

## О НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ ТОЧЕЧНОГО ВЗРЫВА В ИЗЛУЧАЮЩЕМ ГАЗЕ

Б. В. ПУТЯТИН

(Москва)

Рассматривается начальная стадия точечного взрыва в излучающем сером газе, коэффициент поглощения которого аппроксимируется зависимостью  $K = \kappa(\rho)e^{-n}$ ,  $\rho$  — плотность,  $e$  — внутренняя энергия газа. Показано, что при  $n > -1/3$  начальная стадия процесса существенно отличается от решения задачи как в классическом адиабатическом случае [1, 2], так и для среды с нелинейной теплопроводностью [2-4].

Подвод энергии к среде в точке приводит к мгновенному разогреву всей среды. Аналитически найдена форма этого разогрева. Методом сращиваемых асимптотических разложений исследуется поведение решения в окрестности центра. Найдено, что при определенных условиях в центре возмущенной области образуются ударная волна и зона возвратного течения газа.

1. Рассматривается начальная стадия точечного взрыва в излучающем сером газе. Газ принимается совершенным, вязкость и теплопроводность отсутствуют. Зависимости коэффициента поглощения  $K$ , осредненного по всему частному спектру или его части, и соответствующей функции излучения  $B$  от термодинамических параметров аппроксимируются следующим образом:

$$(1.1) \quad K = \kappa(\rho)e^{-n}, \quad B = b(\rho)e^m, \quad m > 0 \quad (n, m = \text{const})$$

где  $\kappa$  и  $b$  — некоторые функции плотности  $\rho$ ;  $e$  — удельная внутренняя энергия газа.

Уравнения неразрывности, движения, энергии, состояния и переноса излучения для сферически-симметричных течений возьмем в форме

$$(1.2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v) = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

$$\rho \left( \frac{\partial e}{\partial t} + v \frac{\partial e}{\partial r} \right) + \frac{p}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q) = 0$$

$$p = (\gamma - 1) \rho e, \quad q = 2\pi \int_{-1}^1 I \mu d\mu$$

$$\mu \frac{\partial I}{\partial r} + \frac{1 - \mu^2}{r} \frac{\partial I}{\partial \mu} + K(I - B) = 0$$

Здесь  $t$  — время;  $r$  — координата;  $v$  — скорость;  $p$  — давление;  $\gamma$  — эффективный показатель адиабаты;  $\mu$  — косинус угла между световым лучом и направлением  $r$ ;  $I$  — интенсивность излучения.

В начальный момент времени  $t=0$  к холодному однородному покоящемуся газу в центре подводится конечная энергия  $E^0$ .

Начальные и граничные условия записываются в виде

$$(1.3) \quad t=0, r>0, e=v=0, \rho=\rho_0=\text{const}$$

$$(1.4) \quad t>0, r=0, v=0, I(\mu)=I(-\mu)$$

В зависимости от значений показателей  $n$  и  $m$  в (1.1) решения сформулированной задачи могут принципиально различаться. Поясним это. Пусть в сфере с радиусом  $r_0$  содержится неподвижный газ с начальной плотностью  $\rho_0$  и общей энергией  $E^0$ . Для оптической толщины  $\tau$  рассматриваемого объема газа в соответствии с (1.1) имеем

$$\tau = Kr_0 = \kappa_0 \left( \frac{4\pi\rho_0}{3E^0} \right)^n r_0^{3n+1}, \quad \kappa_0 = \kappa(\rho_0)$$

При стягивании сферы в точку с сохранением заключенной в ней энергии и плотности газа  $\tau$  будет стремиться к бесконечности при  $n < -1/3$  и к нулю при  $n > -1/3$ . В первом случае при описании начальной стадии взрыва можно пользоваться приближением лучистой теплопроводности [2,3], во втором, очевидно, это приближение не пригодно. Далее будет рассматриваться случай  $n > -1/3$ , что соответствует реальным зависимостям коэффициента поглощения от термодинамических параметров в области высоких температур (см., например, [4]). Поскольку оптическая толщина стягиваемого в точку объема стремится при этом к нулю, его излучение будет иметь характер объемного высвечивания. Суммарная мощность выходящего из сферы излучения равна

$$N = 4\pi KB \frac{4\pi}{3} r_0^3 = \frac{16\pi^2}{3} \kappa_0 b_0 \left( \frac{3E^0}{4\pi\rho_0} \right)^{m-n} r_0^{3(1+n-m)}, \quad b_0 = b(\rho_0)$$

Таким образом, при  $m-n < 1$   $N$  стремится к нулю, следовательно, начальная стадия взрыва будет близка к адиабатическому случаю [1,2]. При  $m-n > 1$   $N$  при стягивании сферы в точку стремится к бесконечности, поэтому результат подвода к среде в точке конечной энергии будет совпадать с результатом действия мгновенного точечного источника излучения.

2. Естественно ожидать, что действие такого источника вызовет мгновенный разогрев среды. В связи с этим рассмотрим вспомогательную задачу о поглощении излучения точечного изотропного источника, действующего по заданному закону от времени. Условия (1.4) для интенсивности излучения изменятся на  $\lim_{r \rightarrow 0} r^2 q = S(t)$ , где  $S$  — заданная функция времени. Начальные условия (1.3) остаются без изменений.

Введем новые переменные

$$(2.1) \quad \rho^0 = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad e^0 = \frac{e}{e_*}, \quad p^0 = \frac{p}{\rho_0 e_*}, \quad v^0 = v e_*^{-1/2}, \quad r^0 = \frac{r}{r_*}$$

$$I^0 = \frac{I r_*^2}{S}, \quad e_* = \left[ \frac{(3n+1)\kappa_0^3}{\rho_0} Q(t) \right]^{1/(3n+1)}, \quad r_* = \frac{e_*^n}{\kappa_0}, \quad Q = \int_0^t S dt$$

Пусть теперь мощность источника  $S$  стремится к бесконечности, а время его действия — к нулю, так что

$$Q = \frac{E^0}{4\pi} = \text{const}$$

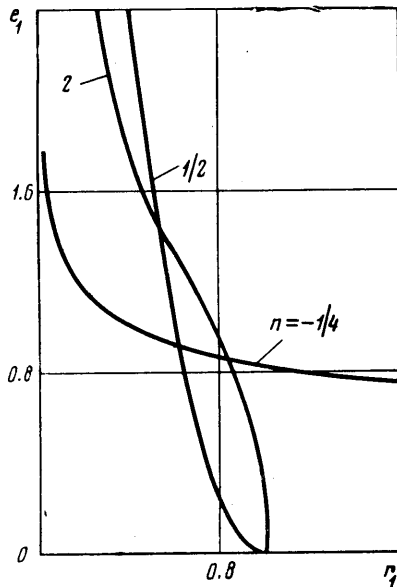
Тогда уравнения (1.2) в новых переменных переходят при  $t \rightarrow 0$  в систему (индекс  $^0$  опущен)

$$(2.2) \quad \frac{d\rho}{dr} = 0, \quad \frac{v}{2} - nr \frac{dv}{dr} = 0$$

$$\rho \left( e^{-nr} \frac{de}{dr} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 q), \quad q = 2\pi \int_{-1}^1 I \mu d\mu$$

$$(2.3) \quad \mu \frac{\partial I}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial I}{\partial \mu} + \frac{\kappa}{\kappa_0} e^{-nI} = 0$$

Можно ожидать, что ее решение определит результат воздействия на среду мгновенного источника.



Граничными условиями для (2.2), (2.3) будут

$$(2.4) \quad r=0: v=0, r^2 q=1, r=\infty: v=e=0 \quad \rho=1$$

соответствующие условиям (1.3) и (1.4).

Решения первых двух уравнений (2.2) с учетом (2.4)  $\rho=1, v=0$  отражают простой физический факт, что среда за время действия источника не успевает прийти в движение. В уравнении переноса отсутствует также член, связанный с собственным излучением среды, т. е. среда не успевает и переизлучать поглощаемую энергию.

Будем искать решение (2.3) в виде  $I = (1/2\pi) q(r) \delta(\mu-1)$ , где  $\delta(\mu-1)$  — дельта-функция. Учитывая, что  $\rho=1, v=0$ , приходим к уравнению для определения начального разогрева

$$(2.5) \quad e^{-nr} \frac{de}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 q) = 0$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 q) + e^{-n} q = 0$$

В линейном случае ( $n=0$ ) сразу получаем классический результат

$$(2.6) \quad q = e = e_0 = r^{-2} \exp(-r)$$

При  $n \neq 0$  решение уравнений (2.5), удовлетворяющее (2.4), имеет вид

$$(2.7) \quad e = e_0 = \frac{|n|}{k} \{ l r_1^{1-k} [1 - \text{sign}(n) r_1^k] \}^{1/n}$$

$$q = r^{-2} [1 - \text{sign}(n) r_1^k]^{l_1}, \quad l_1 = \frac{\text{sign}(n)}{k} \left( \frac{k}{|n|} \right)^n$$

$$k = \frac{3n+1}{n+1}, \quad l = (k|n|^{-n-1})^{1/(3n+1)}, \quad r_1 = \frac{r}{l}$$

На фиг. 1 для нескольких значений  $n$  изображена функция  $e_1 = e_0 k / |n| l^{-1/n}$  в зависимости от  $r_1$ . Для  $n > 0$   $e_0$  обращается в нуль при конечном значении  $r$ . Для  $n \leq 0$   $e_0$  асимптотически стремится к нулю при  $r$ , стремящемся к бесконечности. Найденное решение напоминает решение для тепловой волны [4], в котором коэффициент теплопроводности обратно пропорционален коэффициенту поглощения  $K$ . Однако в отличие от [4] функция  $e_0$  в центре стремится к бесконечности. Понятно, что это может вызвать появление сильных динамических возмущений газа даже на начальной стадии взрыва.

3. Рассматриваемая задача о точечном взрыве эквивалентна задаче с начальными данными

$$(3.1) \quad t = +0, \quad v = 0, \quad \rho = \rho_0, \quad e = e_* e_0, \quad e_* = \left[ \frac{(3n+1) \kappa_0^3 E^0}{4\pi \rho_0} \right]^{1/(3n+1)}$$

где  $e_0$  задается формулами (2.6) или (2.7).

Введем безразмерные переменные  $t^0 = t e_*^{1/2} / r_*$ ,  $I^0 = I e_*^{-m} / b_0$ . Остальные формулы аналогичны (2.1). Перепишем уравнения (1.2) в новых переменных, опуская индекс  $\sim$ :

$$(3.2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v) = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

$$\rho \left( \frac{\partial e}{\partial t} + v \frac{\partial e}{\partial r} \right) + \frac{p}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v) + \frac{A}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q) = 0$$

$$p = (\gamma - 1) \rho e, \quad q = 2\pi \int_{-1}^1 I \mu d\mu, \quad A = \frac{b_0 e_*^{m-1/2}}{\rho_0}$$

$$\mu \frac{\partial I}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial I}{\partial \mu} + \frac{\kappa}{\kappa_0} e^{-n} \left( I - \frac{b}{b_0} e^m \right) = 0.$$

Постоянная  $A^{-1}$  есть число Больцмана.

Вне окрестности центра для малых  $t$  решение задачи (3.1), (3.2) можно представить в виде

$$(3.3) \quad \rho = 1 + o(1), \quad e = e_0 + o(1), \quad v = -(\gamma - 1) \frac{de_0}{dr} t + o(t)$$

Представления (3.3) нарушаются, конечно, в начале координат, что обусловлено особенностью функции  $e_0$ . Это обстоятельство требует отдельного рассмотрения окрестности центра. Будем искать внутреннее асимптотическое разложение решения в окрестности центра, сращиваемое с внешним разложением (3.3).

Введем внутреннюю координату  $x = r t^{-\alpha}$ ,  $\alpha > 0$ , где постоянная  $\alpha$  будет определена позднее, и новые переменные по формулам, вид которых определяется асимптотикой в центре внешнего разложения (3.3):

$$(3.4) \quad e = t^{-2\alpha_0} E, \quad p = t^{-2\alpha_0} P, \quad v = t^{1-(n+3)\alpha_0} V, \quad I = t^\delta J \quad \left( \alpha_0 = \frac{\alpha}{n+1} \right)$$

Величина  $\delta$  пока не определена, она должна находиться из условия  $J = O(1)$ .

Уравнения (3.2) в новых переменных примут вид

$$(3.5) \quad t \frac{\partial \rho}{\partial t} - \alpha x \frac{\partial \rho}{\partial x} + t^\delta \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 \rho V) = 0$$

$$t \frac{\partial V}{\partial t} - \alpha x \frac{\partial V}{\partial x} + \left( 1 - \frac{n+3}{n+1} \alpha \right) V + t^\delta V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

$$\begin{aligned}
 & t \frac{\partial E}{\partial t} - \alpha x \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{2\alpha}{n+1} E + t^{\beta_1} \left[ V \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{P}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 V) \right] + \\
 & + 4\pi \frac{A\kappa}{\rho\kappa_0} t^{1+2\alpha} E^{-n} \left( \frac{b}{b_0} t^{-\beta_2} E^m - \frac{1}{2} t^\delta \int_{-1}^1 J d\mu \right) = 0 \\
 (3.6) \quad & P = (\gamma - 1) \rho E \\
 & \mu \frac{\partial J}{\partial x} + \frac{1 - \mu^2}{x} \frac{\partial J}{\partial \mu} + \frac{\kappa}{x_0} t^{\beta_3} E^{-n} \left( J - \frac{b}{b_0} t^{-\beta_2 - \epsilon} E^m \right) = 0 \\
 & \beta_1 = 2 - 2\alpha \frac{n+2}{n+1}, \quad \beta_2 = \frac{2\alpha m}{n+1}, \quad \beta_3 = \alpha \frac{3n+1}{n+1}
 \end{aligned}$$

В (3.6)  $\beta_3 > 0$ , следовательно, внутренняя область оптически тонка и в (3.4) следует принять  $\delta = \beta_3 - \beta_2$ .

В зависимости от значений параметров дальнейший анализ разбивается на несколько случаев.

4. Пусть вначале  $-1/3 < n < (m-2)/3$ . Положим  $\alpha = (n+1)/2(m-n-1)$  с целью учета в уравнении энергии радиационного члена, при этом  $\beta_1 > 0$ . Тогда предельная форма уравнений (3.5) при  $t \rightarrow 0$  будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 (4.1) \quad & \frac{d\rho}{dx} = 0, \quad P = (\gamma - 1) \rho E \\
 & \left( 1 - \frac{n+3}{n+1} \alpha \right) V - \alpha x \frac{dV}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} = 0 \\
 & - \frac{2\alpha}{n+1} E - \alpha x \frac{dE}{dx} + 4\pi \frac{A\kappa b}{\rho\kappa_0 b_0} E^{m-n} = 0
 \end{aligned}$$

При  $x \rightarrow \infty$  решение уравнений (4.1) должно удовлетворять условиям сращивания с (3.3):

$$\begin{aligned}
 (4.2) \quad & \rho \rightarrow 1, \quad E \rightarrow d_e x^{-2/(n+1)}, \quad V \rightarrow d_v x^{-(3+n)/(n+1)} \\
 & d_e = 1 \quad (n=0), \quad d_e = |n|^{1-1/n} K^{1/n(n+1)-1} \quad (n \neq 0), \quad d_v = 2 \frac{\gamma-1}{n+1} d_e
 \end{aligned}$$

Решение системы (4.1), удовлетворяющее условиям (4.2), имеет вид

$$\begin{aligned}
 (4.3) \quad & \rho = 1, \quad E = [d_e^\alpha x^{1/\alpha} + 4\pi A \omega]^{-1/\alpha}, \quad \omega = m - n - 1 \\
 & P = (\gamma - 1) E, \quad V = -\frac{1}{\alpha} x^{\beta_4} \int_x^\infty P' x^{-1-\beta_4} dx = -\frac{1}{\alpha} x^{\beta_4} V_1(x) \\
 & \beta_4 = \frac{2m-3n-5}{n+1}
 \end{aligned}$$

В окрестности центра функция  $V$  ведет себя как  $d_v x^{\beta_4}$ ,  $d_v = -1/\alpha V_1(0)$ . При  $\beta_4 \leq 0$  найденное решение, вообще говоря, непригодно вблизи центра, так как оно не удовлетворяет краевому условию (1.4).

Введем еще одну, внутреннюю по отношению к  $x$ , координату  $y = xt^{-\alpha_1}$ ,  $\alpha_1 > 0$ , где постоянная  $\alpha_1$  будет определена ниже, и переменную  $U = Vt^{-\alpha_1 \beta_4}$ . Уравнения (3.5) примут вид

$$(4.4) \quad t \frac{\partial \rho}{\partial t} - (\alpha + \alpha_1) y \frac{\partial \rho}{\partial y} + t^{\beta_5} \frac{1}{y^2} \frac{\partial}{\partial y} (y^2 \rho U) = 0$$

$$\begin{aligned}
& t \frac{\partial U}{\partial t} - (\alpha + \alpha_1) y \frac{\partial U}{\partial y} + \left( 1 - \frac{n+3}{n+1} \alpha + \alpha_1 \beta_4 \right) U + \\
& + t^{\beta_5} U \frac{\partial U}{\partial y} + t^{-\alpha_1(1+\beta_4)} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \\
& t \frac{\partial E}{\partial t} - (\alpha + \alpha_1) y \frac{\partial E}{\partial y} - \frac{2\alpha}{n+1} E + t^{\beta_5} \left[ U \frac{\partial E}{\partial y} + \frac{P}{\rho y^2} \frac{\partial}{\partial y} (y^2 U) \right] + \\
& + 4\pi \frac{A\kappa}{\rho \kappa_0} E^{-n} \left( \frac{b}{b_0} E^m - \frac{1}{2} t^{\beta_5} \int_{-1}^1 J d\mu \right) = 0 \\
& P = (\gamma - 1) \rho E, \quad \beta_5 = \beta_1 + \alpha_1 (\beta_4 - 1)
\end{aligned}$$

Ограничимся для краткости случаем  $-1 < \beta_4 \leq 0$  и положим  $\alpha_1 = \beta_4/2$ . При этом  $\beta_5 = \alpha_1(1 + \beta_4)$  и в наиболее общем случае  $\beta_3 > \beta_5$ .

Будем искать решение уравнений (4.4) в виде

$$(4.5) \quad \rho = 1 + t^{\beta_5} \rho_1, \quad E = E_0 + t^{\beta_5} E_1, \quad E_0 = (4\pi A \omega)^{-1/\alpha}$$

Подставив (4.5) в (4.4) и устремив  $t$  к нулю, получим систему, связывающую  $U$ ,  $\rho_1$  и  $E_1$ :

$$\begin{aligned}
(4.6) \quad & \beta_5 \rho_1 - (\alpha + \alpha_1) y \frac{d\rho_1}{dy} + \frac{1}{y_2} \frac{d}{dy} (y^2 U) = 0 \\
& \left( 1 - \frac{n+3}{n+1} \alpha + \alpha_1 \beta_4 \right) U - (\alpha + \alpha_1) y \frac{dU}{dy} + \frac{dP_1}{dy} = 0 \\
& \left( \beta_5 - \frac{2\alpha}{n+1} \right) E_1 - (\alpha + \alpha_1) y \frac{dE_1}{dy} + \frac{P_0}{y^2} \frac{d}{dy} (y^2 U) + \\
& + 4\pi A E_0^{m-n} \left[ (m-n) \frac{E_1}{E_0} + (a-1) \rho_1 \right] = 0 \\
& P_1 = (\gamma - 1) (E_1 + E_0 \rho_1), \quad a = \frac{(\kappa b)'}{\kappa_0 b_0} \Big|_{\rho=1}, \quad P_0 = (\gamma - 1) E_0
\end{aligned}$$

Потребуем для срачивания с (4.3), чтобы при  $y \rightarrow \infty$   $\rho_1$  и  $E_1$  были ограничены, а

$$(4.7) \quad U \rightarrow d_u y^{\beta_4}, \quad y \rightarrow \infty, \quad y=0: U=0$$

Можно показать, что особая точка системы (4.6)  $y_* = (\gamma P_0)^{1/2} / (\alpha + \alpha_1)$  в физическом пространстве движется с местной скоростью звука, поэтому при  $y = y_*$  решение может иметь слабый разрыв.

При  $(1-a)/\omega = \gamma - 1$  система (4.6) имеет интеграл  $E_1 - P_0 \rho_1 = C y^{\beta_5}$ ,  $\beta_5 = (1 + \beta_4) / (\alpha + \alpha_1)$ . Из условия ограниченности  $E_1$  и  $\rho_1$  при  $y \rightarrow \infty$  следует  $C = 0$ . Для определения  $U$  в этом случае получаем уравнение

$$\begin{aligned}
(4.8) \quad & \lambda(\lambda-1)f'' + [(a_1 + a_2 + 1)\lambda^{-5/2}]f' + a_1 a_2 f = 0 \\
& f = \frac{U}{y}, \quad \lambda = \left( \frac{y}{y_*} \right)^2, \quad a_1 = 1/2(1 - \beta_4), \quad a_2 = 1 - \frac{\beta_5}{2(\alpha + \alpha_1)}
\end{aligned}$$

Решение уравнения (4.8), удовлетворяющее условиям (4.7), имеет вид [5]

$$\begin{aligned}
& 0 \leq \lambda \leq 1, \quad f = C_1 F(a_1, a_2, 5/2, \lambda) \\
& \lambda > 1, \quad f = C_2 F(a_1, a_1 - 3/2, a_1 - a_2 + 1, 1/\lambda) \\
& C_1 = C_2 \frac{4\pi^{-1/2} \Gamma(a_1 - a_2 + 1) \Gamma(5/2 - a_1)}{3 \Gamma(1 - a_2)}
\end{aligned}$$

$$C_2 = d_n y_*^{\beta_1 - 1}$$

Здесь  $F$  — гипергеометрическая функция,  $\Gamma$  — гамма-функция.

5. Рассмотрим теперь случай  $(m-2)^2/3 < n < m-1$ . В уравнениях (3.5) положим  $\alpha = (n+1)/(n+2)$ , тогда  $\beta_1 = 0$  и предельная при  $t \rightarrow 0$  форма уравнений (3.5) примет вид

$$(5.1) \quad \begin{aligned} -\alpha x \frac{d\rho}{dx} + \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} (x^2 \rho V) &= 0 \\ -\alpha x \frac{dV}{dx} - \frac{1}{n+2} V + V \frac{dV}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} &= 0 \\ -\alpha x \frac{dE}{dx} - \frac{2}{n+2} E + V \frac{dE}{dx} + \frac{P}{\rho x^2} \frac{d}{dx} (x^2 V) &= 0 \\ P &= (\gamma - 1) \rho E \end{aligned}$$

Решение уравнений (5.1) должно удовлетворять условиям сращивания (4.2).

Система уравнений (5.1) совпадает с уравнениями автомодельных адиабатических движений газа со сферической симметрией [1]. Их анализ показывает, что решение рассматриваемой задачи должно содержать ударную волну. Таким образом, уже на начальной стадии взрыва внутри возмущенной области образуется сильный разрыв.

При  $n=0$  задача (5.1), (4.2) рассматривалась в [6].

При  $x \rightarrow 0$  решение системы (5.1) имеет асимптотику

$$(5.2) \quad V \rightarrow \frac{2x}{3\gamma(n+2)}, \quad \rho \rightarrow d_0 x^{6/[3\gamma(n+1)-2]}, \quad P \rightarrow P_0$$

где постоянные интегрирования  $d_0$  и  $P_0$  могут быть найдены из полного решения задачи (5.1), (4.2). Из (5.2) следует, что температура в центре стремится к бесконечности, поэтому решение уравнений (5.1) становится непригодным вблизи начала координат.

Введем еще раз внутреннюю координату и переменные

$$(5.3) \quad y = xt^{-\alpha_1}, \quad \alpha_1 > 0$$

$$(5.4) \quad U = Vt^{-\alpha_1}, \quad R = \rho t^{-\alpha_2}, \quad \varepsilon = Et^{\alpha_2}, \quad \alpha_2 = \frac{6\alpha_1}{3\gamma(n+1)-2}$$

Пусть, например,  $\kappa b = \kappa_0 b_0 \rho^2$ ,  $z = m - n$ . Анализ показывает, что для учета радиационного члена в уравнении энергии в этом случае  $\alpha_1$  следует выбрать из условия

$$\alpha_2(z - m - n) + \frac{3n + 4 - 2m}{n + 2} = 0$$

Уравнения (3.5) в переменных (5.3), (5.4) при  $t \rightarrow 0$  перейдут тогда в систему

$$(5.5) \quad \alpha_2 R - (\alpha + \alpha_1) y \frac{dR}{dy} + \frac{1}{y^2} \frac{d}{dy} (y^2 R U) = 0$$

$$\frac{dP}{dy} = 0, \quad P = (\gamma - 1) R \varepsilon$$

$$- \left( \alpha_2 + \frac{2}{n+2} \right) \varepsilon - (\alpha + \alpha_1) y \frac{d\varepsilon}{dy} + U \frac{d\varepsilon}{dy} +$$

$$+\frac{P}{Ry^2} \frac{d}{dy} (y^2 U) + 4\pi A R^{z-1} \varepsilon^{m-n} = 0$$

Решение уравнений (5.5) при  $y \rightarrow \infty$  должно удовлетворять условиям срачивания, следующим из (5.2) и (5.3):

$$(5.6) \quad U \rightarrow \frac{2y}{3\gamma(n+2)}, \quad R \rightarrow d_0 y^{6/(3\gamma(n+1)-2)}, \quad P \rightarrow P_0$$

Уравнения (5.5) аналогичны уравнениям, полученным в [7], где рассматривалось влияние излучения при сильном взрыве для большого значения времени.

Решение задачи (5.5), (5.6) в параметрическом виде дается формулами

$$(5.7) \quad P = P_0, \quad R = P_0 / (\gamma - 1) \varepsilon, \quad \varepsilon = \left[ \frac{4\pi A}{\gamma \alpha_3} \left( \frac{P_0}{\gamma - 1} \right)^{z-1} + \lambda^{\alpha_3 \nu} \right]^{-1/\nu}$$

$$U = (\alpha + \alpha_1) y - \frac{C}{3} \varepsilon y^{-2\lambda^{\alpha_1}}, \quad y = \left( C \int_0^\lambda \varepsilon \lambda^{\alpha_1 - 1} d\lambda \right)^{1/\alpha_1}$$

$$C = \alpha_3 \left[ \frac{P_0}{d_0 (\gamma - 1)} \right]^{\alpha_3 / \alpha_1}, \quad \nu = m - n - z, \quad \alpha_3 = \alpha_2 + \frac{2}{\gamma(n+2)}$$

$$\alpha_4 = \alpha_2 + 3(\alpha + \alpha_1), \quad \alpha_5 = \alpha_4 - \alpha_3, \quad 0 \leq \lambda < \infty$$

Отметим интересную особенность решения (5.7). Вблизи центра  $U \approx -\alpha_2 y / 3$ , т. е. скорость отрицательна. Такое поведение решения объясняется тем, что газ в окрестности центра интенсивно излучает и давление выравнивается только благодаря притоку частиц от периферии к центру. Плотность в центре возрастает со временем:  $\rho \sim t^{\alpha_2}$ .

В заключение автор выражает благодарность В. П. Коробейникову за внимание к работе и ее полезное обсуждение.

Поступила 21 VI 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1977.
2. Коробейников В. П. Задачи теории точечного взрыва в газах. Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 1973, т. 119.
3. Шидловский В. П. Развитие динамических возмущений на начальной стадии точечного взрыва в теплопроводном газе. ПМТФ, 1978, № 1.
4. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
5. Никифоров А. Ф., Уваров В. Б. Специальные функции математической физики. М., «Наука», 1978.
6. Жидов И. Г., Рогачев В. Г. Автомодельное движение газа, разогретого точечным изотропным источником монохроматического излучения. ПМТФ, 1976, № 4.
7. Александров В. В., Стенчиков Г. Л. О влиянии излучения на течение газа при сильном взрыве для большого значения времени. ПММ, 1975, т. 39, вып. 2.