

волной регулярно, если  $\mu_1 > 1$ . В случае  $4/3 \leq \gamma \leq 5/3$  из системы неравенств (1.13), в частности, следует

$$(4.6) \quad x = \frac{1}{3} \ln \mu_1 \geq \frac{2}{3\gamma+5} \left[ \sqrt{1 + \frac{(3\gamma+5)(3\gamma-4)}{18}} - 1 \right]$$

Например, при  $\gamma = 5/3$  построенные неравенства дают оценку  $0.049 \approx x \leq 0.35$ , что отвечает следующей относительной погрешности оценки закона движения ударной волны  $R(t)$ :  $\Delta_{\pm} \approx 66\%$ .

Приведенные примеры инвариантно-групповых решений, исследование которых полезно для изучения асимптотик неавтономных задач и выяснения области применимости метода интегральных неравенств, показывает, что выведенные оценки могут обеспечить хорошую точность в определении закона движения ударной волны, во многих практических случаях достаточную для решения задачи.

Поступила 17 VII 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Голубятников А. Н. Об оценках движения ударных волн в одномерных нестационарных задачах газовой динамики. Докл. АН СССР, 1977, т. 237, № 4.
2. Голубятников А. Н. Интегральные неравенства в задачах газовой динамики. В сб. Некоторые вопросы механики сплошных сред. М., Изд-во МГУ, 1978.
3. Харди Г., Литтлвуд Д., Полиа Г. Неравенства. М., Изд-во иностр. лит., 1948.
4. Голубятников А. Н. О сферически-симметричном движении гравитирующего газа при наличии сильной ударной волны. Докл. АН СССР, 1976, т. 227, № 5.
5. Чандраскар. Введение в учение о строении звезд. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
6. Хокинг С., Эллис Дж. Крупномасштабная структура пространства – времени. М., «Мир», 1977.
7. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1972.
8. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., «Наука», 1971.
9. Каламжаров А. Л. О сильном взрыве в коллапсирующем газе. Докл. АН СССР, 1978, т. 242, № 6.

УДК 533.6.011.5

### О ДВИЖЕНИИ СВЕРХЗВУКОВОГО ИСТОЧНИКА

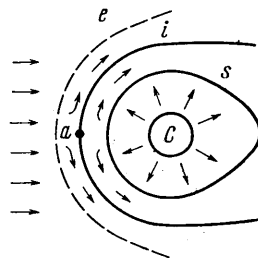
С. Ф. ЧЕКМАРЕВ

(Новосибирск)

Будем рассматривать движение тела, с поверхности которого истекает со сверхзвуковой скоростью газ. Поток газа может иметь различную природу. Он может создаваться, например, с помощью непрерывно расположенных по поверхности тела газодинамических источников [1] или с помощью испарения тела [2]. Естественным примером тела, создающим сверхзвуковой поток (солнечный ветер), является Солнце. Вследствие истечения газа с поверхности вокруг тела существует собственная газодинамическая атмосфера, в которой (и вместе с которой) тело и движется. Ниже будем называть такое тело сверхзвуковым источником.

Рассмотрим простейший случай, когда тело имеет форму сферы и поток газа с поверхности сферически симметричен. Пусть такой сверхзвуковой источник движется в затопленном пространстве. В системе координат, связанной с телом, схема течения имеет вид, показанный на фигуре. Здесь  $C$  – тело,  $i$  – контактная поверхность, разделяющая внешний поток и собственную атмосферу,  $s$  – ударная волна в собственной атмосфере (в ограниченной ею области газ движется от тела со сверхзвуковой скоростью),  $l$  – ударная волна во внешнем потоке (она реализуется при сверхзвуковой скорости движения тела). Газодинамическая структура такого течения подробно исследовалась в [3–5] для случая обтекания Солнца межзвездным ветром (в этих работах:  $C$  – Солнце, собственная атмосфера – солнечный ветер, внешний поток – межзвездный ветер).

Минимальное расстояние от тела до ударной волны  $s$  реализуется в направлении на «лобовую точку» поверхности  $i$  – точку  $a$  на фигуре. Пусть  $r_1$  – минимальный



радиус, где поток газа от тела является однородным сферическим сверхзвуковым потоком. Если поток создается с помощью перфорированной сферы [1],  $r_1$  примерно равно радиусу, на котором смыкаются сверхзвуковые струйки, если путем испарения тела  $r_1$  превышает радиус сферы на толщину кнудсеновского слоя [2]. В первом случае число Маха при  $r=r_1$ ,  $M_1 > 1$ , во втором  $M_1 = 1$ .

Радиус ударной волны  $s$  в направлении на точку  $a(r_{sa})$  определяется по-существу условием, чтобы поток импульса от сферы перед ударной волной  $s$  (при гиперзвуковом течении убывающий как  $r_{sa}^{-2}$ ) равнялся бы давлению  $p_a$  [1, 4]. Действуя, как в [1], для произвольного  $M_1$  получим

$$(1) \quad r_{sa} = r_1 \Phi(\kappa, M_1) \sqrt{\frac{p_1}{p_a}}$$

Здесь  $\kappa$  — отношение теплоемкостей. Не приводя громоздкого выражения для  $\Phi$ , укажем, что  $\Phi \approx 1.5$  при  $M_1 = 1$  [1] и  $\Phi \approx M_1$  при  $M_1^2 \gg 1$  [4]; зависимость  $\Phi$  от  $\kappa$  является весьма слабой. При дозвуковой скорости внешнего потока  $p_a = p_{0\infty}$ , при сверхзвуковой  $p_a = p_{0\infty}'$ . Если внешний поток гиперзвуковой,  $p_a \approx \rho_{\infty} u_{\infty}^2$ .

Обратим внимание на следующее явление. При  $r_{sa} > r_1$  тело целиком окружено слоем газа, движущимся от тела со сверхзвуковой скоростью. Поэтому, если плотность газа достаточно велика, так, что его можно рассматривать как идеальную жидкость, возмущения из внешней среды к телу не проникают и распределения параметров вблизи тела не зависят от внешних условий. Следовательно, от внешних условий не зависит и действующая на тело сила (как и другие характеристики, такие, как момент действующей силы и т. д.). Действующая на тело сила сводится к реактивной силе, а тело движется в затопленном пространстве, как в вакууме.

Это явление представляет определенный теоретический интерес и может иметь важное значение на практике, например для движения частиц ВВ с высокой скоростью горения или испаряющихся частиц в поле сильного излучения. Применительно к задаче обтекания Солнца можно сказать, что межзвездный ветер не оказывает силового аэродинамического воздействия на Солнце.

Рассмотрим простой пример, наглядно иллюстрирующий физику данного явления. Пусть сфера радиуса  $R$  обтекается гиперзвуковым потоком газа. Величина силы сопротивления сферы примерно равна  $\rho_{\infty} u_{\infty}^2 \pi R^2$ . Расположим непрерывно по поверхности сферы газодинамические источники, создающие сверхзвуковой поток с плотностью потока импульса по нормали к поверхности, равной  $\rho_{\infty} u_{\infty}^2$ . Включим источники только на теневой стороне сферы. Появляющаяся реактивная сила компенсирует силу сопротивления и сфера сохраняет состояние покоя — этот случай отвечает по-существу обычному способу преодоления сопротивления тела с помощью реактивной тяги.

Теперь включим источники и на стороне сферы, обращенной к набегающему потоку. Ввиду равенства по величине потоков импульса с обеих сторон сфера будет по-прежнему покоиться, ввиду же равенства по величине проекций потоков импульса набегающего потока и встречного потока от сферы набегающий поток отскочит от сферы и перед сферой появится прослойка атмосферного газа, текущего от сферы со сверхзвуковой скоростью (на самом деле для этого необходимо, чтобы плотность потока импульса со сферы несколько превышала  $\rho_{\infty} u_{\infty}^2$ ). При увеличении плотности потока импульсов со сферы (одновременно по всей сфере) ситуация качественно не меняется. Этот случай отвечает рассмотренному выше случаю обтекания сверхзвукового источника.

С точки зрения преодоления сопротивления сферы в обоих случаях достигнут одинаковый результат. Однако второй случай существенно отличается от первого тем, что при  $r_{sa} > r_1$  действующая на сферу сила функционально не зависит от внешних условий, а затрачиваемая при этом мощность больше (~ в 2 раза), чем в первом случае. Отсюда видно, что рассматриваемое явление не содержит парадокса, просто при  $r_{sa} > r_1$  поток импульса с поверхности тела и затрачиваемая мощность соответственно настолько велики, что позволяют телу двигаться в затопленном пространстве независимо от конкретных условий (как в вакууме).

Примечательно, что процесс выхода на эти условия носит пороговый характер (выполнение неравенства  $r_{sa} > r_1$ ).

Отметим некоторые моменты, связанные с движением сверхзвукового источника.

1. Если реактивная сила не равна нулю, источник рано или поздно набирает скорость, при которой давление  $p_a$  становится настолько большим, что волна  $s$  прижимается к телу ( $r_{sa} \rightarrow r_1$ ) и тело испытывает резкое торможение. После этого сверхзвуковая прослойка восстанавливается и тело вступает в новую фазу ускоренного движения и т. д.

2. Сверхзвуковой источник «чувствует» препятствие на конечном расстоянии. Радиус «чувствительности» равен радиусу, на котором повышение давления за волной  $s$  за счет приближения источника к препятствию приводит к нарушению не-

равенства  $r_{sa} > r_1$ . При медленном движении источника радиус «чувствительности» порядка  $r_1$ .

3. Выше неявно предполагалось, что истечение с поверхности сферы квазистационарно, так что за времена, сравнимые со временем установления стационарного сферического течения, которое  $\approx 5r_s/a_{s+}$ , где  $a_{s+}$  — скорость звука за волной  $s$  [6], условия истечения или испарения существенно не меняются. В этом предположении, в частности, написана формула (1). Для независимости параметров вблизи тела от внешних условий квазистационарности, вообще говоря, не требуется, важно лишь, чтобы вокруг тела существовал слой газа, расширяющегося со сверхзвуковой скоростью.

4. В условиях, когда плотность атмосферного газа невелика и его нельзя уже рассматривать как идеальную жидкость, существует проникновение возмущений из внешней среды к источнику [7]. Однако наличие атмосферы, расширяющейся со сверхзвуковой скоростью, всегда будет приводить к уменьшению зависимости силы, действующей на тело, от внешних условий.

В заключение заметим, что рассмотренное явление и все перечисленные выше свойства, которыми обладает сверхзвуковой сферический источник, сохраняются и для тела произвольной формы с атмосферой, расширяющейся со сверхзвуковой скоростью. В данном случае условия, при которых возмущения из внешней среды не достигают поверхности тела, должны уже определяться путем исследования поведения характеристик.

Автор благодарен С. С. Кутателадзе, А. К. Реброву и П. А. Сквородко за полезное обсуждение работы, а также В. Б. Баранову, обратившему внимание автора на исследования по обтеканию Солнца и проявившему внимание к работе.

Поступила 18 VI 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бочкарев А. А., Ребров А. К., Чекмарев С. Ф. О гиперзвуковом сферическом расширении газа со стационарной ударной волной. ПМТФ, 1969, № 5.
2. Анисимов С. И., Размагулина А. Х. Динамика расширения пара при испарении в вакуум. ЖЭТФ, 1973, т. 64, вып. 3.
3. Баранов В. Б., Краснобаев К. В., Куликовский А. Г. Модель взаимодействия солнечного ветра с межзвездной средой. Докл. АН СССР, 1970, т. 193, № 1.
4. Баранов В. Б., Краснобаев К. В. Гидродинамическое торможение солнечного ветра межзвездной средой. В сб.: Аэромеханика и газовая динамика. М., «Наука» 1976.
5. Baranov V. B., Krasnobaev K. V., Ruderman M. S. On the model of the solar wind-interstellar medium interaction with two shock waves. Astrophys. and Space Sci., 1976, vol. 41, No 2.
6. Чекмарев С. Ф. Неустановившееся радиальное расширение газа в затопленное пространство от внезапно включенного стационарного источника. ПМТФ, 1975, № 2.
7. Сквородко П. А., Чекмарев С. Ф. О диффузии тела в сверхзвуковую струю низкой плотности. В сб.: Динамика разреженных газов. Новосибирск, 1976 (Ин-т теплофизики).

УДК 533.6.011.5

### ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЗАВИХРЕННОСТИ НА КРЫЛЕ МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ

В. Н. ГОЛУБКИН

(Москва)

На основе теории тонкого ударного слоя [1-3] получена формула для вычисления поточной составляющей завихренности на крыле малого удлинения в гиперзвуковом потоке газа. Показано, что для определенных форм крыла и режимов обтекания могут появиться зоны с большими локальными значениями вихря, которые, как известно, оказывают существенное влияние на структуру поля течения.

Составляющая вектора завихренности по направлению скорости за головным скачком уплотнения может быть найдена, если известна геометрия скачка [4]. Однако в задачах аэродинамики, как правило, известна форма обтекаемого тела, а конфигурация соответствующего скачка уплотнения в большинстве случаев не может быть найдена аналитически. Это не позволяет судить об интенсивности образующихся за скачком вихрей непосредственно по форме обтекаемого тела.