AIAA Paper, 1971, No. 83.
10. *Богод А. В., Иванов М. Я.* Численное решение прямой задачи о течении идеального газа в пространственных турбинных решетках. Уч. зап. ЦАГИ, 1977, т. 8, № 4.
11. *Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., «Наука», 1976.
12. *Богод А. В., Замтфорт Б. С., Иванов М. Я., Крайко А. Н.* Об использовании процесса установления по времени при решении задач стационарного обтекания газом решеток профилей. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 4.
13. *Богод А. В., Грановский А. В., Иванов М. Я.* Численное исследование некоторых особенностей трансзвуковых течений в плоских турбинных решетках. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 2.
14. *Иванов М. Я., Кимасов Ю. И.* Численное решение прямой задачи определения осредненного осесимметричного потока идеального газа в ступени турбомашин. Уч. зап. ЦАГИ, 1975, т. 6, № 4.
15. *Wisler D. C.* Shock wave and flow velocity measurements in a high speed fan rotor using the laser velocimeter. Trans. ASME, Ser. A, 1977, No. 2. (Рус. перев.: Уислер Измерение ударных волн и скорости потока в роторе высокооборотного вентилятора с помощью лазерного измерителя скорости. Тр. амер. об-ва инж.-мех. Сер. А. Энергетические машины и установки. «Мир», 1977, № 2).