

равенства  $r_{sa} > r_1$ . При медленном движении источника радиус «чувствительности» порядка  $r_1$ .

3. Выше неявно предполагалось, что истечение с поверхности сферы квазистационарно, так что за времена, сравнимые со временем установления стационарного сферического течения, которое  $\approx 5r_s/a_{s+}$ , где  $a_{s+}$  — скорость звука за волной  $s$  [6], условия истечения или испарения существенно не меняются. В этом предположении, в частности, написана формула (1). Для независимости параметров вблизи тела от внешних условий квазистационарности, вообще говоря, не требуется, важно лишь, чтобы вокруг тела существовал слой газа, расширяющегося со сверхзвуковой скоростью.

4. В условиях, когда плотность атмосферного газа невелика и его нельзя уже рассматривать как идеальную жидкость, существует проникновение возмущений из внешней среды к источнику [7]. Однако наличие атмосферы, расширяющейся со сверхзвуковой скоростью, всегда будет приводить к уменьшению зависимости силы, действующей на тело, от внешних условий.

В заключение заметим, что рассмотренное явление и все перечисленные выше свойства, которыми обладает сверхзвуковой сферический источник, сохраняются и для тела произвольной формы с атмосферой, расширяющейся со сверхзвуковой скоростью. В данном случае условия, при которых возмущения из внешней среды не достигают поверхности тела, должны уже определяться путем исследования поведения характеристик.

Автор благодарен С. С. Кутателадзе, А. К. Реброву и П. А. Сковородко за полезное обсуждение работы, а также В. Б. Баранову, обратившему внимание автора на исследования по обтеканию Солнца и проявившему внимание к работе.

Поступила 18 VI 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бочкарев А. А., Ребров А. К., Чекмарев С. Ф. О гиперзвуковом сферическом расширении газа со стационарной ударной волной. ПМТФ, 1969, № 5.
2. Анисимов С. И., Размагулина А. Х. Динамика расширения пара при испарении в вакуум. ЖЭТФ, 1973, т. 64, вып. 3.
3. Баранов В. Б., Краснобаев К. В., Куликовский А. Г. Модель взаимодействия солнечного ветра с межзвездной средой. Докл. АН СССР, 1970, т. 193, № 1.
4. Баранов В. Б., Краснобаев К. В. Гидродинамическое торможение солнечного ветра межзвездной средой. В сб.: Аэромеханика и газовая динамика. М., «Наука» 1976.
5. Baranov V. B., Krasnobaev K. V., Ruderman M. S. On the model of the solar wind-interstellar medium interaction with two shock waves. Astrophys. and Space Sci., 1976, vol. 41, No 2.
6. Чекмарев С. Ф. Неустановившееся радиальное расширение газа в затопленное пространство от внезапно включенного стационарного источника. ПМТФ, 1975, № 2.
7. Сковородко П. А., Чекмарев С. Ф. О диффузии тела в сверхзвуковую струю низкой плотности. В сб.: Динамика разреженных газов. Новосибирск, 1976 (Ин-т теплофизики).

УДК 533.6.011.5

### ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЗАВИХРЕННОСТИ НА КРЫЛЕ МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ

В. Н. ГОЛУБКИН

(Москва)

На основе теории тонкого ударного слоя [1-3] получена формула для вычисления поточной составляющей завихренности на крыле малого удлинения в гиперзвуковом потоке газа. Показано, что для определенных форм крыла и режимов обтекания могут появиться зоны с большими локальными значениями вихря, которые, как известно, оказывают существенное влияние на структуру поля течения.

Составляющая вектора завихренности по направлению скорости за головным скачком уплотнения может быть найдена, если известна геометрия скачка [4]. Однако в задачах аэродинамики, как правило, известна форма обтекаемого тела, а конфигурация соответствующего скачка уплотнения в большинстве случаев не может быть найдена аналитически. Это не позволяет судить об интенсивности образующихся за скачком вихрей непосредственно по форме обтекаемого тела.

В данной работе с помощью метода тонкого ударного слоя для гиперзвукового обтекания крыльев малого удлинения под углом атаки впервые получено аналитическое выражение поточной составляющей завихренности на передней кромке в зависимости от конфигурации крыла. Далее, опираясь на известное свойство сохранения поточной составляющей завихренности вдоль линий тока [3], удалось определить ее значения на всей поверхности крыла с присоединенным скачком уплотнения. Приведены примеры образования узких зон сильно завихренного потока.

1. В первом приближении теории тонкого ударного слоя гиперзвуковое обтекание плоского крыла малого удлинения с присоединенным скачком уплотнения описывается следующей системой уравнений и краевых условий на скачке уплотнения, на поверхности крыла и на передней кромке соответственно

$$(1.1) \quad v_x + vv_y + vw_z = -p_y, \quad w_x + vw_y + ww_z = 0, \quad v_y + w_z = 0$$

$$(1.2) \quad v = -1 - s_z^2 + s_x, \quad w = -s_z, \quad p = -1 - s_z^2 + 2s_x \quad (y = s(x, z))$$

$$(1.3) \quad v = 0 \quad (y = 0), \quad s = 0 \quad (z = z_e(x))$$

Здесь  $x^* = cx$ ,  $y^* = ce \operatorname{tg} \alpha y$ ,  $z^* = ce^{1/2} \operatorname{tg} \alpha z$  — декартовы координаты в связанной с крылом системе;  $v^* = V_\infty \varepsilon \sin \alpha v + \dots$ ,  $w^* = V_\infty \varepsilon^{1/2} \sin \alpha w + \dots$  — компоненты скорости по осям  $y^*$ ,  $z^*$ ;  $p^* = p_\infty + \rho_\infty V_\infty^2 \sin^2 \alpha (1 + \varepsilon p) + \dots$  — давление;  $\alpha$  — угол атаки;  $c$  — характерный продольный размер;  $\varepsilon \ll 1$  — малый параметр задачи, равный отношению плотностей на скачке уплотнения. Отметим, что решение задачи в приближении  $\varepsilon \ll 1$  является одним из наиболее распространенных аналитических способов учета реальных физико-химических свойств газа, проявляющихся при гиперзвуковых скоростях обтекания.

Главный член в разложении завихренности определяется его составляющей, параллельной вектору скорости  $\omega_v^* = \varepsilon^{-1/2} \cos \alpha \omega + \dots$ , где  $\omega = w_y$ . Уравнения (1.1) показывают, что течение газа в ударном слое обладает свойством сохранения боковой компоненты скорости  $w$  и поточной составляющей завихренности  $\omega$  вдоль линий тока [3]. Отсюда следует, что линии тока на плоскости крыла, имеющие уравнение  $y = 0$ ,  $dz/dx = w$ , прямолинейны.

Используя условие (1.2) для  $w$  на передней кромке, определим картину линий тока на поверхности крыла. При известной геометрии линий тока распределение завихренности  $\omega$  на крыле найдем по ее значению на кромке, которое связано с формой присоединенного к ней скачка равенством [3]

$$(1.4) \quad \omega_e = (s_z s_{zz} - s_{zx})_e$$

2. Для определения зависимости величин  $w_e$ ,  $\omega_e$  от конфигурации передней кромки найдем решение задачи (1.1) — (1.3) в окрестности кромки крыла. С этой целью зафиксируем произвольную точку  $O$  на кромке и, считая газодинамические функции имеющими достаточное количество производных, представим их в виде рядов по целым степеням координат  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ , отсчитываемых от точки  $O$ . Подставив эти ряды в (1.1), (1.2), выразим коэффициенты разложения искомых функций через коэффициенты разложения формы скачка уплотнения, которое имеет вид

$$s(x_0, z_0) = S_1 x_0 + S_3 z_0 + \frac{1}{2} [S_{11} x_0^2 + 2S_{13} x_0 z_0 + S_{33} z_0^2] + \dots$$

В соответствии с (1.2), (1.4) в точке  $O$

$$(2.1) \quad w_0 = -S_3, \quad \omega_0 = S_3 S_{33} - S_{13}$$

Удовлетворяя затем условиям (1.3), находим в первом приближении

$$(2.2) \quad w_0 = 1/2 [R - \sqrt{R^2 - 4}], \quad R = \left( \frac{dz_e}{dx} \right)_0$$

где  $R$  — наклон передней кромки в точке  $O$ . Обтеканию с присоединенным скачком соответствуют значения  $|R| \geq 2$ . Во втором приближении получим следующую систему уравнений для коэффициентов  $S_{ik}$ :

$$S_{11} + w_0(1 + w_0^2)S_{13} - (1 + w_0^2)S_{33} = 0$$

$$(1 + w_0^2)S_{13} + w_0(3 + w_0^2)S_{33} = 0$$

$$S_{11} + 2RS_{13} + R_2 S_{33} = Kw_0, \quad K = \left( \frac{d^2 z_e}{dx^2} \right)_0$$

где  $K$  — кривизна кромки.

Решая эту систему и используя (2.1), имеем

$$(2.3) \quad \omega_0 = \frac{2Kw_0^2}{R^2-4}$$

Равенства (2.2), (2.3) показывают, что величины  $w_0$ ,  $\omega_0$  зависят от наклона и кривизны кромки в данной точке, которые инвариантны относительно преобразования параллельного переноса. Учитывая, что точка  $O$  была выбрана произвольным образом, положим в формулах (2.2), (2.3)  $R=R(x)$ ,  $K=K(x)$  и запишем окончательно выражение для поточной составляющей завихренности на кромке в виде

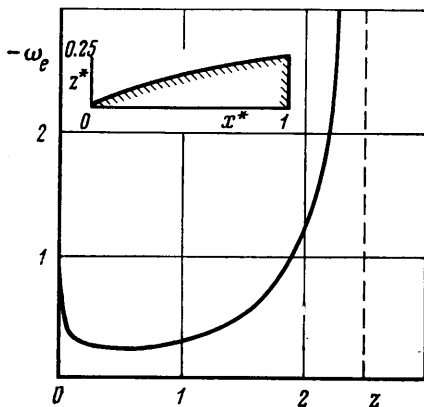
$$(2.4) \quad \omega_e = \frac{1}{2} \frac{[R - \sqrt{R^2-4}]^2}{R^2-4} \frac{dR}{dx}$$

В соответствии со сказанным в п. 1 значение завихренности в некоторой точке на крыле с координатами  $(x, z)$  и вдоль проходящей через нее линии тока равно  $\omega(x, z) = \omega_e(x_1)$ . Здесь  $x_1$  — абсцисса точки пересечения данной линии тока с передней кромкой, определяемая из уравнения

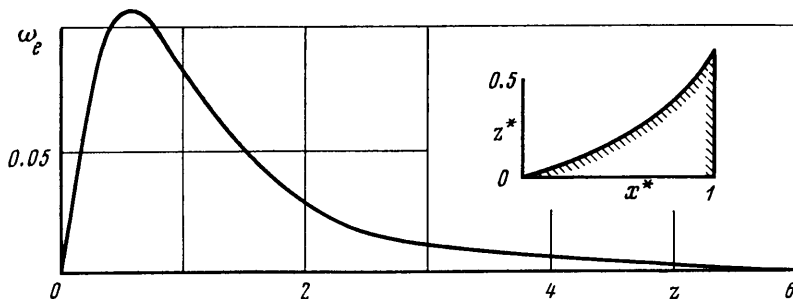
$$(2.5) \quad z - z_e(x_1) = w_e(x_1)(x - x_1)$$

Выше приведены результаты для плоского крыла. Учет толщины не представляет принципиальных трудностей, но делает выкладки и окончательные формулы гораздо более громоздкими.

3. Укажем некоторые свойства гиперзвукового обтекания крыльев, обнаруженные на основе теории сжатого слоя.



Фиг. 1



Фиг. 2

Интегральное свойство: при обтекании гладкого участка кромки, вдоль которого скачок уплотнения присоединен, суммарная величина образующейся завихренности не зависит от формы кромки и определяется лишь значениями ее наклона в крайних точках  $x_1, x_2$

$$\int_{x_1}^{x_2} \omega_e \sqrt{1+R^2} dx = \Phi(R_2) - \Phi(R_1)$$

$$\Phi(R) = \frac{5}{2} \ln \frac{1}{3} [1 + 2(R + \sqrt{R^2+1}) w_e(R)] + w_e(R) \sqrt{R^2+1} - \sqrt{5} \operatorname{arth} \frac{2\sqrt{R^2+1}}{\sqrt{5} R}$$

Сильно искривленные участки передней кромки (в пределе — изломы) являются источниками больших значений вихря. Так, теория дает бесконечную величину завихренности вдоль пучка линий тока, исходящих из заостренной вершины крыла, что объясняется большими градиентами энтропии на скачке вблизи излома кромки.

Значительное вихреобразование происходит и вблизи точки отсоединения скачка от передней кромки  $|R|=2$ : на плоском крыле  $\omega \sim (R^2-4)^{-1}$ . Влияние толщины крыла  $y=y_w(x, z)$  состоит в некотором уменьшении локальной интенсивности вих-

рей, поскольку в этом случае  $\omega \sim (R_*^2 - 4)^{-1/2}$ , где  $R_* = R + (\partial y_w / \partial z)_e$  — эффективное значение наклона. На фиг. 1 показано распределение вихря  $\omega_e$  по размаху крыла степенной формы в плане  $z_e = 2.5x^{-0.8}$ , имеющего большую кривизну в вершине и точку отсоединения скачка на консоли при  $x=1$ . Вследствие этого наблюдаются две узкие зоны концентрации завихренности в корневой и концевой областях. Для серповидного крыла  $z_e = 3x(1+x^2)$  (фиг. 2), наоборот, максимальное значение вихря соответствует срединной части размаха крыла. На фиг. 1, 2 показаны конфигурации рассматриваемых крыльев в физических координатах  $x^*$ ,  $z^*$  при  $\varepsilon = 0.04$ ,  $\alpha = 26.5^\circ$ .

Пусть крыло обтекается в смешанном режиме, т. е. скачок является присоединенным в носовой части и отошедшим на консоли. Линия тока, выходящая из точки отсоединения скачка и имеющая, согласно (2.2), наклон  $|dz/dx|=1$ , может пересечь кромку крыла. Тогда в результате перетекания газа через кромку вихри попадут на подветренную поверхность крыла и могут воздействовать на ее обтекание. Например, они (при определенных числах Рейнольдса) могут повлиять на процесс перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный, а также привести к возрастанию интенсивности вихревых жгутов, формирующихся на подветренной поверхности круглого крыла [5] или треугольного крыла с закругленной вершиной [6], что в свою очередь вызывает увеличение теплового потока к поверхности.

Поступила 28 V 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
2. Messiter A. F. Lift of slender delta wings according to Newtonian theory. AIAA Journal, 1963, vol. 1, No. 4. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1963, т. 1, № 4).
3. Голубинский А. И., Голубкин В. Н. О пространственном обтекании тонкого крыла гиперзвуковым потоком газа. Докл. АН СССР, 1977, т. 234, № 5.
4. Майкопар Г. И. Вихри за головной ударной волной. Изв. АЦ СССР, МЖГ, 1968, № 4.
5. Боровой В. Я., Рыжкова М. В. Теплообмен на круглой пластине, обтекаемой гиперзвуковым потоком. Уч. зап. ЦАГИ, 1978, т. 9, № 4.
6. Whitehead A. H., Jr., Bertram M. H. Alleviation of vortex-induced heating to the lee side of slender wings in hypersonic flow. AIAA Journal, 1971, vol. 9, No. 9 (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 9).

УДК 533.6.011.534.35

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В СОПЛАХ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ЛАЗЕРОВ

М. Г. КТАЛХЕРМАН, В. М. МАЛЬКОВ, Н. А. РУБАН

(Новосибирск)

Для создания активной среды в газодинамическом лазере необходимо обеспечить быстрое и глубокое охлаждение смеси газов (обычно  $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{H}_2\text{O}$ ). С этой целью, как правило, используются плоские сверхзвуковые сопла с угловой точкой, рассчитанные на получение потока с числом Маха  $M=4.5-6$ . Требования к их размерам и контуру определяются кинетикой релаксационных процессов в расширяющемся потоке газа и задачей получения на выходе достаточно равномерного поля газодинамических параметров.

Ввиду сложности изготовления сопел часто используют упрощенные формы профилей, порождающие скачки уплотнения в резонаторной полости. Это приводит к увеличению расходимости лазерного луча и к снижению инверсии заселенности колебательных уровней молекулы  $\text{CO}_2$  [1], обусловленной ростом температуры и плотности за ударными волнами. Поэтому для правильной интерпретации результатов измерений коэффициента усиления слабого сигнала  $\alpha$  и корректного сопоставления с расчетами необходимо совместное изучение инверсных свойств потока и аэродинамики течения.

В работе исследована структура потока в ряде плоских малоразмерных сопел. Данные по измерению  $\alpha$  в газодинамическом лазере, использующем эти сопла, содержатся в [2].

1. Аэродинамические измерения проведены на установке, состоящей из форкамеры с выравнивающей решеткой; модели — сменного плоского сопла, переходя-