

ОБ ОБРАЗОВАНИИ РЕЦИРКУЛЯЦИОННЫХ ЗОН В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ДВИЖУЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ

В. И. ЖУК, О. С. РЫЖОВ

(Москва)

Рассматривается область свободного взаимодействия сверхзвукового пограничного слоя на движущейся поверхности, которая возникает вследствие падения на него извне слабой ударной волны. В уравнениях движения учитывается вклад давления, индуцируемого ростом толщины вытеснения проходящих вблизи поверхности струек тока. Излагаются результаты численного решения соответствующей нелинейной задачи и обсуждаются основные особенности в структуре рециркуляционных зон. В частности, отмечается существование режимов, когда наряду с основной зоной рециркуляционного движения появляется дополнительное вихревое образование с циркуляцией обратного знака. В отличие от пограничного слоя, прилегающего к неподвижному телу, точки ветвления линий тока располагаются не на обтекаемой поверхности, а находятся внутри течения.

1. Характерные свойства течения. Впервые рациональная теория стационарного отрыва сверхзвукового пограничного слоя от неподвижной стенки была построена в работах [1, 2]. В соответствии с основными представлениями этой теории отрыв происходит в области свободного взаимодействия пограничного слоя с внешним невязким потоком на расстояниях порядка $\epsilon^3 L$, где L — продольный размер тела, а малый параметр ϵ связан с определенным по первому коэффициенту вязкости числу Рейнольдса Re_1 равенством $\epsilon = Re_1^{-1/8}$. Сама область свободного взаимодействия состоит из трех подслоев, имеющих различную по порядку относительную толщину.

Наиболее важное отличие от классической теории Прандтля заключается в том, что градиент давления полагается обусловленным вытесняющим действием вязкого пристеночного подслоя с толщиной $\epsilon^3 L$. Углы наклона линий тока, проходящих по верхнему краю пристеночного подслоя, без изменения передаются через основную часть пограничного слоя толщины $\epsilon^4 L$ на внешнюю границу последнего. В верхнем подслое области свободного взаимодействия с поперечным размером $\epsilon^3 L$ возникшее искривление линий тока связывается с градиентом давления посредством формулы Аккерета, причем возмущение давления имеет порядок $\epsilon^2 \rho_\infty U_\infty^2$, где ρ_∞ — плотность, а U_∞ — скорость набегающего потока. Следствием такого механизма передачи возмущений поперек пограничного слоя является дополнительное краевое условие взаимодействия для уравнений, которые описывают структуру пристеночного подслоя. По своей форме они совпадают с уравнениями Прандтля для несжимаемой жидкости с неизвестным заранее градиентом давления.

В работе [3] исследован ряд стационарных задач о возникновении срывной зоны, краевые условия в них различаются в зависимости от типа и конфигурации границ течения. В частности, развитая теория позволила описать локальный отрыв, если порядок относительных возмущений границ и соответствующих им краевых условий равен ϵ^2 .

Образующаяся под влиянием внешнего возмущения область свободного взаимодействия передвигается вверх по потоку с увеличением интенсивности возмущающего фактора. Если относительная амплитуда источника по порядку величины превышает ϵ^2 , область свободного взаимодействия отделяется от него. В этом случае локальные свойства течения со свободным взаимодействием являются универсальными, они не зависят от вида источника возмущений, который лежит ниже по потоку.

Таким образом, в некотором поперечном сечении пограничного слоя могут возникать возмущения, индуцирующие собственный градиент давления. Это свойство тесно связано с неединственностью решения уравнений Прандтля с краевым условием взаимодействия, если в задаче не требуется удовлетворить никаким дополнительным данным вниз по течению. Вывод о бифуркации исходного решения для линеаризованной системы уравнений был сформулирован в работе [4], где показано,

что продолжение пограничного слоя за произвольно выбранное сечение можно осуществить различными способами. Найденное в этой работе решение представляет точную асимптотику стационарного решения нелинейных уравнений вблизи места, где область свободного взаимодействия соприкасается с невозмущенным пограничным слоем.

Как показано в работах [5-7], продолжение стационарного течения, задаваемого решением Блазиуса для плоской пластинки, может включать зависимость от времени, характерный масштаб которого равен $\varepsilon^2 L/U_\infty$. Временной член необходимо учитывать только в уравнениях для вязкого пристеночного подслоя, где течение является медленным. В двух лежащих выше подслоях движение газа квазистационарно. Это свойство было положено в основу решения [8] линейной задачи о периодических по времени возмущениях, генерируемых установленным на пластинке гармоническим осциллятором. Аналогичная картина течения служила отправным пунктом в численных расчетах в нелинейной задаче об образовании срыва около вогнутого угла, создаваемого внезапным изломом стенки [9].

Уравнения нестационарного пограничного слоя с самоиндуцированным давлением в сверхзвуковом потоке содержат в качестве своих решений бегущие волны, фазовая скорость которых, согласно изложенному выше, имеет порядок εU_∞ . В волнах, распространяющихся вниз по потоку, возникает критический слой, положение которого определяется условием равенства фазовой скорости возмущений и скорости частиц газа. С увеличением скорости волны критический слой отходит от стенки, причем, как следует из анализа линеаризованных уравнений [10], в области между критическим слоем и стенкой поле скоростей приобретает осциллирующий характер по поперечной координате. Возмущения, бегущие вверх по потоку, такого рода осцилляций не содержат.

Рассмотрим теперь образование зон рециркуляционного движения газа вблизи перемещающейся с постоянной скоростью стенки. При определенных условиях к данной задаче сводится исследование возмущений, распространяющихся вдоль поверхности обтекаемого тела. Будем считать, что стенка движется по направлению набегающего из бесконечности потока. Как ясно из результатов анализа линейной задачи, картина возникающего при этом отрыва значительно проще, чем в случае, когда скорость стенки направлена против основного течения газа. Что касается источника возмущений, то в качестве него для определенности выберем слабую ударную волну, порожденную установленным над стенкой клином, нижняя щека которого образует с обтекаемой поверхностью угол $\varepsilon^2 \theta_0/2$. Тогда в окрестности точки падения ударной волны на пограничный слой должна возникать область свободного взаимодействия, хотя в последних обзорах на обсуждаемую тему [11, 12] трехслойная структура течения не рассматривается.

В связанной со стенкой системе координат скорость клина имеет порядок εU_∞ . Легко показать, что на временах порядка $t \ll O(\varepsilon L/U_\infty)$ можно пренебречь изменением толщины вытеснения невозмущенного пограничного слоя при перемещении области свободного взаимодействия вдоль поверхности тела и, следовательно, уравнения для возмущений в каждом подслое сохраняют обычный вид.

2. Формулировка краевой задачи. Математический анализ зон рециркуляционного движения газа удобно проводить в системе декартовых координат x, y , где клин покоится, а стенка имеет положительную скорость $\varepsilon c_0 U_\infty$, $c_0 = \text{const}$. В качестве обтекаемой поверхности возьмем теплоизолированную пластинку. Начало координат поместим на расстоянии L от ее носка в точку, куда падает генерируемая клином ударная волна. Обозначим через v_x и v_y составляющие вектора скорости, через p — давление, через T — температуру, через M — число Маха. Индексом ∞ отметим параметры газа в набегающем потоке, а индексом w — соответствующие параметры на поверхности пластинки. Введем дополнительное предположение, что первый коэффициент вязкости зависит от температуры линейно: $\lambda_1/\lambda_{1\infty} = CT/T_\infty$, а число Прандтля равно единице. Воспользуемся обычным для теории свободного взаимодействия пограничного слоя преобразованием подобия [3, 7]

$$t = \varepsilon^2 (L/U_\infty) C^{1/2} \lambda^{-1/2} |M_\infty^2 - 1|^{-1/4} (T_w/T_\infty) t'$$

$$x = \varepsilon^3 L C^{3/2} \lambda^{-3/2} |M_\infty^2 - 1|^{-3/8} (T_w/T_\infty)^{3/2} x'$$

$$y = \varepsilon^5 L C^{5/2} \lambda^{-5/2} |M_\infty^2 - 1|^{-5/8} (T_w/T_\infty)^{5/2} y'$$

$$v_x = \varepsilon U_\infty C^{1/2} \lambda^{1/2} |M_\infty^2 - 1|^{-1/8} (T_w/T_\infty)^{1/2} u'$$

$$v_y = \varepsilon^3 U_\infty C^{3/4} \lambda^{3/4} |M_\infty^2 - 1|^{1/8} (T_w/T_\infty)^{1/2} v'$$

$$p = \varepsilon^2 \rho_\infty U_\infty^2 C^{1/4} \lambda^{1/4} |M_\infty^2 - 1|^{-1/4} p'$$

$$c_0 = C^{1/4} \lambda^{1/4} |M_\infty^2 - 1|^{-1/8} (T_w/T_\infty)^{1/2} c_w$$

$$\theta_0 = C^{1/4} \lambda^{1/4} |M_\infty^2 - 1|^{1/4} \theta'$$

Постоянная $\lambda = 0.3321$ здесь вычислена по решению Блазиуса для стационарного сжимаемого пограничного слоя на пластинке.

Опуская штрихи над безразмерными независимыми переменными и искомыми функциями, запишем уравнения для течения в вязком подслое на движущейся поверхности в стандартном виде

$$(2.1) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Граничные условия при $y=0$ очевидны

$$(2.2) \quad u = c_w, \quad v = 0$$

При $x \rightarrow -\infty$ имеем

$$(2.3) \quad u \rightarrow y + c_w, \quad p \rightarrow 0$$

При $y \rightarrow \infty$ необходимо наложить условие взаимодействия пограничного слоя с внешним потенциальным потоком, именно

$$(2.4) \quad u - (y + c_w) \rightarrow A(t, x)$$

причем возмущенное давление

$$(2.5) \quad p = \theta H(x) - \frac{\partial A}{\partial x}, \quad H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

Здесь первый член в правой части возникает вследствие падения скачка уплотнения на стенку и его отражения в точке $x=0$ [13], второй член дает наклон линий тока при выходе на внешнюю границу вязкого подслоя.

Перейдем в системе уравнений (2.1) к вихрю ω и функции тока ψ , которые полностью характеризуют поле скоростей, тогда

$$(2.6) \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}, \quad \omega = \frac{\partial u}{\partial y}, \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = - \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Совместим обтекаемую поверхность с нулевой линией тока. Из последнего уравнения (2.1) и формул (2.2) при $y=0$ получим

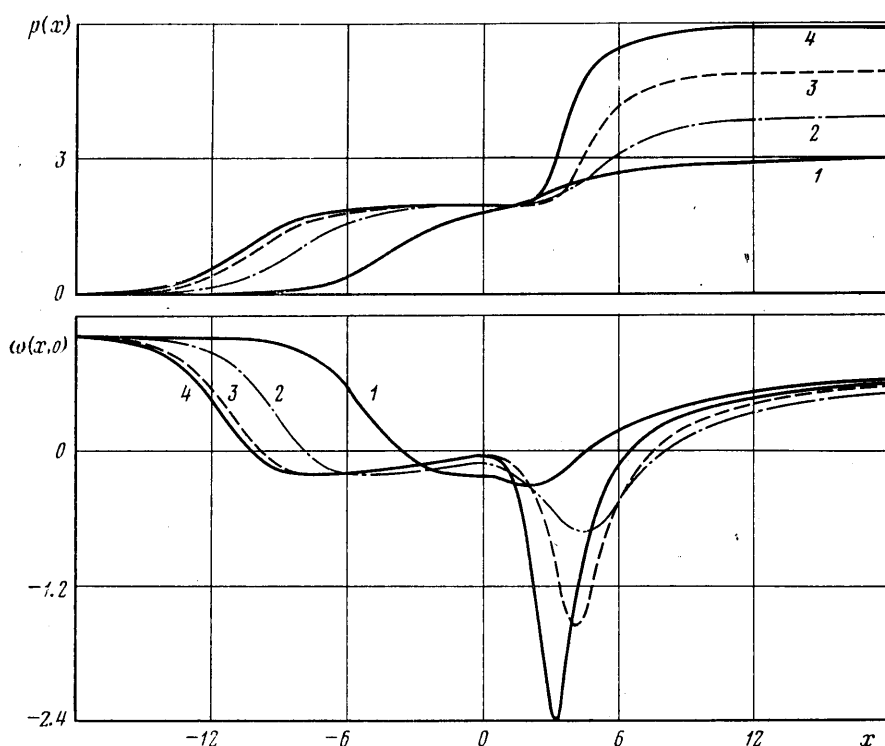
$$(2.7) \quad \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = c_w$$

Предельные условия (2.3) и (2.4) при $x \rightarrow -\infty$ и $y \rightarrow \infty$ дают

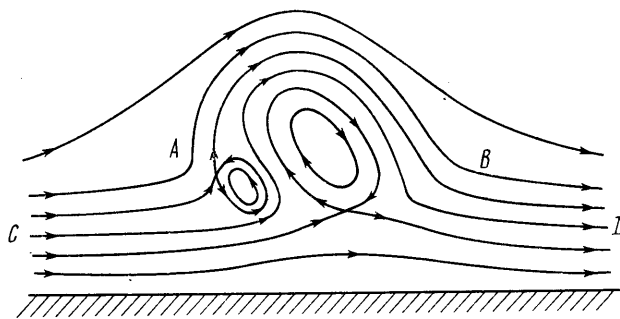
$$(2.8) \quad \omega \rightarrow 1$$

Поскольку произвольная функция A определяется формулой

$$A(t, x) = \int_0^\infty (\omega - 1) dy$$



Фиг. 1



Фиг. 2

то условие взаимодействия (2.5) гласит

$$(2.9) \quad p = \theta H(x) - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty (\omega - 1) dy$$

К сформулированной краевой задаче сводится также определение локального поля скоростей в окрестности вершины вогнутого угла величины $\varepsilon^2 \theta_0$, если воспользоваться преобразованием безразмерных координат и компонентов скорости частиц газа $x_1 = x$, $y_1 = y - \theta x$, $u_1 = u$, $v_1 = v - \theta u$.

Записанная в отмеченных индексом 1 переменных система дифференциальных уравнений для вязкого пристеночного подслоя в этом случае в точности совпадает с (2.6). Граничные условия ничем не отличаются от

(2.7)–(2.9) в предположении, что скорость скольжения обтекаемой поверхности (по касательной к себе) равна c_w .

3. Анализ результатов численных расчетов. Стационарное решение уравнений (2.6) было получено методом установления, в котором зависимость параметров газа от времени исчезает для достаточно больших моментов, отсчитываемых от начала процесса. Данные Коши при $t=0$ определялись по невозмущенному пограничному слою около движущейся плоской пластинки, именно

$$(3.1) \quad \omega=1, \quad \psi=\frac{1}{2}y^2+c_w y, \quad p=0$$

Для моментов времени $t>0$ ставилось условие взаимодействия в форме (2.9), соответствующее падению слабого скачка уплотнения на стенку и его отражению в точке $x=0$. В численных расчетах разрывная функция $H(x)$ сглаживалась при помощи равенства

$$(3.2) \quad 2H(x)=d(x+\sqrt{x^2+a^2})/dx$$

с постоянной $a=0.5$.

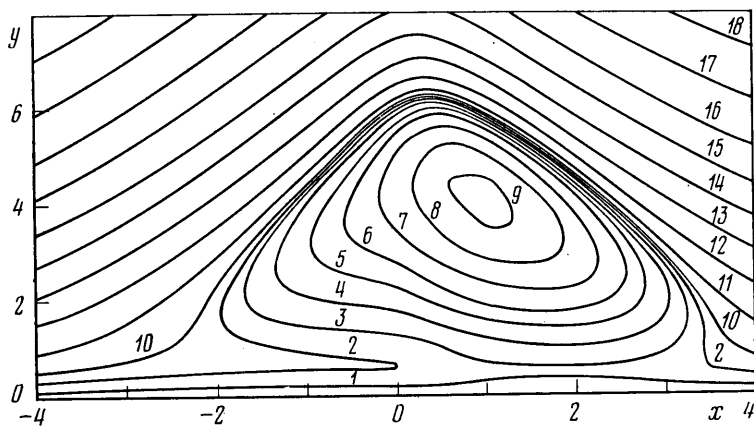
Краевые условия при $y=0$, $x \rightarrow -\infty$ и $y \rightarrow \infty$ задавались соотношениями (2.7) и (2.8). Таким образом, учет временного члена $\partial\omega/\partial t$ в уравнениях движения позволяет конструировать простые схемы для расчета стационарного состояния, на которое совершается выход течения при больших временах.

Чтобы однозначно выделить решение, не хватает еще граничного условия при $x \rightarrow \infty$. Будем считать, что область свободного взаимодействия ударной волны с пограничным слоем имеет конечные размеры в рассматриваемых безразмерных переменных. Зона рециркуляционного движения должна сменяться тогда расположенным вниз по потоку невозмущенным полем скоростей. Отсюда в качестве дополнительного граничного условия можно принять, что

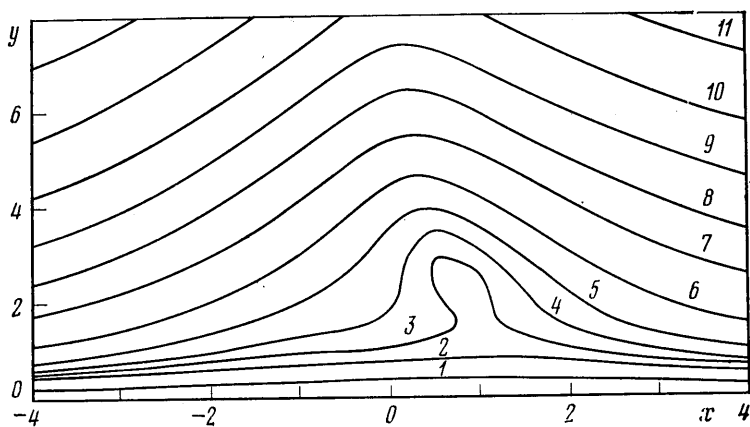
$$(3.3) \quad \omega \rightarrow 1, \quad x \rightarrow \infty$$

В основу интегрирования системы уравнений (2.6) положена конечно-разностная схема, предложенная в работе [9] применительно к расчету пограничных слоев на неподвижной стенке. В эту схему, явную по координате x и неявную по y , были внесены две существенные модификации. Первая из них связана с использованием переменных шагов по обоим пространственным переменным, во второй модификации применялась аппроксимация второго порядка точности по y . Сравнение результатов, получаемых по обоим вариантам схемы, позволило контролировать величину ошибки вычислений.

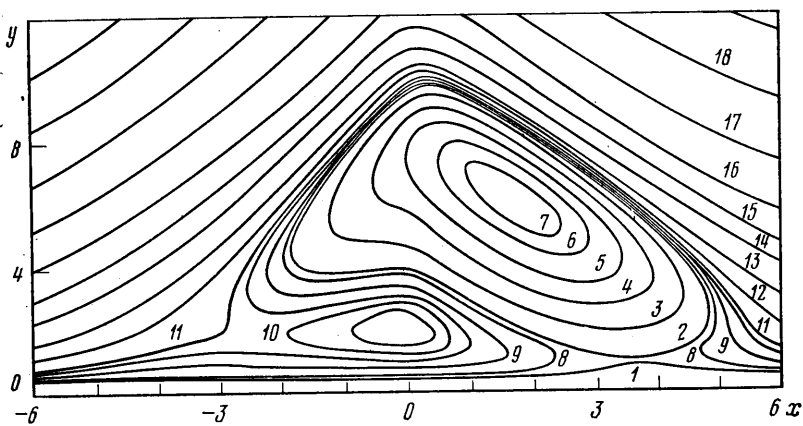
Решения с локальными зонами рециркуляционного движения газа строились для различных значений c_w и θ . Прежде чем обратиться к изучению влияния скорости c_w пластинки на поле потока, рассмотрим поведение давления вдоль области взаимодействия и вихря на обтекаемой поверхности. Распределение $p(x)$ и $\omega(x, 0)$ в предельном стационарном состоянии показано на фиг. 1 для различных значений θ , характеризующих интенсивность падающего скачка уплотнения, и фиксированной величины $c_w=0.2$. (Кривые 1–4 соответствуют $\theta=3, 4, 5, 6$.) Ход кривых здесь вполне аналогичен тому, который наблюдался раньше в расчетах [9] пограничного слоя на неподвижной поверхности. В частности, эпюры $p(x)$ и $\omega(x, 0)$ содержат участки «плато», вырезаемые из универсального решения для полубесконечной зоны рециркуляционного движения газа. С увеличением θ кривые, относящиеся к универсальному решению, сдвигаются вперед и от них отсекаются отрезки с возрастающей протяженностью. Ниже по течению от точки встречи ударной волны со стенкой



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

решение сильно зависит от величины θ : давление в некоторой точке резко повышается до своего предельного значения при $x \rightarrow \infty$, численно равного θ , а на кривой $\omega(x, 0)$ образуется ярко выраженный минимум. Что касается предельного значения (3.3), то вдоль пластинки вихрь стремится к нему сравнительно медленно.

Важно отметить, что наличие даже небольшой скорости стенки принципиально меняет структуру вязкого пристеночного подслоя. Точки ветвления линий тока, когда они появляются, располагаются не на поверхности тела, а внутри течения. Предположим, что скорость пластинки не слишком велика и для оценки ω можно пользоваться решением при $c_w = 0$. Тогда образование зон рециркуляционного движения газа происходит на расстояниях порядка $c_w/\omega(x, 0)$ от обтекаемой поверхности. Согласно критерию Мура — Ротта — Сирса [11, 12], точка внутреннего «отрыва» идентифицируется с точкой, где $u = du/dy = 0$. Однако эта точка, в окрестности которой, согласно названному критерию, зарождается возвратное движение жидкости, не совпадает, вообще говоря, с точкой ветвления какой-либо линии тока (исключение представляет срыв с неподвижной стенки). Как будет видно в дальнейшем, внутри вязкого подслоя может образоваться не одна замкнутая зона рециркуляционного движения; схематически поле скоростей для этого случая изображено на фиг. 2. Ясно, что критерий Мура — Ротта — Сирса к вопросу о возникновении каждой из таких зон отношения не имеет. Лишь на линии тока AB , омывающей обе замкнутые вихревые зоны сверху как единое целое, в точке с вертикальной касательной выполняется, по-видимому, условие $u = du/dy = 0$.

Рассмотрим теперь более подробно поля течений, которые получаются из начального состояния (3.4) при различных скоростях пластинки для достаточно больших моментов времени. На фиг. 3 показана картина линий тока при $c_w = 0.1$ и $\theta = 3$; здесь цифрами 1–18 помечены кривые, на которых функция тока имеет значения соответственно $\psi = 0.01, 0.03, 0.01, -0.03, -0.09, -0.15, -0.23, -0.33, -0.43, 0.05, 0.11, 0.27, 0.57, 1.05, 1.81, 3.03, 4.95, 8.00$. Как следует из этой фигуры, зона рециркуляционного движения газа ограничена разделяющей линией тока, которая замкнута на себя в некоторой точке, других точек ветвления внутри вязкого подслоя нет. В пограничном слое на неподвижной стенке разделяющая линия тока начинается и кончается в двух различных точках обтекаемой поверхности. Когда стенка приобретает положительную скорость, для возникновения рециркуляционного движения газа необходимо преодолеть возросшую инерцию набегающего потока перед областью свободного взаимодействия, поэтому зона с замкнутыми линиями тока уменьшается в размерах, а напряжение заключенных в ней вихрей падает.

Увеличение c_w при фиксированном значении θ приводит к исчезновению рециркуляционного движения и связанных с ним участков «плато» в распределении $p(x)$ и $\omega(x, 0)$. Начиная с некоторой величины c_w , зона с замкнутыми линиями тока внутри вязкого подслоя отсутствует даже при отрицательном трении на пластинке. Разрушение подобного вихревого образования иллюстрируется фиг. 4, поле скоростей на которой соответствует $c_w = 0.3$ и $\theta = 3$. (Кривые 1–11 отвечают значениям функции тока $\psi = -0.09, 0.15, 0.19, 0.23, 0.31, 0.51, 1.05, 1.98, 3.57, 6.31, 10.98$).

Таким образом, для подавления рециркуляционного движения газа требуется придать стенке сравнительно небольшую скорость, поскольку перемещение частиц вдоль замкнутых линий тока происходит медленно.

На участке «плато» давление около движущейся пластинки немного выше, чем у неподвижной. Подобную зависимость давления от скорости стенки можно объяснить, исходя из особенностей показанной на фиг. 3 конфигурации линий тока. Две точки ветвления, которые при $c_w = 0$ рас-

полагаются на поверхности тела, стягиваются в одну точку на нижней стороне замкнутой вихревой зоны, висящей над движущейся стенкой, что приводит к увеличению кривизны разделяющей линии тока. В результате несколько возрастает наклон струек, обтекающих сверху рециркуляционную зону.

В отличие от причин, вызывающих образование глобальной (полубесконечной) зоны рециркуляционного движения, основную роль в формировании поля скоростей в рассматриваемой локальной задаче играет величина завихренности $\omega(x, 0)$ на участке минимума этой функции, который непосредственно обусловлен скачком давления или изломом стенки. Тем не менее наличие выдвинутого вперед при больших θ участка «плато» приводит к тому, что в замкнутых линиях тока появляется отросток, простирающийся в направлении против набегающего потока. С увеличением θ основная зона рециркуляционного движения газа становится плохо обтекаемой и служит источником возбуждения вторичного замкнутого вихря, где вращение частиц совершается в обратном направлении. Схема такого течения в общих чертах обсуждалась выше. Картина поля скоростей при $c_w=0.3$ и $\theta=3.5$ изображена на фиг. 5 (кривым 1–18 соответствуют значения $\psi=0.12, 0.12, 0.00, -0.16, -0.30, -0.44, -0.52, 0.14, 0.18, 0.24, 0.24, 0.34, 0.54, 1.02, 1.66, 2.68, 5.68, 11.30$). Вторичная зона рециркуляционного движения заключена внутри разделяющей линии тока, на которой имеется единственная точка ветвления. Эти два замкнутых вихревых образования не имеют общей границы. Поэтому существуют струйки, омывающие одновременно обе зоны и уходящие в бесконечность. Типичная для таких струек линия тока обозначена на фиг. 2 буквами *CD*. Ускорение движения стенки вызывает подавление как основной, так и вторичной зоны возвратных течений. Наоборот, увеличение амплитуды падающей ударной волны при фиксированной скорости стенки ведет к образованию дополнительных рециркуляционных зон.

Поступила 18 VII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейланд В. Я. К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 4.
2. Stewartson K., Williams P. G. Self-induced separation. Proc. Roy. Soc. London, ser. A, 1969, vol. 312, No. 1509.
3. Нейланд В. Я. Асимптотические задачи теории вязких сверхзвуковых течений. Тр. ЦАГИ, 1974, вып. 1529.
4. Lighthill M. J. On boundary layers and upstream influence. II. Supersonic flows without separation. Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1953, vol. 217, No. 1131.
5. Schneider W. Upstream propagation of unsteady disturbances in supersonic boundary layers. J. Fluid Mech., 1974, vol. 63, pt 3.
6. Daniels P. G. The flow about the trailing edge of a supersonic oscillating aerofoil. J. Fluid Mech., 1975, vol. 72, pt 3.
7. Рыжов О. С., Терентьев Е. Д. О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением. ПММ, 1977, т. 41, вып. 6.
8. Терентьев Е. Д. О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением около колеблющейся стенки в сверхзвуковом потоке. Докл. АН СССР, 1978, т. 240, № 5.
9. Рубан А. И. Численное решение локальной асимптотической задачи о нестационарном отрыве ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1978, т. 18, № 5.
10. Жук В. И., Рыжов О. С. Об одном свойстве линеаризованных уравнений пограничного слоя с самоиндуцированным давлением. Докл. АН СССР, 1978, т. 240, № 5.
11. Sears W. R., Telonis D. P. Boundary-layer separation in unsteady flow. In: Proc. Intern. Symposium on Modern Developments in Fluid Dynamics in Honour of the 70th Birthday of S. Goldstein. Philadelphia, SIAM, 1977.
12. Williams J. C., III. Incompressible boundary-layer separation. In: Annual Rev. Fluid Mech., vol. 9, Palo Alto, California, Annual Revs. Inc., 1977.
13. Нейланд В. Я. К асимптотической теории взаимодействия сверхзвукового потока с пограничным слоем. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 4.