

$\approx 7.7$ , штрихпунктирная и сплошные кривые, кроме 4-й, для которой  $P_{21}=1.5$ ). При определенной скорости набегающего потока ( $M_2$ ) возникает возвратное течение ( $M < 0$  при  $S=130 \div 180^\circ$ ). Данные проводимого машиносчетного эксперимента говорят о том, что стационарный скачок в окрестности  $S=90 \div 130^\circ$  образуется при  $P_{21} \approx 1.84$  [2], а возвратное течение — при  $P_{21} \approx 1.9$ . Исследование влияния схемной вязкости на полученные значения параметра  $P_{21}$  не проводилось, поскольку это не являлось целью работы, а также из-за отсутствия по этому вопросу данных физического эксперимента, по которым можно было бы сделать какие-либо выводы.

В заключение отметим, что в настоящее время имеется определенное количество данных, характеризующих величину  $P_m$ . Можно полагать, что максимальное давление  $P_m$  определено формулой (2.1) с достаточной степенью точности (см. сравнение в [1, 2]). Для обоснования величин  $\alpha$  и  $\beta$  данных значительно меньше, и в этом направлении, по-видимому, в дальнейшем будет проводиться основная работа по уточнению величины  $P_*(P_{21}, \gamma, S^*, t)$ .

Автор благодарен Л. Е. Тараскиной за помощь в проведении расчетов и обработке результатов.

Поступила 14 II 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ляхов В. Н. Нестационарные нагрузки при дифракции ударной волны. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 4.
2. Ляхов В. Н. Взаимодействие ударных волн умеренной интенсивности с цилиндром. Изв. АН СССР, МЖГ, 1979, № 2.
3. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
4. Ляхов В. Н. К вопросу об оценке давления при нестационарном отражении ударной волны. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 2.
5. Грудницкий В. Г., Прохорчук Ю. А. Расчет взаимодействия ударной волны с затупленным телом. В сб. Численные методы механики сплошной среды, т. 6, № 4. Новосибирск, 1975.
6. Ляхов В. Н., Рыжов О. С. О законе подобия при нелинейном отражении ударной волны от жесткой стенки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 3.

УДК 533.601.18

### СФЕРИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ ДВУХАТОМНОГО ГАЗА ПРИ ИСПАРЕНИИ КАПЛИ

И. Н. ЛАРИНА, В. А. РЫКОВ

(Москва)

На основе численного решения модельного кинетического уравнения для газа с вращательными степенями свободы исследуется сферическое расширение газа при испарении капли. Рассматривается стационарное испарение капли с заданной температурой в вакуум и испарение капли в затопленное пространство при условии энергетического баланса на поверхности капли.

Различные аспекты задачи испарения одноатомных газов исследовались в работах [1-3]. Численное рассмотрение сферического расширения газа при испарении капли на основе  $S$ -модельного кинетического уравнения для одноатомного газа проведено в [4]. Влияние вращательных степеней свободы молекул на температуру расширяющегося газа рассматривалось в работе [5] при моделировании молекул шероховатых сферами.

Рассмотрим каплю двухатомного вещества радиуса  $r_0$  в парах того же вещества. Процессы испарения или конденсации, вообще говоря, являются нестационарными процессами, но из-за малой скорости изменения радиуса капли их можно рассматривать как квазистационарные и рассчитывать параметры течения в каждый момент времени в предположении стационарности процесса. Движение пара исследуется при помощи системы модельных кинетических уравнений работы [6] для функций распределения по фазовому пространству числа частиц  $f_0(x, \xi)$  и вращательной энергии частиц  $f_1(x, \xi)$ . Плотность  $n$ , скорость  $U$ , температура поступательных степеней свободы  $T_t$  и поток тепла поступательной энергии  $q^t$  являются моментами функции  $f_0$ , а температура вращательных степеней свободы  $T_r$ .

и поток тепла вращательной энергии  $q^r$  — моментами функции  $f_i$ . Обезразмеривание величин проводилось по формулам

$$\begin{aligned}x_i' &= x_i/r_0, & n' &= n/n_0, & T_i' &= T_i/T_0 \\T_r' &= T_r/T_0, & \xi_i' &= \xi_i/(2kT_0/m)^{1/2} \\U_i' &= U_i/(2kT_0/m)^{1/2}, & q_i^{t'} &= q_i^t/q_0 \\q_i^{r'} &= \frac{q_i^r}{q_0}, & q_0 &= \frac{mn_0}{2} \left( 2 \frac{k}{m} T_0 \right)^{1/2}\end{aligned}$$

где  $n_0$  и  $T_0$  — характерные параметры задачи,  $m$  — масса молекулы газа,  $k$  — постоянная Больцмана. Безразмерные уравнения имеют вид (штрихи опущены)

$$(1) \quad \begin{aligned}\xi_i \frac{\partial f_k}{\partial x_i} &= v_i (f_k^t - f_k) + v_r (f_k^r - f_k), & k &= 0, 1 \\v_i &= \frac{4}{5\sqrt{\pi}} \text{Kn} \frac{p_i}{\mu_i Z} & v_r &= \frac{4}{5\sqrt{\pi}} \text{Kn} \frac{p_i}{\mu_i} \left( 1 - \frac{1}{Z} \right), & p_i &= nT_i\end{aligned}$$

Здесь  $\mu_i$  — вязкость газа,  $1/Z$  — доля неупругих столкновений. Выражения для  $f_k^t$ ,  $f_k^r$ ,  $\mu_i$  и  $Z$  приведены в [6]. Макропараметры выражаются через функции  $f_0$  и  $f_1$  соотношениями

$$\begin{aligned}n &= \int f_0 d\xi, & nU_i &= \int \xi_i f_0 d\xi, & \frac{3}{2} nT_i &= \int c^2 f_0 d\xi \\q_i^t &= \int c_i c^2 f_0 d\xi, & nT_r &= \int f_1 d\xi, & q_i^{r'} &= \int c_i f_1 d\xi \\c_i &= \xi_i - U_i\end{aligned}$$

Функции распределения для частиц, летящих с поверхности капли, имеют вид

$$(2) \quad \begin{aligned}f_{w0} &= \frac{n_w}{(\pi T_w)^{1/2}} \exp(-c^2/T_w), & f_{w1} &= T_w f_{w0} \\n_w &= n_1 + n_2, & n_1 &= \alpha n_s(T_w), & n_2 &= (1 - \alpha) \frac{2\sqrt{\pi}}{T_w^{1/2}} N_i\end{aligned}$$

$N_i = - \int_{\xi_n < 0} \xi_n f_0 d\xi$ ,  $\alpha$  — коэффициент испарения,  $n_s(T_w)$  — плотность насыщенного пара.

В случае испарения в вакуум в качестве характерных величин, по которым проводилось обезразмеривание, выбирались  $T_0 = T_w$  и  $n_0 = n_s$ . Поэтому в (2) в этом случае  $T_w = n_s = 1$ . Условие на бесконечности имеет вид  $f_0 = f_1 = 0$ .

В задаче об испарении капли в затопленное пространство за характерные параметры выбирались плотность  $n_\infty$  и температура  $T_\infty$  газа, в которой помещена капля. Температура поверхности капли определяется условием энергетического баланса  $E_1 + E_2 + E_3 = 0$ , где  $E_1$  — поток энергии, который молекулы газа приносят на поверхность капли,  $E_2$  — поток энергии, уносимой молекулами, летящими с поверхности капли,  $E_3$  — энергия, затраченная на испарение молекул

$$E_1 = \int_{\xi_n < 0} \xi_n \xi^2 f_0 d\xi + \int_{\xi_n < 0} \xi_n f_1 d\xi$$

$$E_2 = \frac{3}{2\sqrt{\pi}} n_w T_w^{3/2}, \quad E_3 = Qh'$$

Здесь  $Q = n_w T_w^{1/2} / 2\sqrt{\pi} - N_i$  — расход газа,  $h' = h/RT_\infty$ ,  $h$  — скрытая теплота парообразования,  $R$  — газовая постоянная.

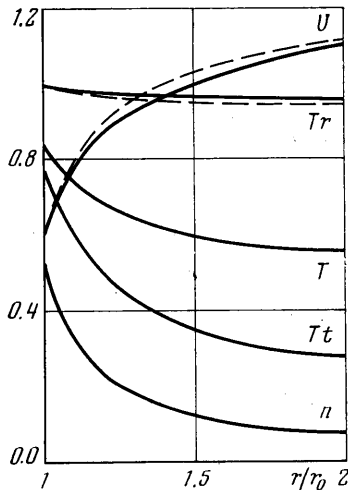
Таким образом, температура  $T_w$  определяется из уравнения

$$(3) \quad E_1 + \frac{3}{2\sqrt{\pi}} T_w^{1/2} n_w + \left[ \frac{T_w^{1/2} n_w}{2\sqrt{\pi}} - N_i \right] h' = 0$$

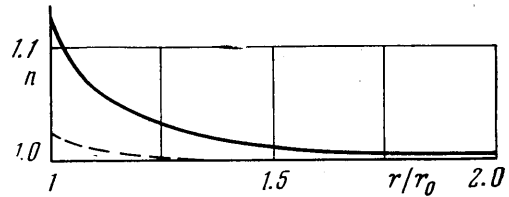
Граничное условие на бесконечности имеет вид

$$f_0 = f_1 = \pi^{3/2} \exp(-\xi^2)$$

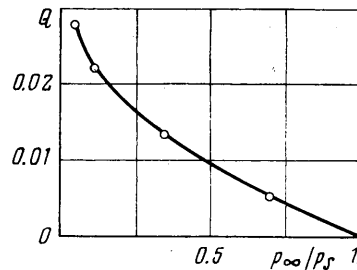
Численное решение уравнений (1) проводилось методом итераций. В задаче испарения в затопленное пространство на каждой итерации после вычисления  $E_1$  и  $N_i$  решалось уравнение (3) для определения температуры  $T_w$ . В расчетах исполь-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

зовалась численная схема работы [7]. Ошибки вычислений макропараметров не превосходили 1%. Расчеты проводились для азота при полном поглощении падающих на каплю частиц, т. е. при  $\alpha=1$ . Зависимость плотности насыщенного пара от температуры и величина скрытой теплоты парообразования бралась из [8].

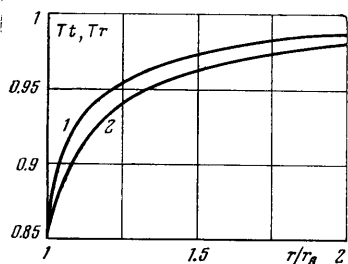
Цель расчетов задачи об испарении в вакуум — исследование эффекта замораживания вращательной температуры  $T_r$ . Свободномолекулярное решение этой задачи для плотности  $n$ , скорости и поступательной температуры  $T_t$  совпадает со свободномолекулярным решением для одноатомного газа. При этом вращательная температура удовлетворяет равенству  $T_r=1$  во всей области течения. На фиг. 1 представлены профили макропараметров при расширении паров азота в вакуум при числах Кнудсена  $Kn=0.1$  (сплошная кривая) и  $Kn=0.05$  (пунктирная кривая). Как уже отмечалось для одноатомного газа, параметры  $n$ ,  $T_t$  и  $U$  на близком расстоянии от капли слабо зависят от числа Кнудсена. Это же имеет место и для двухатомного газа. При  $Kn \sim 1$  они фактически совпадают со свободномолекулярным решением. Вращательная температура стабилизируется уже на расстоянии одного радиуса от поверхности капли.

Рассмотрим результаты решения задачи о стационарном испарении капли азота в затопленное пространство при условии энергетического баланса на поверхности капли. Безразмерными параметрами задачи в этом случае являются число Кнудсена  $Kn = \lambda_\infty / 2r_0$ , параметр  $B = T_\infty / T_*$  и отношение  $p_\infty / p_s(T_\infty)$ . Здесь  $T_* = \epsilon/k$  — критическая температура газа,  $\epsilon$  — глубина потенциальной ямы в модели взаимодействия молекул Леннарда-Джонса. Параметр  $B$  входит в выражение закона вязкости. Для азота  $T_* = 91.5^\circ \text{K}$ . Если отношение  $p_\infty / p_s(T_\infty) = 1$ , то в этом случае капля находится в равновесии с газом. При  $p_\infty / p_s(T_\infty) < 1$  происходит испарение капли.

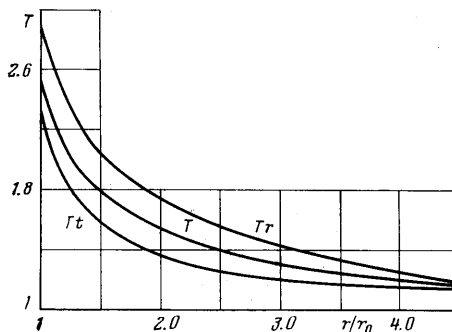
Численные расчеты проводились для  $B=1.14$ , что соответствует  $T_\infty = 104^\circ \text{K}$ . В этом случае  $p_s(T_\infty) = 10 \text{ ат}$ . При  $p_\infty = 7 \text{ ат}$  решение очень близко к равновесному ( $T_w = 0.945 T_\infty$ ,  $n_w = 1.05 n_\infty$  для  $Kn=0.1$ ). Профиль плотности для этого случая показан на фиг. 2 пунктирной кривой. Для давления  $p_\infty = 1 \text{ ат}$  и числа  $Kn=0.1$  полу-

чено, что  $T_w = 0.74 T_\infty$ ,  $n_w = 1.26 n_\infty$ . В этом случае профиль плотности показан на фиг. 2 сплошной линией. Несмотря на то что число Кнудсена  $Kn = 0.1$ , распределение плотности оказывается близким к свободномолекулярному. Давление в газе меняется слабо около давления  $p_\infty$ . Величина  $p_w = p_s(T_w)$  также близка к  $p_\infty$ . Таким образом, процесс испарения с условием энергетического баланса идет практически при постоянном давлении. Это позволяет приближенно определять температуру капли из уравнения  $p_s(T_w) = p_\infty$ . Результаты расчетов показывают, что в этом случае процесс испарения является слабым.

На фиг. 3 показана зависимость расхода испаряющихся молекул от отношения  $p_\infty/p_s(T_\infty)$ . Из графика видно, что с уменьшением давления расход возрастает.



Фиг. 4



Фиг. 5

Профили поступательной и вращательной температур, полученные в расчетах для  $p_\infty = 1$  ат,  $T_\infty = 104^\circ \text{K}$  и  $Kn = 0.1$ , совпадают между собой и поэтому показаны на фиг. 4 одной линией (кривая 1), для сравнения показаны также профили при  $Kn = \infty$  (кривая 2). Совпадение поступательной и вращательной температур является следствием слабого отклонения от равновесия.

Чтобы продемонстрировать поведение температуры двухатомного газа в сильно неравновесном случае, на фиг. 5 приводятся профили температур при расширении газа со следующими заданными значениями величин:  $T_w = 3 T_\infty$ ,  $n_w = 5 n_\infty$ ,  $B = 0.85$  и  $Kn = 0.1$ . В этом случае лишь при удалении от поверхности профили температур  $T_t$  и  $T_r$  сближаются. Скачки температур  $T_t$  и  $T_r$  на поверхности  $r = r_0$  различны. Поведение таких параметров, как плотность и скорость, оказывается довольно близким как для одноатомных, так и двухатомных газов.

Поступила 9 I 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коган М. Н., Макашев Н. К. О роли слоя Кнудсена в теории гетерогенных реакций и в течениях с реакциями на поверхности. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 6.
2. Анисимов С. И., Рахматулина А. Х. Динамика расширения пара при испарении в вакуум. ЖЭТФ, 1973, т. 64, вып. 3.
3. Ивченко И. Н., Яламов Ю. И. Об испарении и конденсации сферических капель при произвольных числах Кнудсена. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 3.
4. Жук В. И. Сферическое расширение пара при испарении капли. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 2.
5. Bird G. A. Breakdown of translational and rotational equilibrium in gaseous expansions. AIAA Journal, 1970, vol. 8, No. 11.
6. Рыков В. А. Модельное кинетическое уравнение для газа с вращательными степенями свободы. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 6.
7. Ларина И. Н. Сопротивление сферы в сильно разреженном газе. В сб.: Численные методы в динамике разреженных газов. Вып. 1. М., Вычисл. центр АН СССР, 1973.
8. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., «Наука», 1972.