

УДК 532.529.5 : 533.6.011.72

**СТРУКТУРА СЛАБЫХ УДАРНЫХ ВОЛН ПРИ ФАЗОВЫХ
ПЕРЕХОДАХ ПЕРВОГО РОДА**

Г. М. АРУТЮНЯН, С. Т. ОВСЕПЯН

(*Москва, Ереван*)

В работе дано аналитическое решение задачи о структуре слабых ударных волн с фазовыми переходами первого рода, основанное на использовании концепции второй вязкости Мандельштама — Леонтиевича — Дьякова. Исследованы кинетические и термодинамические характеристики задачи, а также условие применимости концепции второй вязкости. Показано, что полученное решение существенно упрощается, если парообразную фазу считать совершенным газом. Приведены результаты расчетов для системы «вода — водяной пар».

1. Постановка задачи. Известно [1, 2], что если по релаксирующющей среде распространяется ударная волна и время релаксации много больше времен молекулярных соударений, то это приводит к существенному увеличению ширины ударной волны. Структура ударной волны в таких случаях обычно исследуется при помощи численного интегрирования уравнений гидродинамики совместно с уравнениями кинетики [3—8].

В работе [9] было показано, что для слабых ударных волн в ряде случаев возможно аналитическое решение задачи. Действительно, если состояние вещества в ударной волне изменяется медленно по отношению к установлению равновесия, то при описании процесса релаксации можно воспользоваться методом Мандельштама — Леонтиевича. При этом второй коэффициент вязкости среды определяется формулой [10]

$$(1.1) \quad \zeta = \tau \rho (u_\infty^2 - u_0^2)$$

где τ — время релаксации, ρ — плотность вещества, u_∞ — замороженная, а u_0 — равновесная скорость звука.

Будучи обычно того же порядка, что и коэффициенты первой вязкости и теплопроводности, вторая вязкость ζ аномально превосходит последние, когда τ много больше времен молекулярных соударений. При этом можно пользоваться обычными соотношениями гидродинамической теории структуры слабых ударных волн [11], в которых следует пренебречь первой вязкостью и теплопроводностью. Тогда для давления в ударной волне и ее ширины соответственно будем иметь

$$(1.2) \quad p = \frac{1}{2} [p_0 + p_1 + (p_1 - p_0) \operatorname{th}(\xi/8)]$$

$$(1.3) \quad \delta = 4V^3 \zeta / u_0^3 (\partial^2 V / \partial p^2), \Delta p$$

Здесь $\Delta p = p_1 - p_0$ — перепад давления в ударной волне, V , s — удельный объем и энтропия, а ζ определяется формулой (1.1).

Поскольку (1.1) справедливо, если состояние среды в ударной волне изменяется медленно по отношению к установлению равновесия, то это означает, что $\delta \gg u_0 \tau$. Используя в последнем неравенстве (1.1) и (1.3), заключаем, что для применимости концепции второй вязкости необходимо

$$(1.4) \quad \Delta p \ll 4V^2 (u_\infty^2 - u_0^2) / u_0^4 (\partial^2 V / \partial p^2)$$

Таким образом, задача о структуре слабых ударных волн в релаксирующих средах действительно допускает аналитическое решение, если известны входящие в (1.1)–(1.4) значения τ , u_∞ , u_0 , $(\partial^2 V / \partial p^2)_s$. Пример такого аналитического решения впервые был дан в работах [12, 13] для двухкомпонентных сред, в которых при ударном сжатии возникает релаксационный процесс теплообмена между компонентами.

В данной работе аналогичная задача решается применительно к средам, в которых возможны фазовые переходы первого рода. Очевидно, что при сжатии в ударной волне в таких средах будет нарушаться термодинамическое равновесие и возникнет релаксационный процесс перехода в новое равновесное состояние с иной концентрацией фаз и температурой.

Представим такую среду как систему, состоящую из частиц жидкости (первая фаза) радиуса r , однородно распределенных в парах (вторая фаза). Будем также считать, что масштаб неоднородности среды мал по сравнению с шириной ударной и длиной звуковой волн и что в процессе сжатия вещество остается двухфазным.

2. Время релаксации. Пусть двухфазная система «жидкость — пар» находится в состоянии термодинамического равновесия, отвечающего некоторой точке p_0 , T_0 кривой равновесия Клапейрона — Клаузиуса [14]. При этом число молекул, падающих в единицу времени на единицу поверхности жидкости из насыщенного пара, равно числу молекул, покидающих за это же время поверхность жидкости. Если бы все молекулы пара «прилипали» к поверхности жидкости, то это число определялось числом ударов молекул пара о единицу поверхности жидкости в единицу времени. С учетом же отражения части молекул от этой поверхности и в рамках приближения совершенного газа (которым в дальнейшем будем пользоваться) число ударов будет определяться по формуле [14]

$$(2.1) \quad n = \alpha p_0 / \sqrt{2 \pi m k T_0}$$

где m — масса молекулы вещества, k — постоянная Больцмана, α — коэффициент конденсации пара.

Допустим теперь, что происходит очень быстрое, но слабое сжатие такого равновесного вещества. Настолько быстро, что параметры пара адиабатически возрастают на Δp и ΔT , и одновременно настолько слабое, что при этом

$$(2.2) \quad \Delta p / p_0 \ll 1, \quad \Delta T / T_0 \ll 1$$

Рассмотрим столбик такого вещества с единичным поперечным сечением, считая, что одна его часть занята только жидкостью, а другая — только парами и что в исходном равновесном состоянии пары занимают объем v_0 . Пусть после сжатия из паров в жидкость переходит больше молекул, чем из жидкости в пары. Очевидно, что давление паров начнет при этом постепенно падать, пока не будет снова восстановлено равновесие между фазами. Исходя из сказанного, за искомое время релаксации следует принять время, в течение которого избыточное давление паров уменьшится в e раз.

Если число молекул паров в рассматриваемом объеме равно N и $\sqrt{2 \pi m k} / \alpha = c$, то на основании (2.1) можно утверждать, что скорость уменьшения количества молекул паров сразу после сжатия будет определяться соотношением

$$(2.3) \quad dN/dt = [p_0 T_0^{-1/2} - (p_0 + \Delta p) (T_0 + \Delta T)^{-1/2}] c^{-1}$$

Будем считать, что эта скорость и исходная избыточная температура паров не изменяются со временем. Можно показать, что эти допущения, упрощая расчеты, не будут влиять на правильность оценки порядка величины времени релаксации.

Ввиду (2.2) в последующих рассуждениях будем пользоваться соответствующими процедурами разложения с сохранением лишь членов порядка Δp . Поскольку в силу адиабатичности исходного сжатия $\Delta T/T_0 = [(\gamma-1)/\gamma p_0] \Delta p$, то из (2.3) заключаем

$$(2.4) \quad dN/dt = -[(\gamma+1)/2\gamma cT_0^{1/2}] \Delta p$$

где γ — показатель адиабаты паров.

Проинтегрируем теперь (2.4) и затем перейдем от числа молекул к массе паров. Обозначив через M_0 начальное значение массы паров, получаем

$$(2.5) \quad M = M_0 - [(\gamma+1)m\Delta p] (2\gamma c\sqrt{T_0})^{-1} t$$

Воспользовавшись далее уравнением состояния паров сразу после сжатия, и при произвольном t и, учитывая (2.5), можно показать, что

$$(2.6) \quad \Delta p/\Delta p(t) = [1 - (\gamma+1)m p_0 (2\gamma c M_0 \sqrt{T_0})^{-1} t]^{-1}, \quad \Delta p(t) = p(t) - p_0$$

Искомое время релаксации теперь легко найти из (2.6), приравняв его левую часть e . В результате получаем

$$\tau = 1.26 \gamma v_0 [\alpha(\gamma+1)]^{-1} \sqrt{2\pi\mu/RT}$$

где μ — молекулярный вес паров, R — универсальная газовая постоянная, а индекс «0» при T опускается. Переход от рассмотренной модели к реальной смеси частиц жидкости и паров приводит к следующей окончательной формуле:

$$(2.7) \quad \tau = 1.26 \gamma r [3\alpha(\gamma+1)]^{-1} \sqrt{2\pi\mu/RT} [\varepsilon/(1-\varepsilon)]$$

где ε — объемная концентрация паров в смеси.

3. Замороженная и равновесная скорости звука. Обозначим через x массовую концентрацию паров в смеси. Тогда

$$(3.1) \quad V = (1-x)V_1 + xV_2, \quad s = (1-x)s_1 + xs_2$$

где V_i , s_i ($i=1, 2$) — удельные объем и энтропия соответственно первой и второй фаз.

Поскольку U_∞ — это скорость звука при столь быстрых изменениях состояния в звуковой волне, что не успевает произойти ни теплообмена между фазами, ни фазовых переходов ($x=\text{const}$), то из общего определения скорости звука с учетом (3.1) будем иметь

$$(3.2) \quad U_\infty^{-1} = \{-[(1-x)(\partial V_1/\partial p)_s + x(\partial V_2/\partial p)_s]\}^{1/2}/V$$

Учитывая далее, что для любого вещества [14] $(\partial V/\partial p)_s = 1/\gamma(\partial V/\partial p)_T$, $\gamma = c_p/c_v$, где c_p и c_v — удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме, а для рассматриваемой смеси

$$V = 1/\rho, \quad \rho = (1-\varepsilon)\rho_1 + \varepsilon\rho_2, \quad x = \varepsilon\rho_2 / [(1-\varepsilon)\rho_1 + \varepsilon\rho_2]$$

из (3.2), как и в работах [12, 13], для замороженной скорости звука получаем

$$(3.3) \quad U_\infty^{-2} = -[(1-\varepsilon)\rho_1 + \varepsilon\rho_2] \{[(1-\varepsilon)\rho_1/\gamma_1](\partial V_1/\partial p)_T + (\varepsilon\rho_2/\gamma_2)(\partial V_2/\partial p)_T\}$$

Выражение для равновесной скорости звука при фазовых переходах первого рода определялось, например, в [11] и, если перейти в нем от x к ε , имеет вид

$$(3.4) \quad U_0^{-2} = -[(1-\varepsilon)\rho_1 + \varepsilon\rho_2][(1-\varepsilon)\rho_1 f_1(p, T) + \varepsilon\rho_2 f_2(p, T)]$$

$$(3.5) \quad f_i(p, T) = (\partial V_i/\partial p)_T + 2q^{-1}T(V_2 - V_1)(\partial V_i/\partial T)_p - \\ - c_{p,i}q^{-2}T(V_2 - V_1)^2 \quad (i=1, 2)$$

Здесь q — удельная скрытая теплота фазового перехода.

4. Определение $(\partial^2 V / \partial p^2)_s$. Поскольку в основе настоящего исследования лежит предположение о медленном изменении состояния среды в ударной волне по отношению к установлению равновесия, то производная $(\partial^2 V / \partial p^2)_s$ должна быть определена исходя из того, что при внешних адиабатических сжатиях и разрежениях система остается при одинаковых для обеих фаз значениях p и T . А так как при равновесии фаз [14] $T = T(p)$, то из приводимого в [11] выражения для $(\partial V / \partial p)_s$ и второго из соотношений (3.1) имеем

$$(4.1) \quad (\partial V / \partial p)_s = f = (1-x)f_1(p, T(p)) + xf_2(p, T(p)), \\ s = (1-x)s_1(p, T(p)) + xs_2(p, T(p))$$

Из (4.1) видно, что для определения $(\partial^2 V / \partial p^2)_s$ удобно перейти от p, s к переменным p, x . Нетрудно показать, что

$$(4.2) \quad (\partial^2 V / \partial p^2)_s = (\partial f / \partial p)_s = (\partial f / \partial p)_x - [(\partial f / \partial x)_p (\partial s / \partial p)_x / (\partial s / \partial x)_p]$$

Определим входящие в правую часть (4.2) частные производные f и s из выражений (4.1) для этих функций. Тогда, как нетрудно убедиться,

$$(4.3) \quad \left(\frac{\partial^2 V}{\partial p^2} \right)_s = (1-x) \left[\frac{df_1}{dp} - \frac{f_2-f_1}{s_2-s_1} \frac{ds_1}{dp} \right] + x \left[\frac{df_2}{dp} - \frac{f_2-f_1}{s_2-s_1} \frac{ds_2}{dp} \right]$$

$$(4.4) \quad \frac{df_i}{dp} = \left(\frac{\partial f_i}{\partial p} \right)_T + \left(\frac{\partial f_i}{\partial T} \right)_p \frac{dT}{dp},$$

$$\frac{ds_i}{dp} = \left(\frac{\partial s_i}{\partial p} \right)_T + \left(\frac{\partial s_i}{\partial T} \right)_p \frac{dT}{dp} \quad (i=1, 2)$$

Используем (3.5) в первом из выражений (4.4) и известные термодинамические соотношения $(\partial s / \partial p)_T = -(\partial V / \partial T)_p$, $T(\partial s / \partial T)_p = c_p$ — во втором из них. Учитывая, кроме того, что при фазовом равновесии [14]

$$\partial p / \partial T = q / T (V_2 - V_1), \quad q = T(s_2 - s_1)$$

и считая, что c_{p1} , c_{p2} и $q = \text{const}$, из (4.3) в результате получаем

$$(4.5) \quad (\partial^2 V / \partial p^2)_s = (1-x)F_1(p, T(p)) + xF_2(p, T(p))$$

$$(4.6) \quad F_i(p, T) = \left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial p^2} \right)_T + AB \left(\frac{\partial V_i}{\partial T} \right)_p + 3D \frac{\partial^2 V_i}{\partial p \partial T} - \frac{2ADc_{pi}}{q} + \\ + D \left[\left(\frac{2D}{T} + BC \right) \left(\frac{\partial V_i}{\partial T} \right)_p + 2D \left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial T^2} \right)_p - \frac{D^2 c_{pi}}{T^2} - \frac{2CDc_{pi}}{q} \right] - \\ - \frac{B}{2} \left(A + 2CD + \frac{D^2 E}{T} \right) \left[\frac{Dc_{pi}}{T} - \left(\frac{\partial V_i}{\partial T} \right)_p \right] \quad (i=1, 2)$$

$$(4.7) \quad A = \left(\frac{\partial V_2}{\partial p} \right)_T - \left(\frac{\partial V_1}{\partial p} \right)_T, \quad B = \frac{2T}{q}, \quad C = \left(\frac{\partial V_2}{\partial T} \right)_p - \left(\frac{\partial V_1}{\partial T} \right)_p, \\ D = \frac{T(V_2 - V_1)}{q}, \quad E = c_{p1} - c_{p2}$$

5. Случай, когда вторая фаза — совершенный газ. Для практических расчетов можно считать, что жидкую фазу рассматриваемых сред несжимаема, а парообразная — совершенный газ. Это позволяет существенно упростить полученные соотношения (3.3) — (3.5) и (4.5) — (4.7). Положив

в них

$$(\partial V_i / \partial p)_T = (\partial V_i / \partial T)_p = (\partial^2 V_i / \partial p^2)_T = (\partial^2 V_i / \partial T^2)_p = \partial^2 V_i / \partial p \partial T = 0$$

и используя для второй фазы уравнение состояния $pV_2 = (R/\mu)T$, в результате получаем

$$(5.1) \quad U_\infty = \{ \gamma \varepsilon^{-1} p / [(1-\varepsilon)\rho_1 + \varepsilon\rho_2] \}^{1/2}$$

$$(5.2) \quad u_0 = \left\{ [(1-\varepsilon)\rho_1 + \varepsilon\rho_2] \left[\frac{(1-\varepsilon)c_{p1}\rho_1\mu p}{q^2\rho_2^3 R} + \right. \right. \\ \left. \left. + \varepsilon \left(\frac{1}{p} - \frac{2}{q\rho_2} + \frac{c_{p2}\mu p}{q^2\rho_2^2 R} \right) \right] \right\}^{-1/2}$$

$$(5.3) \quad \left(\frac{\partial^2 V}{\partial p^2} \right)_s = \frac{(1-\varepsilon)c_{p1}\rho_1\mu}{q^2\rho_2^3 R [(1-\varepsilon)\rho_1 + \varepsilon\rho_2]} \left[3 - \frac{5p}{q\rho_2} + \right. \\ \left. + \frac{(c_{p2}-c_{p1})\mu p^2}{q^2\rho_2^2 R} \right] + \frac{\varepsilon c_{p2}\rho_2\mu}{q^2\rho_2^3 R [(1-\varepsilon)\rho_1 + \varepsilon\rho_2]} \left[3 + \right. \\ \left. + \frac{2q^2\rho_2^2 R}{c_{p2}\mu p^2} - \frac{6q\rho_2 R}{c_{p2}\mu p} + \frac{6R}{c_{p2}\mu} - \frac{1}{q\rho_2} \left(6 - \frac{c_{p1}}{c_{p2}} \right) p + \frac{(c_{p2}-c_{p1})\mu p^2}{q^2\rho_2^2 R} \right]$$

Для состояний, близких к границе между областями двухфазности и чистого пара [15], т. е. при $\varepsilon \rightarrow 1$, из (5.1) – (5.3) получаем¹:

$$(5.4) \quad u_\infty = \left(\frac{\gamma p}{\rho_2} \right)^{1/2}, \quad u_0 = \left(\frac{\rho_2}{p} - \frac{2}{q} + \frac{c_{p2}\mu p}{q^2\rho_2 R} \right)^{-1/2}$$

$$(5.5) \quad \left(\frac{\partial^2 V}{\partial p^2} \right)_s = \frac{c_{p2}\mu}{q^2\rho_2^3 R} \left[3 + \frac{2q^2\rho_2^2 R}{c_{p2}\mu p^2} - \frac{6q\rho_2 R}{c_{p2}\mu p} + \frac{6R}{c_{p2}\mu} - \right. \\ \left. - \frac{1}{q\rho_2} \left(6 - \frac{c_{p1}}{c_{p2}} \right) p + \frac{(c_{p2}-c_{p1})\mu p^2}{q^2\rho_2^2 R} \right]$$

В формуле (5.1) γ – показатель адиабаты паров жидкости.

На фиг. 1–5 приведены результаты расчетов значений U_∞ , U_0 , ψ , $\Delta p\delta$ и δ/δ_0 для системы вода – водяной пар. При этом ψ – правая часть (1.4), разделенная на p , а δ_0 – ширина ударной волны в чистом водяном паре, определяемая при помощи обычной формулы гидродинамической теории структуры слабых ударных волн [11] (в ней оба коэффициента вязкости принимаются имеющими одинаковый порядок величины). Необходимые данные о свойствах воды и водяного пара заимствовались из [16, 17]. Полагалось, что $r=10^{-4}$ см, а $\alpha=1/2$ [18]. Расчеты проводились для значений p и T невозмущенной среды, равных соответственно $3.78 \cdot 10^{-2}$ бар, 300°K (кривые 1, $\Delta p\delta_0=18.3$ г/сек 2); 1.01 бар, 373°K (кривые 2, $\Delta p\delta_0=22.9$ г/сек 2) и 8.5 бар, 446°K (кривые 3, $\Delta p\delta_0=32.2$ г/сек 2). Данные на фиг. 1, 2 и 4 приведены в системе CGS.

Видно, что с уменьшением содержания жидкой фазы на пять порядков значения U_∞ и U_0 монотонно растут, тогда как значение ψ монотонно падает. Обращает на себя внимание, что значения δ намного превосходят δ_0 и что эта разница особенно велика в случае высоких температур. Заметим также, что в отличие от терморелаксирующих систем [12, 13], для которых имеет место максимум, в нашем случае δ монотонно растет.

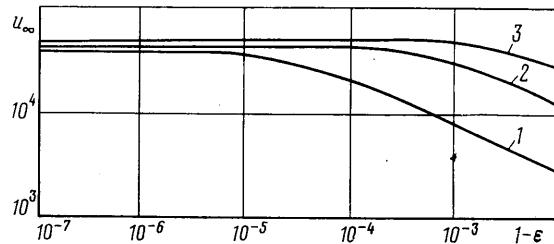
¹ В работе [15] следует внести поправку: необходимо к правой части выражения w_{20} прибавить q , а в (3.3)–(3.6) отбросить слагаемые q и q/p_0 .

Сравнение показывает, что для H_2O в ряде случаев можно пренебречь третьим членом в (5.4) и всеми членами по сравнению со вторым и третьим — в квадратных скобках (5.5). Тогда при $\epsilon \rightarrow 1$

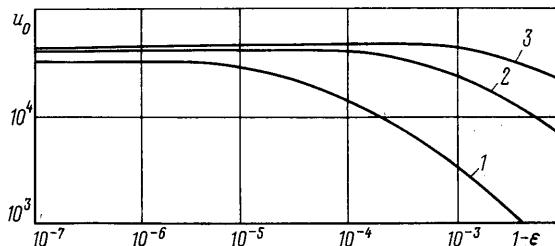
$$(5.6) \quad U_0^2 = \frac{qp}{q\rho_2 - 2p}, \quad \left(\frac{\partial^2 V}{\partial p^2} \right)_s = \frac{2}{\rho_2 p} \left(\frac{1}{p} - \frac{3}{q\rho_2} \right)$$

и с достаточной для оценок точностью условие применимости концепции второй вязкости запишется в виде

$$(5.7) \quad \frac{\Delta p}{p} \ll \frac{2(q\rho_2 - 2p)[q\rho_2(\gamma - 1) - 2\gamma p]}{q\rho_2(q\rho_2 - 3p)}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Для δ (также с достаточной для оценок точностью) при этом будем иметь

$$(5.8) \quad \delta = \frac{5r\gamma p[q\rho_2(\gamma - 1) - 2\gamma p]}{6\alpha(\gamma + 1)(q\rho_2 - 3p)(1-\epsilon)\Delta p} \left[\frac{2\pi(q\rho_2 - 2p)}{q\rho_2} \right]^{1/2}$$

Можно убедиться, что полученные на основании точных расчетов данные фиг. 3 и 4 достаточно хорошо описываются соотношениями (5.7) и (5.8). Установленный на фиг. 4 монотонный характер изменения δ подтверждается, в частности, и формулой (5.8).

6. Некоторые замечания. а) Поскольку рассматриваемые здесь ударные волны предполагаются слабыми, то для них изменения концентрации в ударной волне за счет диффузии также будут слабыми. Из фиг. 5, между тем, видно, что в широком диапазоне изменения концентрации значение δ при фазовых переходах изменяется примерно во столько же раз, во сколько раз изменяется сама концентрация. Следовательно, слабые (в сравнении с исходным значением) изменения концентрации, вызванные диффузией, практически не повлияют на ширину ударной волны, обусловленную фазовыми переходами.

б) Так как изложенная здесь теория основана на использовании односкоростной модели движения, то рассматриваемый в работе эффект будет

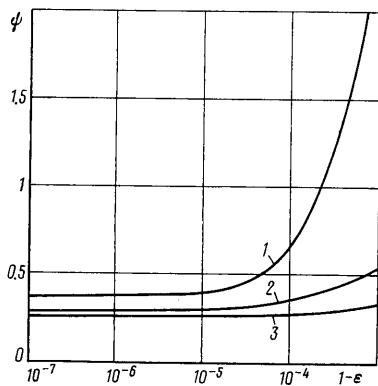
иметь практический смысл, если на него будет слабо влиять реально имеющееся различие в скоростях фаз. Очевидно, что для этого необходимо, чтобы

$$(6.1) \quad \tau \gg \tau_v$$

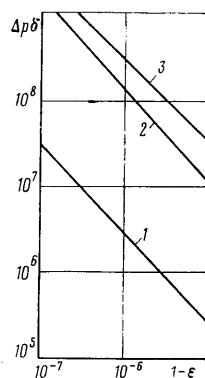
где τ_v — время выравнивания этих скоростей. Можно показать [8], что для рассматриваемых слабых ударных волн

$$(6.2) \quad \tau_v = 2\rho_1 r^2 / 9\eta_2$$

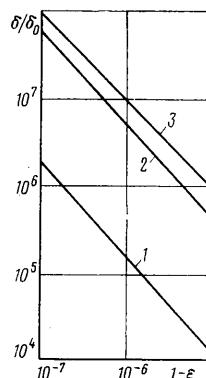
где ρ_1 — плотность частиц жидкости, а η_2 — динамическая вязкость пара. Оценки показывают, что для приведенных выше примеров условие (6.1)



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

выполняется всегда. Например, для значений $1-\varepsilon$, равных 10^{-5} и 10^{-7} , значения τ в случае кривой 1 равны соответственно $3 \cdot 10^{-4}$ и $3 \cdot 10^{-2}$ сек, тогда как $\tau_v = 1.5 \cdot 10^{-5}$ сек. В случае же кривой 3 $\tau = 2.6 \cdot 10^{-4}$ и $2.6 \cdot 10^{-2}$ сек, тогда как $\tau_v = 1.5 \cdot 10^{-5}$ сек.

Следует заметить, что случаи, когда структура ударных волн определяется двухскоростным механизмом релаксации, рассматривались в работе [6], в которой приведены некоторые результаты численного расчета эффекта для ударных волн умеренной интенсивности.

г) В заключение заметим, что в случае жидкости, содержащей пузырьки пара, последние просто будут сноситься потоком жидкости. Поэтому изложенная здесь теория будет применима и в этом случае с той лишь разницей, что для определения τ вместо (2.8) необходимо пользоваться формулой

$$(6.3) \quad \tau = [1.26\gamma r / 3\alpha(\gamma+1)] \sqrt{2\pi\mu/RT}$$

в которой r — радиус пузырьков. При $r = 5 \cdot 10^{-4}$ см, $\alpha = 1/2$ и $1-\varepsilon = 0.7$, например, $\delta/\delta_0 = 40$, если $p = 1.01$ бар, $T = 373^\circ$ К и $\delta/\delta_0 = 3 \cdot 10^2$, если $p = 8.5$ бар, $T = 446^\circ$ К.

Поступила 6 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. О распространении ударных волн в газе с обратимыми химическими реакциями. ЖЭТФ, 1946, т. 16, вып. 4.
2. Зельдович Я. Б., Райзнер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
3. Степанов П. Е. О релаксационных явлениях в ударной волне в газе. ЖЭТФ, 1947, т. 17, вып. 5.

4. *Rudinger G.* Some properties shock relaxation in gas flows carrying small particles. *Phys. Fluids*, 1964, vol. 7, No. 5.
 5. *Panton R., Oppenheim A. K.* Shock relaxation in a Particle-gas mixture with mass transfer between phases. *AIAA Journal*, 1968, vol. 6, No. 11.
 6. *Нигматулин Р. И.* Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
 7. *Борисов С. Н., Николаевский В. Н., Радченко В. П.* О структуре фронта ударной волны в водонасыщенном грунте. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
 8. *Stadtke H.* Speed of sound and shock waves in two-phase flows. *Electr. MHD*, vol. 3, No. 194, Vienna, 1968.
 9. *Дьяков С. П.* Ударные волны в релаксирующей среде. *ЖЭТФ*, 1954, т. 27, вып. 6 (12).
 10. *Мандельштам Л. И., Леонтьевич М. А.* К теории поглощения звука в жидкостях. *ЖЭТФ*, 1937, т. 7, вып. 3.
 11. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
 12. *Арутюнян Г. М.* О структуре слабых ударных волн в релаксирующих средах. *ПМТФ*, 1969, № 2.
 13. *Арутюнян Г. М.* Слабые ударные волны в терморелаксирующей среде. Докл. АН СССР, 1969, т. 185, № 4.
 14. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика, М., «Наука», 1964.
 15. *Арутюнян Г. М., Овсепян С. Т.* Некоторые вопросы гидродинамики при фазовых переходах первого рода. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 5.
 16. *Варгафтик Н. Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., «Наука», 1972.
 17. *Вукалович М. П.* Таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара. М., Госэнергоиздат, 1963.
 18. *Кочурова Н. Н.* К вопросу о коэффициенте конденсации. Инж.-физ. ж., 1964, № 3.
-