

К ТЕОРИИ КРЫЛА МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

В. Н. ГОЛУБКИН

(Москва)

При гиперзвуковом обтекании крыла под углом атаки течение в области между наветренной поверхностью и головным скачком уплотнения можно исследовать с помощью разложений по малому параметру ε , определяющему отношение плотностей на скачке уплотнения [1] (метод тонкого ударного слоя). Основные результаты решения задачи обтекания треугольного крыла с фиксированным при $\varepsilon \rightarrow 0$ удлинением даны в [2]. Рациональная теория обтекания крыла малого удлинения под углом атаки $\alpha = 0$ (1) может быть построена в предположении [3, 4], что в пределе при $\varepsilon \rightarrow 0$ удлинение крыла по порядку величины совпадает с углом конуса возмущений в сжатом слое ($\varepsilon^{1/2} \operatorname{tg} \alpha$), а толщина крыла — с толщиной сжатого слоя ($\varepsilon \operatorname{tg} \alpha$). В такой постановке общее решение нелинейной задачи стационарного обтекания крыла произвольной формы в первом приближении теории ударного слоя получено в [5] и затем обобщено в [6] на нестационарный случай. Установлено [5], что для пространственных течений в тонком ударном слое характерно свойство сохранения поточной составляющей завихренности вдоль линии тока, которое в конечном итоге и позволило проинтегрировать систему трехмерных уравнений. Общее решение задачи дает зависимость газодинамических функций от формы поверхности крыла и формы его передней кромки в плане в неявном виде, усложненном наличием функциональных связей.

В данной работе рассматривается обтекание пространственных крыльев малого удлинения, близких по форме к плоскому треугольному крылу. Полученные результаты дают возможность оценить влияние формы передней кромки в плане и кривизны крыла на картину обтекания его наветренной поверхности и соответствующие газодинамические функции.

1. Рассмотрим обтекание гиперзвуковым потоком газа наветренной поверхности крыла малого удлинения под углом атаки. В первом приближении метода тонкого ударного слоя форма скачка уплотнения $y = S(x, z)$ и поточная составляющая вихря $\omega_v = \Gamma^{-1}$ определяются из системы интегродифференциального и функционального уравнений

$$(1.1) \quad S(x, z) = B(x, z) + \int_{\psi^0}^{-S_z} \Gamma(\psi, z - \psi x) d\psi$$

$$(1.2) \quad \Gamma(-S_z, z + S_z x) = (S_z S_{zz} - S_{zx})^{-1}$$

где $y = B(x, z)$ — уравнение поверхности крыла.

В соответствии с принятыми масштабами безразмерные координаты в сжатом слое связаны с физическими координатами согласно формулам $x = x_1/c$, $y = y_1/c\varepsilon \operatorname{tg} \alpha$, $z = z_1/c\varepsilon^{1/2} \operatorname{tg} \alpha$, где c — характерный размер вдоль хорды крыла. Поточная составляющая вихря зависит от двух функций ψ , $\theta = z - \psi x$, постоянных вдоль линий тока, причем функция ψ равна значению боковой составляющей скорости и на скачке уплотнения равна $\psi^* = -S_z$.

В рассматриваемом приближении проекции линий тока на плоскость $y = 0$ являются прямыми, наклон которых определяется величиной функ-

ции ψ^w на поверхности крыла

$$\psi_x^w + \psi^w \psi_z^w = 0$$

На режиме обтекания с присоединенным к передней кромке скачком уплотнения на кромке выполняются условия

$$(1.3) \quad S_e(x) = B_e(x), \quad S_{z^e}(x) = -\frac{1}{2} [z_e' - B_{z^e} - \sqrt{(z_e' + B_{z^e})^2 - 4}]$$

где индексом e отмечены значения функций на передней кромке крыла при $z = z_e(x)$. Для вычисления коэффициента давления метод тонкого ударного слоя дает формулу [5]

$$c_p = 2 \sin^2 \alpha (1 + \varepsilon p) + \dots$$

$$(1.4) \quad p = -1 - S_z^2 + 2S_x + \int_{\psi}^{-S_z} \left\{ \int_{\psi^w}^{\psi} (\psi - \varphi)^2 \Gamma_{\theta' \theta'}(\varphi, z - \varphi x) d\varphi - [(\psi - \psi^w) \times \right. \\ \left. \times (\Gamma_{\theta})^w + D_{\psi} \Gamma^w] D_{\psi} \psi^w - \Gamma^w D_{\psi}^2 \psi^w + D_{\psi}^2 B \right\} \Gamma(\psi, z - \psi x) d\psi \\ D_{\psi} = \frac{\partial}{\partial x} + \psi \frac{\partial}{\partial z}$$

2. Сложная функциональная зависимость (1.2) в общем случае затрудняет окончательное определение аэродинамических характеристик крыла, если заданы форма его поверхности и конфигурация передней кромки. Для оценки влияния этих геометрических факторов рассмотрим класс

$$z_e = \Omega x + \delta Z(x) + \dots, \quad B = \delta Y(x, z) + \dots$$

где $\Omega = \varphi / \varepsilon^{1/2} \operatorname{tg} \alpha$ — параметр подобия для треугольного крыла с полууглом при вершине φ , δ — малый геометрический параметр. Обтекание консолей при этом можно рассматривать как возмущение равномерного потока за присоединенным к передней кромке скачком уплотнения и использовать в качестве нулевого приближения полученное ранее [7, 8] решение задачи обтекания плоского треугольного крыла.

Таким образом, решение задачи будем искать в виде следующих рядов: крыльев, близких по форме к плоскому треугольному крылу

$$(2.1) \quad \psi = \Psi = \delta \psi_1 + \delta^2 \psi_2 + \dots, \quad \theta = \Theta - \delta x \psi_1 + \dots \\ S(x, z, \delta) = \Psi(\Omega x - z) + \delta S_1(x, z) + \delta^2 S_2(x, z) + \dots \\ \Gamma^{-1}(\psi, \theta, \delta) = \delta \omega_1 \left(\frac{\psi - \Psi}{\delta}, \theta \right) + \delta^2 \omega_2 \left(\frac{\psi - \Psi}{\delta}, \theta \right) + \dots \\ \Psi = \frac{1}{2} (\Omega - \sqrt{\Omega^2 - 4}), \quad \Theta = z - \Psi x$$

Используемый вид разложения функции Γ позволяет сохранить зависимость ее от двух переменных. С учетом (2.1) имеем

$$\Gamma^{-1} = \delta \omega_1(\psi_1, \Theta) + \delta^2 [\psi_2 \omega_{1\psi}(\psi_1, \Theta) - x \psi_1 \omega_{1\theta}(\psi_1, \Theta) + \omega_2(\psi_1, \Theta)] + \dots$$

В разложении типа (2.1) для функции $\psi^w(x, z)$ найдем

$$\psi_1^w = f(\Theta), \quad D\psi_2^w = -ff'$$

где D означает операцию дифференцирования вдоль линий тока невозмущенного течения $D = D_\Psi$.

3. Обратимся к задаче определения формы возмущенного скачка уплотнения, присоединенного к передней кромке крыла. Разложение условия на скачке (1.2) дает в двух приближениях

$$(3.1) \quad \omega_1^* (-S_{1z}, \Theta) = -DS_{1z}$$

$$(3.2) \quad xS_{1z}\omega_{1\theta}^* - S_{2z}\psi_{1\psi}^* + \omega_2^* = -DS_{2z} + S_{1z}S_{1zz}$$

Подставим в уравнение (1.1) разложения п. 2 и применим к обеим частям оператор D . Приравнявая главные члены разложений, получим уравнение (3.1). В данном случае из уравнений (1.1), (1.2) в главном порядке получается одно и то же соотношение для двух неизвестных функций. Недостающее уравнение может быть найдено из условия непротиворечивости уравнений следующего приближения, окончательный вид которого

$$(3.3) \quad DS_1 = \int_f^{-S_{1z}} H_1(\psi_1', \Theta) d\psi_1' - \frac{S_{1z}S_{1zz}}{\omega_1^*} + H_2(\Theta) + DY$$

$$H_1(\psi_1, \Theta) = \frac{\psi_1 \omega_{1\theta}}{\omega_1^2(\psi_1, \Theta)}, \quad H_2(\Theta) = \frac{f(\Theta)f'(\Theta)}{\omega_1^w(f, \Theta)}$$

В дальнейшем будут рассматриваться только функции первого приближения, у которых для краткости опустим индекс. Повторное применение оператора D к (3.3) приводит к уравнению

$$D^2S = -S_z \frac{\omega_{\theta}^*}{\omega^*} - D \frac{S_z S_{zz}}{\omega^*} + D^2Y$$

Вычисляя производную ω_{θ}^* из условия на скачке (3.1), находим, что функция S удовлетворяет линейному дифференциальному уравнению в частных производных гиперболического типа

$$(3.4) \quad S_{xx} + 2\Psi S_{xz} - (1 - \Psi^2) S_{zz} = D^2Y$$

Характеристики этого уравнения суть прямые

$$z + k_1 x = \text{const}, \quad z - k_2 x = \text{const}, \quad k_{1,2} = 1 \mp \Psi$$

В первом приближении граничные условия (1.3) сносятся на невозмущенную переднюю кромку и записываются в виде

$$(3.5) \quad S^e = \Psi Z(x) + Y_e(x), \quad S_z^e = \frac{1}{\sqrt{\Omega^2 - 4}} \left[\Psi Z'(x) + \frac{1}{\Psi} Y_{z^e}(x) \right]$$

Второе слагаемое в первом соотношении (3.5) учитывает, что в общем случае передняя кромка не лежит в одной плоскости.

Решение задачи Коши для уравнения (3.4) при условиях (3.5) имеет вид

$$(3.6) \quad S(x, z) = \frac{1}{2} \Psi [Z(\xi_1) + Z(\xi_2)] + \frac{1}{2} [Y_e(\xi_1) + Y_e(\xi_2)] - \frac{1}{2\Psi^2} \int_{\xi_2}^{\xi_1} [Y_{z^e}(\xi) - \Psi Y_e'(\xi)] d\xi + \frac{1}{2} \iint_x D^2Y(\xi, \zeta) d\xi d\zeta$$

Здесь $\xi_1 = (z + k_1 x) / (\Omega + k_1)$, $\xi_2 = (z - k_2 x) / (\Omega - k_2)$ — абсциссы точек пересечения характеристик, проведенных из точки (x, z) вверх по потоку,

с передней кромкой, Σ — треугольная область, ограниченная этими характеристиками и заключенной между ними частью кромки.

Таким образом, с помощью метода малых возмущений получена явная зависимость формы скачка уплотнения от конфигурации поверхности крыла и передней кромки в плане.

Переходя к вычислению функции p в формуле (1.4) для коэффициента давления, заметим, что в подынтегральном выражении последнее слагаемое имеет порядок $O(\delta)$, а остальные представляют собой величины более высокого порядка малости. Вследствие этого в первом приближении изменение давления поперек ударного слоя определяется местной кривизной поверхности крыла вдоль линий тока, а на крыле

$$P = \frac{p_w - \Psi \Omega}{\delta} = 2DS + \Psi(\Omega x - z)D^2 Y$$

Давление на плоском крыле полностью определяется формой скачка уплотнения.

4. В качестве примера рассмотрим обтекание искривленного крыла, передняя кромка которого состоит из двух прямолинейных участков разной стреловидности, плавно переходящих друг в друга (фиг. 1). Поместим начало координат в точку O и положим $\Omega_2 = \Omega + \delta$. Тогда уравнение передней кромки запишется в виде

$$Z(x) = 0, \quad x \leq 0, \quad Z(x) = Z_b(x), \quad 0 \leq x \leq b$$

$$Z(x) = Z_b(b) + (x - b), \quad x \geq b$$

Пусть поверхность крыла является линейчатой, т. е.

$$Y(x, z) = F[\Psi(z - \Psi x)], \quad F(\xi) = 0, \quad \xi \leq 0$$

При этом главный член разложения поточной составляющей вихря на передней кромке согласно (3.1)

$$\omega_e = \frac{2\Psi}{\sqrt{\Omega^2 - 4}} [\Psi Z''(x) + F_e''(x)]$$

Решение задачи обтекания такого крыла дается первыми двумя членами формулы (3.6). В области I (фиг. 1) поток не возмущен. Искривленный участок передней кромки влияет на форму скачка уплотнения в пределах областей II—IV, ограниченных соответствующими характеристиками.

Согласно (3.6), имеем соответственно в областях II—IV

$$\text{II:} \quad S = \frac{1}{2} \Psi [Z_b(\xi_1) + Z_b(\xi_2)] + F_{12}$$

$$\text{III:} \quad S = \frac{1}{2} [\Psi Z_b(\xi_1) + F_e(\xi_1)]$$

$$\text{IV:} \quad S = \frac{1}{2} \Psi [Z_b(\xi_2) + Z_b(b) - b + \xi_1] + F_{12}$$

$$F_{12} = \frac{1}{2} [F_e(\xi_1) + F_e(\xi_2)]$$

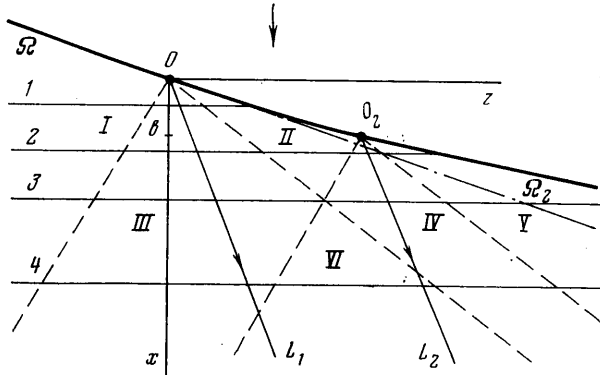
В областях V, VI скачок формируется под влиянием возмущений, вызванных прямолинейным участком кромки правее точки O_2 . Поэтому

$$\text{V:} \quad S = \Psi \left[Z_b(b) - b + \frac{z - 2\Psi x}{\sqrt{\Omega^2 - 4}} \right] + F_{12}$$

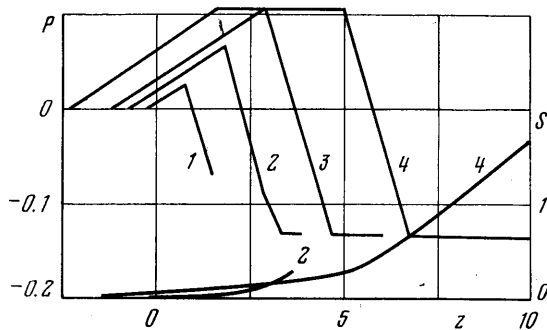
$$\text{VI:} \quad S = \frac{1}{2} \{ \Psi [Z_b(b) - b + \xi_1] + F_e(\xi_1) \}$$

Поверхность рассматриваемого крыла не имеет кривизны вдоль линий тока, так что давление на крыле $P=2DS$.

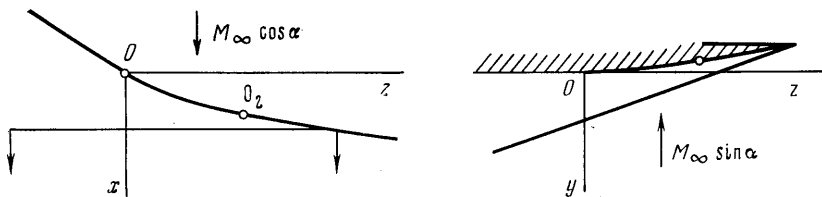
5. Исследуем отдельно влияние изгиба передней кромки на обтекание плоского крыла. Пусть $b=1$, и искривленный участок кромки имеет форму параболы $Z_1(x) = -1/2x^2$. При выводе уравнения (3.4) предполагалось, что $\omega \neq 0$. Однако значение ω в окончательном результате не содержится, и сравнение с точным решением пока-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

зывает, что (3.4) дает правильное выражение для скачка уплотнения, за которым $\omega=0$, $\psi=\text{const}$, и в подынтегральном выражении (1.1) образуется неопределенность типа $0/0$ [9]. На фиг. 2 показана форма возмущенного скачка уплотнения $S(z)$ и распределение давления по размаху крыла в четырех сечениях $x=\text{const}$ (фиг. 1), изменение давления по размаху является немонотонным. В рассматриваемом случае $\Omega_2 > \Omega$ переход от периферийных областей I, V в центральную область VI сопровождается сжатием газа в областях III, IV, в пределах которых распространяется влияние искривленной части кромки. Конкретная форма последней влияет на вид кривых, описывающих распределение давления в областях III, IV, а уровень повышения давления зависит лишь от разности параметров Ω для прямолинейных участков кромки и в данном случае $P_{VI} = \Psi^2 / (1 + \Psi)$. При $b \rightarrow 0$ и сохранении перепада $\Omega_2 - \Omega$ области III и IV становятся бесконечно узкими, а градиенты давления в них возрастают.

В реальном течении области со значительными градиентами давления по своему воздействию аналогичны скачкам уплотнения и могут привести к увеличению местного теплового потока к крылу. Такие узкие пики теплового потока, вызванные внутренними скачками уплотнения, при обтекании крыла с изломом передней кромки наблюдались в экспериментах [10, 11]. Однако данное в [10] объяснение возникновения этих скачков на основе схемы взаимодействия двух плоскопараллельных сверхзвуковых потоков нельзя считать удовлетворительным, так как оно не учитывает влияния головного скачка уплотнения. В данной работе существование узких зон больших градиентов давления следует из строгой асимптотической теории обтекания пространственного крыла, имеющего участки значительной кривизны передней кромки. В связи с этим один из способов устранения этих зон состоит в переходе к более плавным обводам крыла. Другой способ состоит в использовании надлежащим образом профилированных крыльев. Проиллюстрируем это на примере решения, данного в п. 4.

Полагая $F_e(x) = -\Psi Z(x)$, из формулы (3.6) найдем, что в первом приближении возмущение формы скачка уплотнения, а вместе с ним и возмущенное давление тождественно обращаются в нуль. Эффекты, связанные с изгибом кромки и искривлением поверхности крыла в первом приближении компенсируют друг друга, и давление остается постоянным вдоль размаха, как и на консоли плоского треугольного крыла. На фиг. 3 показаны две проекции такого крыла.

Поступила 27 III 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
2. Gonor A. L. Theory of hypersonic flow about a wing. In: Progr. Aerospace Sci., Vol. 14, Oxford, 1973, pp. 109–175.
3. Messiter A. F. Lift of Slender delta wing according to Newtonian theory. AIAA Journal, 1963, vol. 1, No. 4 (рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1963, № 4).
4. Голубинский А. И. Обтекание гиперзвуковым потоком треугольных крыльев определенного класса, установленных под углом атаки с присоединенным скачком уплотнения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 5.
5. Голубинский А. И., Голубкин В. Н. О пространственном обтекании тонкого крыла гиперзвуковым потоком газа. Докл. АН СССР, 1977, т. 234, № 5.
6. Богатко В. И., Гриб А. А., Колтон Г. А. Нестационарное обтекание тонкого крыла конечного размаха гиперзвуковым потоком газа. Докл. АН СССР, 1978, т. 240, № 5.
7. Голубинский А. И., Голубкин В. Н. О треугольном крыле в гиперзвуковом потоке газа. Докл. АН СССР, 1976, т. 226, № 4.
8. Голубкин В. Н. Обтекание плоского треугольного крыла гиперзвуковым потоком газа. Уч. зап. ЦАГИ, 1976, т. 7, № 6.
9. Голубкин В. Н. Влияние формы передней кромки в плане на гиперзвуковое обтекание крыла малого удлинения. Уч. зап. ЦАГИ, 1978, т. 9, № 6.
10. Боровой В. Я., Давлет-Кильдеев Р. З., Рыжкова М. В. Об особенностях теплообмена на поверхности некоторых несущих тел при больших сверхзвуковых скоростях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 1.
11. Боровой В. Я., Давлет-Кильдеев Р. З., Рыжкова М. В. Экспериментальное исследование теплообмена на крыльях и клине. Тр. ЦАГИ, 1970, вып. 1175.