

3. Нобл Б. Применение метода Винера — Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
 4. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1976.
 5. Соболев С. Л. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1966.

УДК 532.556.2:621.125

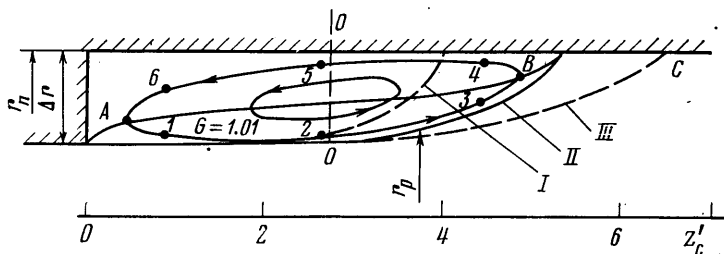
ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ С ВНЕЗАПНЫМ РАСШИРЕНИЕМ

А. В. ГАРКУША, С. И. КУЧЕРЕНКО

(Харьков)

При течении потока в каналах с резким изменением проходной площади наряду с основным потоком, движущимся в продольном направлении, за уступом существует зона, в которой жидкость совершает циркуляционное движение. На границе соприкосновения этих областей образуется свободный турбулентный пограничный слой (слой смешения), характеризующийся резким изменением скорости.

В экспериментальных исследованиях осевых потоков [1-4] были определены структуры потока в канале, длина циркуляционной зоны, вид разделительной линии тока, отделяющей основной поток от области циркуляционного движения, и т. д.



Фиг. 1

Между тем в некоторых отраслях техники необходимо рассчитывать закрученные потоки, обтекающие уступ. Причем данных по таким течениям крайне мало [5-9].

Исследования газодинамических характеристик течения при внезапном расширении закрученного потока проведены на экспериментальной установке, которая состояла из тангенциального завихрителя, позволяющего получить углы закрутки α_0 на входе в кольцевой канал от 90° до 30° , входного и рабочего участков. Угол закрутки отсчитывался от тангенциального направления, а его минимальное значение определялось отсутствием отрыва потока от внутренней цилиндрической поверхности. Рабочий участок имел постоянный наружный и внутренний диаметры ($r_n/r_b=2.25$), а степень расширения канала варьировалась путем изменения наружного диаметра входного участка r_s (фиг. 1). Степень расширения в опытах принимала значения: $n=F_2/F_1=1.16, 1.37$ и 1.67 , а величина $\Delta r/(r_n-r_b)$ соответственно $0.106, 0.212$ и 0.318 , где F_2 и F_1 — кольцевые площади соответственно рабочего и входного участков. Кроме того, исследовалось внезапное расширение в канале при $n=1.44$ и $\alpha_0=17^\circ$.

Основной метод исследования — траверсирование потока пневмометрическими зондами. Траверсирование производилось отдельными трубками с целью получения точечных значений параметров потока, что особенно важно в области смешения, характеризующейся значительным градиентом измеряемых величин. Большая часть опытов проведена при значении безразмерной скорости на входе $\lambda_0=0.4$.

Основные особенности течения закрученных потоков показаны на примере канала со степенью расширения $n=1.37$, для которого на фиг. 1 нанесены линии тока относительного расхода $G'=1.0$, разделяющие циркуляционную зону и основной поток, при углах закрутки на входе $\alpha_0=32, 45$ и 90° , показанные кривыми I, II и III соответственно. Как видно из фиг. 1 увеличение закрутки на входе приводит к уменьшению области обратных токов, причем наиболее интенсивно при значениях

α_0 меньших 45° . Так, при изменении α_0 от 90 до 32° безразмерная длина циркуляционной зоны $z_c' = z_c / \Delta r$, где z_c — длина зоны, Δr — величина уступа, сократилась от 6.5 до 4.05 , т. е. более чем в 1.6 раза. Уменьшение протяженности циркуляционной зоны при увеличении закрутки от 90 до 45° происходит в первую очередь за счет сокращения области, находящейся за сечением $O-O$. Последнее характеризуется максимальным расходом циркулирующей жидкости, а также тем, что в этом сечении расположена ось, вокруг которой происходит вращение жидкости за уступом. При дальнейшем уменьшении угла α_0 происходит сдвиг к уступу не только точки повторного присоединения основного потока C , но и сечения $O-O$.

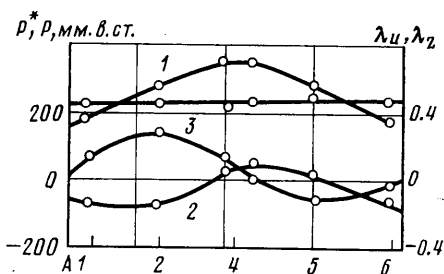
Для анализа взаимодействия основного потока с циркуляционной зоной рассмотрим изменение параметров на линии тока $G'=1.01$. На фиг. 2 приведено распределение избыточного давления торможения P^* , статического давления P , скоростей λ_z и λ_u вдоль развернутой линии тока $G'=1.01$ при $\alpha_0=45^\circ$, $n=1.37$ (кривые 1-4 соответственно). Циркуляционное течение спутной ветви обеспечивается напряжением турбулентного трения в зоне смешения, а в обратной ветви — за счет перепада статического давления между концом и началом области обратных токов. Избыточное давление торможения P^* , начиная от точки поворота обратной ветви циркуляционного течения (точка A), возрастает по мере продвижения жидкости вдоль спутной ветви и максимального значения достигает в точке ее поворота (точка B). На этом участке происходит передача энергии циркуляционному течению от нижележащих слоев жидкости основного потока. После поворота P^* постепенно уменьшается при движении вдоль обратной ветви к уступу. Статическое давление вначале остается практически постоянным, возрастает к концу области обратных токов и уменьшается при обратном течении, обеспечивая возвратное движение жидкости. Осевая скорость спутного течения λ_z имеет максимальное значение в сечении $O-O$. За осью циркуляционной зоны происходит поворот отдельных струй жидкости, растет статическое давление и скорость уменьшается.

После поворота спутной ветви скорость λ_z вследствие падения статического давления вначале увеличивается, достигая максимального значения в середине обратной ветви, и затем уменьшается в направлении уступа. Окружная составляющая скорости λ_u остается практически постоянной вдоль всей линии тока $G'=1.01$. Угол α равен нулю в точках поворота линии тока $G'=1.01$ (точки A и B) и достигает максимальных значений в сечении $O-O$. Характер изменения α вдоль линии тока качественно совпадает с зависимостью λ_z .

Исследуем влияние закрутки потока на кинематические характеристики течения в канале с внезапным расширением. На фиг. 3, 4 показано изменение вдоль радиуса при $n=1.37$ осевой $\lambda_z' = \lambda_z / \lambda_0$ составляющей скорости, а также коэффициента статического давления c_p в двух характерных сечениях: непосредственно за уступом (сплошные линии) и в конце циркуляционной зоны (пунктирные линии). Коэффициент $c_p = 2(P_i - P_0) / \rho C_0^2$, где P_0 и P_i — статические давления на входе в канал и в измеряемой точке, а $\rho C_0^2 / 2$ — динамический напор на входе. Цифрами обозначено: 1 — $\alpha_0=90$, 2 — 45 , 3 — 32° , а ордината $r' = (r - r_b) / (r_n - r_b)$.

В основном потоке за уступом можно выделить ядро течения с постоянной по высоте канала осевой скоростью (фиг. 4) и область смешения, в которой происходит ее резкое уменьшение. В зоне обратного течения скорость λ_z' также постоянна вдоль радиуса. В сечениях, расположенных в конце циркуляционной зоны, значения λ_z' (фиг. 4) несколько меньше, чем в сечениях непосредственно за уступом, что вызвано увеличением проходной площади и ростом статического давления в связи с подъемом потока к периферии. При малых углах α_0 начинает проявляться тенденция к отрыву основного потока от втулки, вызывающая снижение λ_z' в корневых сечениях, что хорошо иллюстрируют кривые λ_z' для $\alpha_0=32^\circ$. В циркуляционной зоне за сечением $O-O$ нельзя выделить ядро постоянных осевых скоростей. Максимального значения скорость λ_z' обратной ветви достигает в сечении $O-O$ и ее величина не зависит от степени закрутки потока на входе. Таким образом, можно констатировать, что область за уступом, ограниченная разделительной линией $G'=1.0$, заполнена жидкостью, совершающей циркуляционное движение в осевом направлении и вращательное движение относительно оси канала с постоянной скоростью λ_u' .

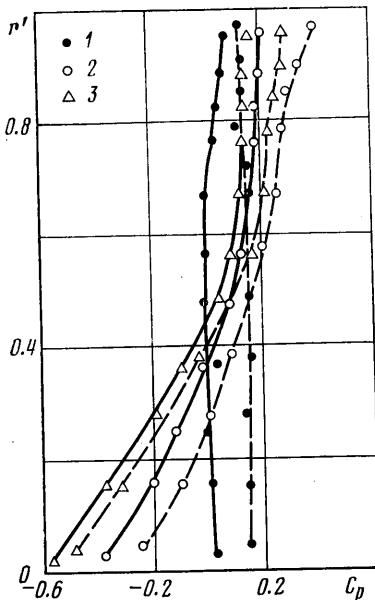
Опыты, проведенные с затопленными турбулентными струями и со струями, распространяющимися в спутном и встречном потоках [1, 8], показали, что профили избыточных скоростей имеют универсальную форму для начального и основного участков. В работе [10] для начальной области течения за кормой плохо обтекаемого



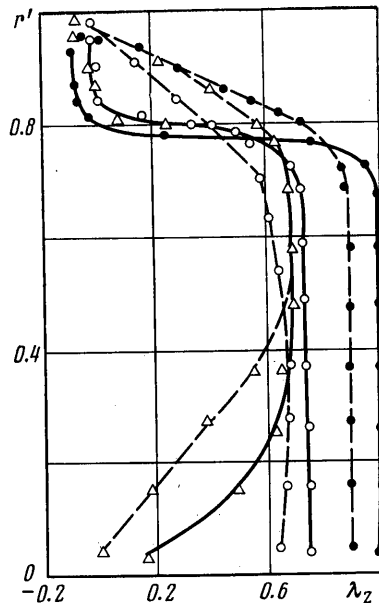
Фиг. 2

тела показано, что, несмотря на наличие циркуляционной зоны, профили безразмерной избыточной скорости соответствуют скоростям пограничного слоя обычной струи. При обработке результатов данного эксперимента изменение осевой скорости за уступом в области турбулентного свободного пограничного слоя было выражено функцией F , а безразмерная координата точки — функцией η [10].

В связи с тем что непосредственно за уступом существует ядро постоянных осевых скоростей, зависимость $F=f(\eta)$ для слоя смещения, образующегося за уступом при обтекании его закрученным потоком, оказалась универсальной при всех исследованных значениях степени расширения и угла α_0 . Это свидетельствует о подобии



Фиг. 3



Фиг. 4

течения при обтекании уступа закрученным потоком в различных участках зоны смещения до сечения $O-O$.

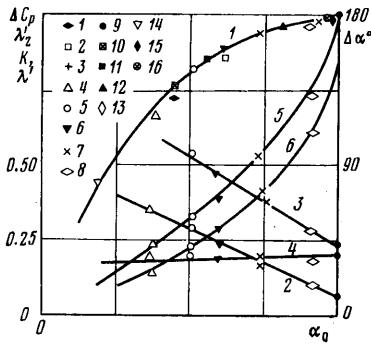
В отличие от обтекания уступа прямолинейным потоком, для которого характерен продольный градиент статического давления между концом и началом циркуляционной зоны, в закрученном потоке под влиянием центробежных сил дополнительно появляется поперечный градиент давления. С уменьшением угла α_0 градиент давления по высоте канала растет (фиг. 3), соответственно этому увеличивается разность давлений вдоль зоны обратных токов, которая препятствует распространению циркуляционной зоны в осевом направлении. Влияние угла закрутки на длину области обратных токов $K=z_c'/(z_c')_{\alpha_0=90^\circ}$ (кривая 1) и перепад давлений $\Delta c_p = c_{pк} - c_{pн}$, где $c_{pк}$ и $c_{pн}$ — коэффициенты давлений соответственно в конце и в начале циркуляционной области (кривая 2), иллюстрирует фигура 5. Здесь значения z_c' при различных α_0 отнесены к длине циркуляционной зоны при $\alpha_0=90^\circ$, которая в опытах оказалась равной 6,5. На фиг. 5 точки 1–3 соответствуют опытам при $n = -1.16$ и $\alpha_0 = 38, 53, 80^\circ$; точки 4–9 — $n = 1.37$ и $\alpha_0 = 32, 45, 52, 66, 80, 90^\circ$; точки 10–13 — $n = 1.67$ и $\alpha_0 = 38, 48, 70, 90^\circ$, точка 14 — $n = 1.44$ и $\alpha_0 = 17^\circ$; точки 15, 16 — при $\alpha_0 = 90^\circ$ и $n = 1.25$ и 1,5 (плоская модель внезапного расширения [11]). На всех последующих фигурах обозначения такие же, как на фиг. 5. Из фиг. 5 видно, что при уменьшении α_0 от 90 до 32° коэффициент Δc_p вырос в 3 раза, а относительная длина $z_c'/(z_c')_{\alpha_0=90^\circ}$ циркуляционной области сократилась от 1 до 0,65. Увеличение угла закрутки до 17° приводит к тому, что протяженность области обратных токов составляет только 45% от z_c' при $\alpha_0=90^\circ$. С увеличением степени расширения n растет абсолютная длина циркуляционной зоны, однако в выбранных безразмерных координатах зависимость длины циркуляционной зоны от угла закрутки, как видно из фиг. 5, оказывается универсальной при исследованных степенях расширения ($n \leq 1.67$) и может быть аппроксимирована выражением

$$(1) \quad z_c' = 6.5 \sin^{0.6} \alpha_0$$

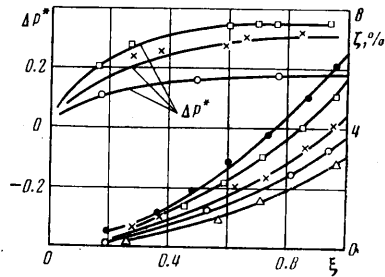
На фиг. 5 показано влияние угла закрутки потока на входе в канал с внезапным расширением при $n = 1.37$ на значение максимальных скоростей обратного течения

в сечении $O-O$: λ' (кривая 3), λ_z' (кривая 4). Обращает на себя внимание тот факт, что осевая составляющая скорости λ_z' не зависит от угла закрутки и для данного значения n составляет 0.18 от скорости на входе. Наличие закрутки приводит к увеличению максимальной скорости обратного течения (кривая 3), достигающей при $\alpha_0=32^\circ$ значения $0.6 \lambda_0$. Таким образом, циркуляционная зона за уступом при закрученном потоке обладает значительным запасом энергии по сравнению с осевым течением.

Рассмотрим изменение направления скорости спутной ветви на линии тока $G'=1.01$ в случае осевого и закрученного потоков (фиг. 5). При $\alpha_0=90^\circ$ вектор скорости в точке A перпендикулярен транзитной струе. Затем под воздействием основного потока он поворачивается на угол 90° до совпадения с его направлением. В конце



Фиг. 5



Фиг. 6

циркуляционной зоны, в точке B , угол между вектором скорости на линии тока $G'=1.01$ и основным потоком становится также равным 90° , но имеет противоположный знак. Таким образом, при осевом потоке угол поворота вектора скорости $\Delta\alpha$ для каждой частицы жидкости составляет 180° .

В случае закрученного течения основной поток встречается со спутным под меньшим углом. Если угол α_0 спутной ветви в точке A всегда равен нулю, то угол выхода основного потока в этом сечении тем меньше, чем больше закрутка. Например, при $\alpha_0=45^\circ$ угол встречи основного потока и спутной ветви циркуляционного движения составляет 45° . По мере продвижения спутной ветви в направлении основного потока угол α на линии тока $G'=1.01$ увеличивается до 30° в сечении $O-O$, а затем уменьшается до нуля в точке B . Следовательно, полный угол поворота вектора скорости в этом случае составляет 60° . Зависимость угла поворота вектора скорости $\Delta\alpha$ на спутной линии тока $G'=1.01$ от степени закрутки потока приведена на фиг. 5 (кривая 5). Увеличение закрутки приводит к уменьшению угла поворота и обратной ветви циркуляционного течения (фиг. 5, кривая 6).

В основном потоке падение давления торможения происходит преимущественно в окрестности разделительной линии тока. Уменьшение давления торможения удобно характеризовать безразмерным коэффициентом $\Delta P^* = 2(P_0^* - P_i^*) / \rho C_0^2$, где P_0^* и P_i^* — давления торможения в сечении уступа и в измеряемой точке на линии тока $G'=1$.

На фиг. 6 показано изменение коэффициента ΔP^* по длине циркуляционной зоны при различных значениях угла закрутки. Наибольшее падение энергии основного потока происходит в начале циркуляционной зоны до $\xi = z/z_c = 0.5$, где z — расстояние от уступа до измеряемой точки на разделительной линии тока. Именно на этом участке потоку приходится приводить в движение и разгонять спутную ветвь циркуляционного течения. Падение энергии происходит и при дальнейшем движении, но уже не с такой интенсивностью. Особенно велика роль закрутки в уменьшении давления торможения на разделительной линии тока. Так, при $\alpha_0=45^\circ$ коэффициент ΔP^* при $\xi=0.5$ в 2.2 раза меньше, чем при $\alpha_0=80^\circ$.

Энергия основного потока, затрачиваемая на поддержание циркуляционного движения, равна разности энергий ядра постоянной массы в начале канала и в мерном сечении. Величина потеря энергии определялась для каждой струйки тока по измеренной λ_i и теоретической λ_{Ti} скорости течения, определенной по статическому давлению в данной точке и давлению торможения на входе: $\xi_i = 1 - (\lambda_i / \lambda_{Ti})^2$, а интегральная потеря энергии в каждом сечении по формуле

$$\xi = \frac{\sum \xi_i G_i \lambda_{Ti}^2}{\sum G_i \lambda_{Ti}^2}$$

где G_i — расход газа в соответствующей струйке.

Типичная зависимость изменения интегральных потерь энергии основного потока по длине циркуляционной зоны для $n=1.37$ представлена на фиг. 7. Как следует из фигуры, при изменении α_0 от 90° до 32° коэффициент потерь энергии в конце циркуляционной зоны ($\xi=1$) уменьшился в 2.3 раза (от 6.7 до 2.9%). Экспериментальные кривые, приведенные на фиг. 7, ложатся на одну линию, если отнестись интегральные потери энергии в сечениях к потере энергии в конце циркуляционной зоны. На фиг. 7 приведено изменение указанного относительного коэффициента потерь энергии ζ' в пределах области обратных токов (кривая 1). В таком виде ζ' не зависит от степени расширения канала и угла закрутки потока на входе и связан с длиной циркуляционной зоны соотношением $\zeta' = \xi^{1.75}$.

Линейный характер изменения коэффициента интегральных потерь энергии в конце циркуляционной зоны от α_0 при различных значениях n позволяет описать все экспериментальные точки одной зависимостью.

Из $\zeta' = \xi^{1.75}$ с учетом этого соотношения получено выражение для коэффициента интегральных потерь энергии основного потока в любом сечении циркуляционной зоны

$$(2) \quad \zeta = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{2.1} \frac{2\alpha_0}{\pi} \xi^{1.75}$$

Максимальный расход циркулирующей жидкости G_c' , отнесенный к расходу основного потока, определяется поперечной площадью сечения $O-O$ и скоростью λ_z' . При увеличении закрутки, несмотря на уменьшение длины циркуляционной зоны, поперечный размер сечения $O-O$ остается неизменным. Осевая скорость обратного течения, как было показано выше, также не зависит от угла закрутки α_0 , что приводит к постоянству G_c' . Исследования обтекания уступа плоским [11], и осесимметричным закрученным потоком позволили получить зависимость расхода в зоне циркуляции от степени расширения канала.

Изменение G_c' линейно относительно n и не зависит от величины закрутки и типа канала, в котором происходит обтекание уступа:

$$(3) \quad G_c' = 0.107(n-1)$$

Представляет значительный интерес определение координат разделительной линии тока $G'=1.0$.

На фиг. 7 показано изменение радиуса граничной линии тока по длине области отрыва в функции ξ при всех значениях степени расширения канала и закрутки потока на входе, который представлен в безразмерном виде $\Delta r_p' = (r_p - r_s) / \Delta r$ (кривая 2). Как видно из фиг. 7, закрученная струя, попадая в рабочий участок, продолжает некоторое время двигаться прямолинейно до $\xi=0.4$ и лишь затем начинает расширяться к периферии. Поэтому на участке $0 \leq \xi \leq 0.4$ выражение для радиуса разделительной линии тока $G'=1.0$ имеет вид: $r_p = r_s$.

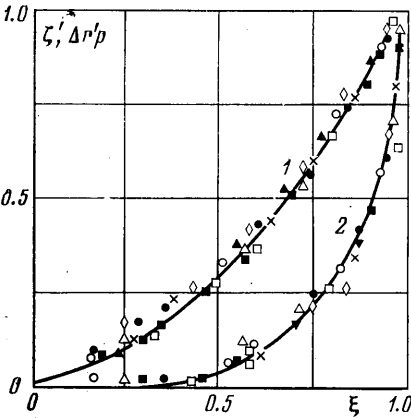
Приращение радиуса разделительной линии тока на отрезке $\xi=0.4-1.0$ может быть аппроксимировано зависимостью

$$(4) \quad \Delta r_p' = \xi^{5.14} + 1.54(\xi - 0.4)^3 \sin 9(\xi - 0.4)^{0.88}$$

Поступила 28 VI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
2. Гольдштик М. А., Силантьев Б. А. О влиянии загромождения канала на движение жидкости в зоне отрыва за плохо обтекаемыми телами. ПМТФ, 1967, № 1.
3. Горелов Г. М., Трянов А. Е. Течение при внезапном расширении канала. Изв. вузов, Авиационная техника, 1970, № 3.
4. Сударев А. В., Маев В. А. Длина зоны отрыва за плохо обтекаемым телом в ограниченном потоке. Инж.-физ. ж., 1972, т. 23, № 2.
5. Будунов Н. Ф., Шахин В. М. Закрученное течение в круглой трубе переменного сечения при наличии отрыва. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. н., 1971, вып. 3, № 13.
6. Будунов Н. Ф. Закрученное течение в осесимметричном канале переменного сечения. В сб.: Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта и его промышленного применения. Куйбышев, 1974.



Фиг. 7

7. Политов В. С., Кузнецов Г. Ф. О гидравлических сопротивлениях цилиндрических камер с закрученным потоком рабочего тела. В сб.: Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта и его промышленного применения. Куйбышев, 1974.
8. Корст Г. Теория определения донного давления в околозвуковом и сверхзвуковом потоках. Механика. Сб. перев. и обзоров иностр. период. лит-ры, 1957, № 5.
9. Силантьев Б. А. Экспериментальное исследование турбулентного обмена на границе зоны отрыва. ПМТФ, 1966, № 5.
10. Абрамович Г. Н., Макаров И. С., Худенко Б. Г. Турбулентный след за плохо обтекаемым телом в ограниченном потоке. Изв. вузов, Авиационная техника, 1961, № 1.
11. Шнез Я. И., Гаркуша А. В., Кучеренко С. И. Об одном способе уменьшения потерь энергии при внезапном расширении потока. Энергетическое машиностроение. Респ. межвед. темат. научно-техн. сб., 1976, вып. 22.

УДК 532.592

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА В ДИНАМИКЕ ГРАВИТИРУЮЩЕГО ГАЗА

А. Н. ГОЛУБЯТНИКОВ, А. Л. КАЛАМКАРОВ

(Москва)

В рамках ньютоновской механики рассматривается сферически-симметричная задача об адиабатическом движении гравитирующего совершенного газа при наличии ударной волны, возникающей в результате неоднородного гравитационного коллапса или точечного взрыва. Следуя методу [1, 2], строится система интегродифференциальных неравенств, определяющих, в частности, закон движения ударной волны по известному начальному состоянию газа.

В качестве примеров исследованы некоторые автомоделные и предельные к ним решения задачи о гравитационном сжатии пыли с образованием сильной ударной волны, возможно с выделением энергии; автомоделная задача о точечном взрыве в покоящемся газе, а также задача о равновесии газового шара при $\gamma=4/3$ и произвольном распределении энтропии. В этих случаях неравенства сводятся к алгебраическим и решаются численно.

1. В лагранжевых переменных (t — время, m — масса шара радиуса $r(m, t)$) уравнения адиабатического сферически-симметричного движения гравитирующего совершенного газа и условия на разрыве имеют вид

$$(1.1) \quad \dot{r} + 4\pi r^2 p' + \frac{km}{r^2} = 0, \quad p = (\gamma - 1) f(m) \rho^\gamma, \quad \rho = \frac{1}{4\pi r^2 r'}$$

$$(1.2) \quad [r]_1^2 = [\dot{M} - 4\pi r^2 p]_1^2 = \left[\dot{M} \left(\frac{\dot{r}^2}{2} + \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} \right) - 4\pi r^2 \dot{r} p \right]_1^2 = 0$$

где p — давление, ρ — плотность, $\dot{r} \equiv \partial r / \partial t$, $r' \equiv \partial r / \partial m$, функция $f(m)$ связана с распределением энтропии, $m = M(t)$ — закон движения ударной волны, k — гравитационная постоянная. Индексами 1, 2 обозначены соответственно состояния газа перед и за ударной волной.

Для построения неравенств рассмотрим интегральное уравнение энергии и уравнение вириала. В случае расходящейся ударной волны в области за ударной волной

$$(1.3) \quad E \equiv T + U - kV = E_0 + \int_0^t \left[\left(\frac{\dot{r}^2}{2} + \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} - \frac{kM}{R} \right) \dot{M} - 4\pi R^2 \dot{r} p \right]_1 d\tau$$

$$(1.4) \quad \Psi \equiv 2T + 3(\gamma - 1)U - kV = \frac{1}{2} (I - R^2 \dot{M})' - R(\dot{r} \dot{M} - 4\pi R^2 p)_1$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^M \dot{r}^2 dm, \quad U = \int_0^M \frac{f(m) dm}{(4\pi r^2 r')^{\gamma-1}}$$