

ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧЕ ОБ ИСТЕЧЕНИИ СВЕРХЗВУКОВОЙ НЕДОРАСШИРЕННОЙ СТРУИ, ВЫТЕКАЮЩЕЙ НАВСТРЕЧУ СВЕРХЗВУКОВОМУ ПОТОКУ

В. М. КАЛИНИН, А. М. МЕЛЬБАРД

(Москва)

Вопросы моделирования истечения сверхзвуковой недорасширенной струи во встречный сверхзвуковой поток рассматривались применительно к задачам двух типов, когда размеры экрана, с поверхности которого происходит истечение, не играют роли и струя может считаться изолированной, и когда размер экрана существенно влияет на картину течения. Установлено экспериментально [1, 2] и расчетным путем [3] существование режимов неустойчивого течения. В широком диапазоне определяющих параметров опыты обнаруживают чередование «режима проникновения», когда торможение потока в струе осуществляется в серии «бочек», и «режима тупого тела», когда торможение происходит в пределах первой бочки.

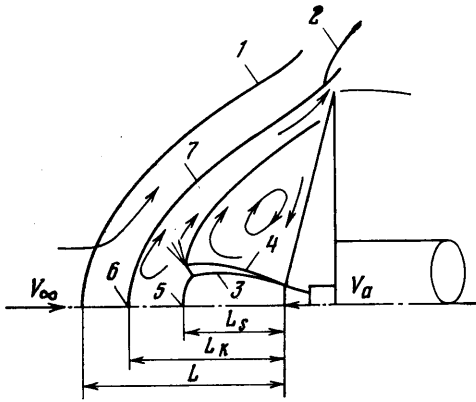
Для гиперзвуковой изолированной струи, вытекающей во встречный поток, в устойчивом режиме взаимодействия (типа тупого тела), предложены [4] два параметра подобия, представляющие собой характерные продольный и поперечный размеры струи и являющиеся обобщением полученных в [5] параметров подобия в задаче об истечении гиперзвуковой струи в затопленное пространство. В силу сделанных в [4, 5] допущений один из этих параметров оказался не зависящим от числа M_a .

В [6] предложена система параметров моделирования с учетом наличия экрана: n , $k_e = 0,5\kappa_\infty (1 + \kappa_a M_a^2)^{-1} S_a / S_M$, $(\ln p) \nu'$, $M_\infty (\ln(p) \nu')$ характеризует расширение газа в струе, ν — угол разворота). Однако, если в сравниваемых течениях κ_∞ одинаковы, а κ_a различны, эта система обеспечивает моделирование только при отказе от геометрического подобия ($d_a / D_M = \text{const}$ или $S_a / S_M = \text{const}$). Действительно, если $\kappa_{a1} \neq \kappa_{a2}$, то из условия $(\ln p) \nu' = \text{const}$ следует $M_{a1} \neq M_{a2}$. Поскольку при этом не обязательно будет выполняться $\kappa_a M_a^2 = \text{const}$, то условие $k_e = \text{const}$ приводит к отклонению от геометрического подобия экранов в указанном выше смысле. Это может привести к изменению картины обтекания экрана (с замкнутой или открытой циркуляционной зоной в области между струей и экраном) и, следовательно, изменению его аэродинамических характеристик.

В отличие от упомянутых выше исследований в предлагаемой статье рассмотрены для изолированных, а также вытекающих с поверхности экрана сверхзвуковых недорасширенных струй вопросы моделирования при менее жестких ограничениях на условия истечения. Установлены два критерия подобия: $L_K = k(\kappa_a, M_a) P^h$, $L_M = (M_a / \kappa_a)^{1/2} \nu' \sqrt{n_\infty}$, представляющие собой комплексы газодинамических параметров струи и набегающего потока, которые в совокупности с геометрическим подобием экранов определяют моделирование картины взаимодействия струи с экраном и потоком.

В дальнейшем будем придерживаться следующей классификации задач взаимодействия сверхзвукового потока с одиночной или с системой встречных, вытекающих с поверхности экрана струй. Задачами прямого взаимодействия будем называть такие течения, когда до встречи с внешним потоком струи между собой не пересекаются; обратную ситуацию назовем непрямым взаимодействием. В каждом из этих классов будем говорить о задачах с сильно развитой контактной поверхностью, если поверхность раздела струйного (струйных) и внешнего потоков такова, что последний не достигает лобовой поверхности экрана; обратную ситуацию будем относить к задачам со слабо развитой контактной поверхностью. Легко видеть, что все возможные случаи стационарного взаимодействия встреч-

ного потока со струями и экраном укладываются в рамки данной классификации. Ниже рассматривается подобие в классе задач прямого взаимодействия с сильно развитой контактной поверхностью. Хорошо известная для случая одиночной центральной струи картина течения изображена на фиг. 1. Контактный раздел 7 можно рассматривать как поверхность некоторого фиктивного тела, и задача о взаимодействии струи со встречным потоком становится аналогичной задаче о внешнем обтекании этого фиктивного тела. Эта аналогия позволяет осуществить традиционный подход к вопросам моделирования: в сравниваемых течениях требуется геометрическое подобие обтекаемых тел и равенство безразмерных комплексов, характеризующих внешний невозмущенный поток.



Фиг. 1

Вдоль поверхности раздела и границ струи развиваются слои смешения и существенную роль играют эффекты вязкости; в данной работе эти процессы смешения не рассматриваются и вытекающие из их рассмотрения параметры моделирования не затрагиваются.

Очевидно, для геометрического подобия необходимо подобие самих экранов вместе с заключенными в них соплами, равенство относительных расстояний от среза сопла до точки торможения встречных потоков (точка 6 на фиг. 1) вдоль струи, L_k , подобие контуров фиктивных тел в сравниваемых течениях. Первое условие выполняется, если формы экранов подобны и $d_a/D_M = \text{const}$, $d_c/D_M = \text{const}$, где d_c — диаметр окружности центров выходных сечений сопел (в случае системы струй).

Второе условие эквивалентно равенству $P_{0j}' = P_{0\infty}'$. Величина P_{0j}' зависит от относительного расстояния от среза сопла до замыкающего скачка в струе 5, L_s , и параметров газа на срезе сопла. Для определения искомой связи между ними могут быть использованы аппроксимационные зависимости для расчета параметров поля струи, вытекающей в затопленное пространство или в вакуум. Ниже используется аппроксимация [7], которая для точек оси струи имеет вид

$$(1) \quad \rho/\rho_a = 0.5\kappa_a(\kappa_a - 1)M_a^2 L_s^{-2}$$

Здесь и в дальнейшем все линейные размеры, кроме специально оговоренных случаев, отнесены к r_a . Относительное расстояние L_s легко устанавливается из (1) с помощью соотношений для изэнтропических течений и связи между полными давлениями при переходе через прямой скачок уплотнения и выражается формулой

$$L_s = \sqrt{k_1 P}, \quad k_1 = \left[\frac{1}{2}(1 + \kappa_a) \right]^{2\alpha + 1} \kappa_a^{1 - \alpha} \times \\ \times (1 + \frac{1}{2}(\kappa_a - 1)M_a^2)^{-\alpha} M_a^2 \quad (\alpha = (\kappa_a - 1)^{-1})$$

Чтобы получить расстояние до контактной поверхности, нужно к L_s прибавить величину отхода ударной волны ε , которую, следуя методике, применяемой в [7], можно представить в виде

$$\frac{\varepsilon}{L_s} = \frac{\kappa_a - 1}{\kappa_a + 1} \left\{ 1 + \left(\frac{\kappa_a - 1}{2\kappa_a} [(\kappa_a - 1)\kappa_a M_a^2 + 4] \right)^{1/2} \right\}^{-1} = k_2(\kappa_a, M_a)$$

Тогда

$$(2) \quad L_k = k(\kappa_a, M_a) \sqrt{P}, \quad K(\kappa_a, M_a) = (1+k_2) \sqrt{k_1}$$

При числах $M \leq 2.0$, когда погрешности аппроксимации существенно возрастают, соответствующие зависимости заменяются линейной экстраполяцией $k(M_a)$ в область $M_a < 3.0$. Сравнение полученных таким образом результатов с расчетами [8] при $M_a = 1.0$ и $\kappa_a = 1.4$ дает хорошее их совпадение и характеризует точность примененной экстраполяции. Заметим, что структура формулы (2) не зависит от конкретного вида аппроксимационных зависимостей, принимаемых для определения величин ρ/ρ_a и ϵ ; в любом случае она будет представлять собой функцию P , умноженную на некоторую функцию параметров κ_a и M_a . Третье условие — подобие контуров фиктивных тел — будет помимо требования $L_k = \text{const}$ определяться и равенством характерных относительных поперечных размеров струи в сравниваемых течениях. Анализ формул, описывающих геометрическую структуру затопленной струи, показывает, что существуют независимые параметры, характеризующие продольные и поперечные размеры струи. Так, в [9, 10] расстояние от среза сопла до диска Маха или до сечения, где висячий скачок имеет максимум, пропорционально комплексу $L_q = H_a / \kappa_a n$. В то время как диаметр маховского диска или максимальный диаметр бочки r_{sm} , образованной висячим скачком, зависят от другого комплекса. Например, в [11]:

$$r_{sm} = (1.7M_a^{1/4} - 1) (\sqrt{n} - 1)$$

Другими авторами дается уточнение этой формулы для $\kappa_a \neq 1.4$ введением множителя $1.4/\kappa_a$.

Попытка обобщить экспериментальные и расчетные результаты для затопленной струи по параметрам, характеризующим ее продольные и поперечные размеры, дала наилучшие результаты, когда в качестве продольного масштаба использовалось L_q и в качестве поперечного масштаба

$$(3) \quad L_M = (M_a / \kappa_a)^{1/4} \sqrt{n}$$

Результаты такой обработки хорошо аппроксимируются следующими зависимостями: ($n = 2 - 10^6$, $M_a = 1.5 - 5.0$; $\kappa_a = 1.225 - 1.5$)

$$x_d = 1.3678 L_q^{0.966}, \quad r_d = 0.4385 L_M^{1.218}, \quad x_{sm} = 0.8318 L_q,$$

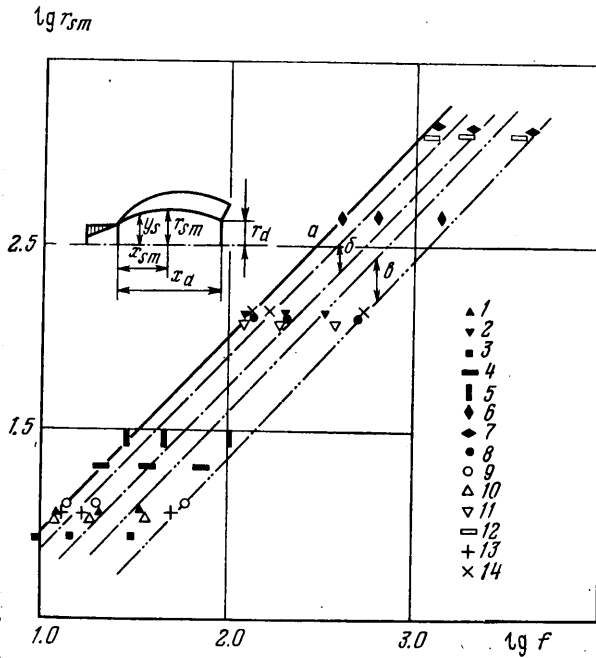
$$r_{sm} = 0.7762 L_M^{1.07}$$

Сказанное выше подтверждается графиками фиг. 2, на которой представлена поперечная координата положения максимума висячего скачка в затопленной струе по данным работы [10] в функции параметра f . Здесь 1-8 относятся к $\kappa_a = 1.3$, $M_a = 3.0$ (1, 2), $M_a = 4.0$ (3-7), $M_a = 5.0$ (8); 9 - $\kappa_a = 1.35$, $M_a = 5.0$; 10 ÷ 12 - $\kappa_a = 1.4$, $M_a = 3.1$; 13 и 14 относятся к $\kappa_a = 1.5$, $M_a = 4.0$. Нерасчетности при этом составляют $n = 50$ (3); 100 (1, 9, 10, 13); 250 (4); 500 (5); 10^4 (2, 8, 11, 14); 10^5 (6) и 10^6 (7, 12). Обработанные по параметру $f = L_M$ (кривая a на фиг. 2) точки очень хорошо ложатся на одну прямую. В то время как обработка по параметрам L_q и $f = R_2$

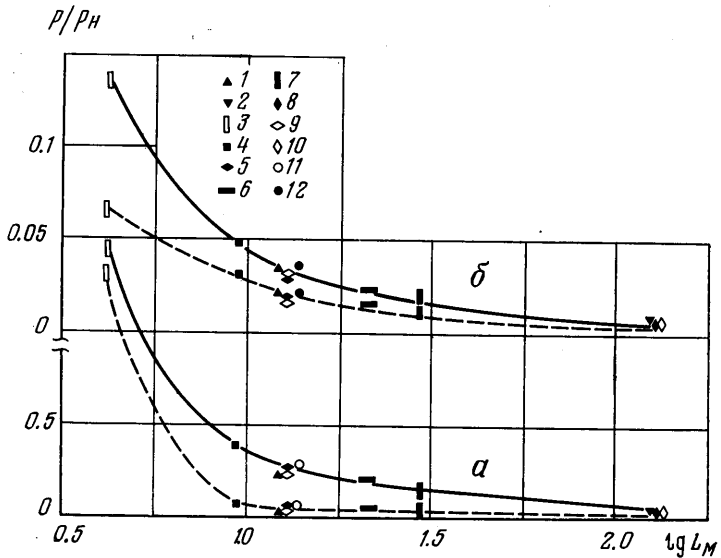
$$(4) \quad R_2 = (\pi p_\infty)^{-1/2} (QV_m - J)^{1/2}$$

предложенным в [5], приводит к существенному разбросу точек (полосы a и b на фиг. 2).

Заметим, что не только r_{sm} и r_d , но и распределение давления в сходственных точках поперечных сечений струи также является функцией параметра L_M (фиг. 3). Сплошными и штриховыми кривыми обозначены зависимости давления на оси струи и перед висячим скачком в двух сечениях: $x = 0.5x_{sm}$ и $x = x_{sm}$ (a и b соответственно). Одинаковые с фиг. 2 символы отвечают тем же значениям κ_a , M_a и n , кроме 5, относящейся к $M_a = 4.0$, $n = 10^2$ и $\kappa_a = 1.3$; 9, 10 - $M_a = 4.0$, $n = 10^2$, 10^4 , $\kappa_a = 1.4$; для 11 $\kappa_a = 1.3$. Некоторый разброс точек на фиг. 2 (кривая 1) и фиг. 3 может быть частично вызван различием в углах φ_a , для которых проводился расчет [10]: $\varphi_a = 5^\circ$ и 10° .



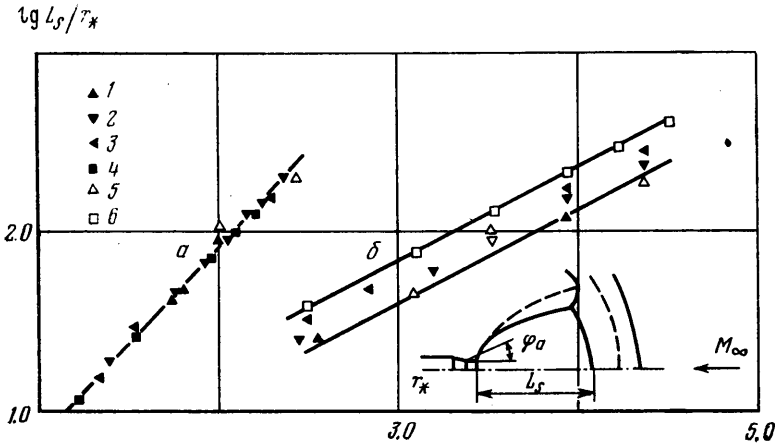
Фиг. 2



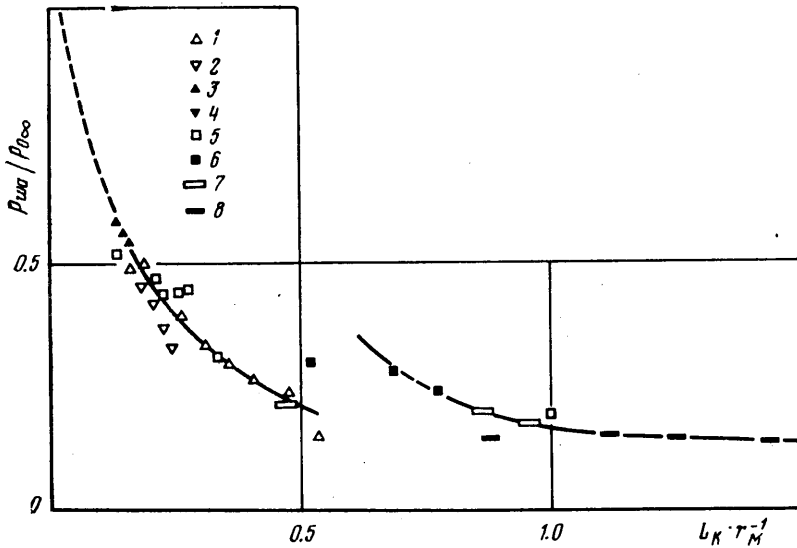
Фиг. 3

Таким образом, как продольный, так и поперечный масштабы являются функциями M_a , κ_a , n . Независимость поперечного масштаба от числа M_a , которая следует из работы [5], есть результат сделанных в ней допущений и, в частности, выбора характерного поперечного размера в виде (4), хотя допустим и более общий вид этого выражения: $R_2 = (\pi r_\infty)^{-1/2} (QV_M - kY)^{1/2}$, где $k \neq 1$ и зависимость R_2 от числа M_a сохраняется. В задаче, рассматриваемой в данной статье, параметр L_K — безразмерное расстояние от среза сопла до точки торможения потока на контактной поверхности — является аналогом L_q и может быть рекомендован в качестве продольного

масштаба. Например, приведенные в работе [4] данные по величине отхода замыкающего скачка от среза сопла вдоль оси сверхзвуковой изолированной струи ($M_a=1\div 4$, $\varphi_a=7.5^\circ$), вытекающей навстречу сверхзвуковому ($M_\infty=4.8$) потоку, обработанные по параметру P , допускают расслоение зависимостей $L_s(P)$ по числам M_a до 10% (фиг. 4, б). Обработка этих результатов в виде зависимостей $L_s=f(L_K)$ дает линейную связь между



Фиг. 4



Фиг. 5

логарифмами L_s и L_K с практически нулевым разбросом (фиг. 4, а). Эти результаты получены на двух геометрически подобных моделях конического лобового экрана $2\theta_s=120^\circ$. На фиг. 4 1-4 относятся к большой, а 5, 6 к малой моделям и числам $M_a=1.0$; 2.0; 3.0; 4.0 и 1.0; 4.0 соответственно. Для определения L_s может быть рекомендована аппроксимационная формула $L_s=0.7079L_K^{1.048}$.

Аналогично параметр L_M (3), где n означает местную нерасчетность $n_w=p_a/p_w$, служит поперечным масштабом. Местная нерасчетность определяется величиной давления вблизи среза сопла p_w . Существующие экспериментальные данные различных авторов о величине p_w , обработанные по

параметру L_K/R_M , представлены на фиг. 5. Здесь 1–4 отвечают данным работы [2] ($M_a=1.0$, $M_\infty=2.5$) $1/R_M=0.131$, 0.054 и 0.03 соответственно; 5–8 взяты из [1] при $M_\infty=6.0$ и следующих значениях M_a и $1/R_M$: 1.0 и 0.02; 2.0 и 0.026; 3.0 и 0.041; 4.0 и 0.066; 9 соответствует $M_a=4.3$, $M_\infty=2.0$, $1/R_M=0.127$ [8]. Форма лобового экрана при этом была различной: сферический сегмент 1–3, цилиндрический торец 4 и конус с углом раствора $2\theta_s=120^\circ$. Экспериментальные точки удовлетворяют зависимости $p_w/p_{0\infty}' = f(L_{K1})$, где $L_{K1}=L_K/R_M$. Разброс точек в районе $L_{K1}=0.5$ вызван, по-видимому, перестройкой течения вблизи консолей экрана. Таким образом, величина местной нерасчетности представляется в виде

$$n_w = \frac{p_a}{p_w} = \frac{p_a}{p_{0\infty}'} \frac{p_{0\infty}'}{p_w} = \frac{\pi(\lambda_a)}{f(L_{K1})} P = \frac{1}{k_1} \pi(\lambda_a) \frac{L_s^2}{f(L_{K1})}$$

Преобразуя $\pi(\lambda_a)/k_1$ и положив $L_s \approx L_K$, окончательно получим

$$n_w = \frac{F(L_K)}{F_1(\kappa_a)} M_a^{-2} \left(1 + \frac{1}{2} (\kappa_a - 1) \right)^{-1}$$

$$F(L_K) = \frac{L_K^2}{f(L_{K1})}, \quad F_1(\kappa) = \left[\frac{1}{2} (\kappa + 1) \right]^{2\alpha+1} (\kappa)^{1-\alpha}, \quad \alpha = (\kappa - 1)^{-1}$$

Итак, третье условие подобия течений выполняется при соблюдении равенств

$$(5) \quad L_K = k(\kappa_a, M_a) \sqrt{P} = \text{const}$$

$$(6) \quad L_M = \left(\frac{M_a n_w^2}{\kappa_a} \right)^{1/4} = \frac{1}{M_a} \sqrt[4]{\frac{\sqrt{M_a/\kappa_a} F(L_K)}{1 + 1/2 (\kappa_a - 1) M_a^2 F_1(\kappa_a)}} = \text{const}$$

При соблюдении $L_K = \text{const}$ и геометрического подобия в силу того, что тогда $F(L_K) = \text{const}$ (6) сведется к условию

$$[F_1(\kappa_a) \sqrt{\kappa_a} M_a^3 (1 + 1/2 (\kappa_a - 1) M_a^2)]^{1/2} = \text{const}$$

которое выражает равенство поперечных масштабов в сравниваемых течениях и является одним из параметров моделирования. Придадим (6) несколько иной вид, воспользовавшись (2), где положим $k_2=0$, поскольку его величина не превышает 0.09

$$(7) \quad \left[\sqrt{\frac{M_a}{\kappa_a}} \frac{1}{f(L_K)} (1 + 1/2 (\kappa_a - 1) M_a^2)^{-\kappa_a/(\kappa_a - 1)} \right]^{1/2} \sqrt{P} = \text{const}$$

В такой форме его удобно использовать при $L_K \geq 1.2$, когда режим взаимодействия струи и потока таков, что функция $f(L_{K1})$ находится в области автомодельности (фиг. 5) — факт, физически означающий, что внутренняя граница отраженной от контактной поверхности струи располагается вне экрана, т. е. уходит за кромку миделя. В этом случае параметр подобия (7) приобретает более простой вид.

Таким образом, геометрическое подобие экранов (условия (5), (6)) обесценивают моделирование течений в случае одиночной встречной струи в классе задач прямого взаимодействия при наличии сильно развитой контактной поверхности. В частном случае $L_{K1} \geq 1.2$ моделирование течений

¹ Захаров Ю. Б. Исследование характера обтекания и аэродинамических характеристик конуса при истечении из него струй навстречу сверхзвуковому потоку. Техн. отчет ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского, 1971.

достигается соблюдением геометрического подобия и равенства (6) в форме

$$\left[\sqrt{\frac{M_a}{\kappa_a} \left(1 + \frac{1}{2} (\kappa_a - 1) M_a^2 \right)^{-\kappa_a/(\kappa_a - 1)}} \right]^{1/2} \sqrt{P} = \text{const}$$

Если с поверхности экрана истекает система струи и при этом имеет место режим прямого взаимодействия, то все сказанное выше применимо к определению параметров моделирования таких течений.

Поступила 4 XII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Romeo D. Y., Sterrett J. R.* Flow field for sonic jet exhausting counter to a hypersonic mainstream. *AIAA Journal*, 1965, vol. 3. No. 3. (Рус. перев.: Ромео, Стерретт. Поле течения при звуковой скорости истечения струи навстречу основному потоку. (Ракетная техника и космонавтика, 1965, т. 3, № 3).)
2. *Finley P. J.* The flow of a jet from a body opposing a supersonic free stream. *J. Fluid Mech.*, 1965, vol. 26, p. 2. (Рус. перев.: Финлей П. Дж. Струя, истекающая из тела против внешнего сверхзвукового потока. (Механика. Период. сб. перев. иностр. ст. 1967, № 5).)
3. *Hirose N., Kawamura R.* Numerical calculation of supersonic opposing jet directed upstream against supersonic main stream by the use of time-dependent finite difference method. *Proc. 9th Int. Symp. Space Technol. and Sci.*, Tokio, 1971.
4. *Столяров Е. П.* Об истечении недорасширенных газовых струй навстречу сверхзвуковому потоку. *Уч. зап. ЦАГИ*, 1977, т. 8, № 2.
5. *Мурзинов И. Н.* Параметры подобия при истечении сильно недорасширенных струй в затопленное пространство. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1971, № 4.
6. *Jarvinen P. O., Adams R. H.* The effects of retrorockets on the aerodynamic characteristics of conical aeroshell planetary entry vehicles. *AIAA Paper*, 1970, No. 70-219.
7. *Roberts L.* The action of a hypersonic jet on a dust layer. *GAS Paper*, 1963, No. 63-50.
8. *Cassanova R. A., Jing-Chu Lin Wu.* Flow field of a sonic jet exhausting counter to a low-density supersonic airstream. *Phys. Fluids*, 1969, vol. 12, No. 12, pt 1.
9. *Lewis C. H., Carlson D. Y.* Normal shock location in underexpanded gas and gas-particle jets. *AIAA Journal*, 1964, vol. 2, No. 4. (Рус. перев.: Льюис м.л., Карлсон. Положение центрального скачка уплотнения в недорасширенной газовой струе и в струе газа с твердыми частицами. (Ракетная техника и космонавтика, 1964, т. 2, № 4).)
10. *Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г., Дьяконов Ю. Н., Егорова Н. И., Мельников Д. А., Росляков Г. С., Усков В. И.* Сверхзвуковые струи идеального газа. М., Изд-во МГУ, 1970.
11. *Авдучевский В. С., Иванов А. В., Карпман И. М., Трасковский В. Д., Юделович М. Я.* Течение в сверхзвуковой вязкой недорасширенной струе. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1971, № 4.