

ТЕПЛОБМЕН В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ ИЗЛОМА ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ ПЛАСТИНЫ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОЛЕТЕ

Г. Н. ДУДИН, В. Я. НЕЙЛАНД

(Москва)

Проведено исследование трехмерного течения вязкого газа около плоской пластины с изломом образующей передней кромки в случае сильного взаимодействия внешнего гиперзвукового потока с пограничным слоем. Получены численные решения задачи. Показано, что вблизи точек излома контура передней кромки плоского крыла могут возникать сильные самоиндуцированные вторичные течения и связанные с ними локальные пики тепловых потоков и трения.

При гиперзвуковом обтекании тонких пластин различных форм в плане определяющее влияние на распределение трения и тепловых потоков (при отсутствии угла атаки) почти на всей поверхности оказывает тип взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком. При слабом взаимодействии почти на всей поверхности пластины течение в пограничном слое направлено в первом приближении вдоль набегающего потока. Если взаимодействие не является слабым и индуцируемый толщиной пограничного слоя градиент давления влияет на течение в пограничном слое уже в первом приближении, то задача приобретает новые качественные особенности. Прежде всего возможно возникновение самоиндуцированных вторичных течений. Кроме того, в соответствии с теорией, развитой для двумерных [1] и пространственных [2-4] течений, меняется характер передачи возмущений и постановка краевой задачи.

Первая простейшая пространственная задача этого типа о симметричном обтекании треугольной пластины исследовалась в работах [2-4]. Существование сильной особенности в плоскости симметрии и влияние ее на отбор решения на всем крыле затруднило получение глобального решения задачи. Однако при наличии угла скольжения трудности в поиске глобального решения не возникают, так как область с повышенными градиентами функций течения имеет достаточно большие поперечные размеры [5].

Исследуемая в настоящей работе задача является в общем случае несимметричной из-за наличия излома формы образующей передней кромки. Возникающие при этом сильные самоиндуцированные вторичные течения и особенности в распределении трения и теплопередачи являются типичными для крыльев этого типа.

1. Рассматривается обтекание плоской полубесконечной пластины с изломом передней кромки в точке O гиперзвуковым потоком вязкого газа. Система координат приведена на фиг. 1, на которой ось x направлена вдоль вектора скорости набегающего потока, β — угол между направлением оси x и биссектрисой угла AOB , θ_0 — угол между биссектрисой угла AOB и передней кромкой пластины. Компоненты вектора скорости u, w, v направлены соответственно вдоль возрастания r, θ, y , где y — координата, перпендикулярная поверхности пластины (на фиг. 1 не приведена).

Уравнения пространственного пограничного слоя в цилиндрической системе координат (r, θ, y) имеют вид

$$(1.4) \quad \frac{\partial \rho u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho w}{\partial \theta} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{u \rho}{r} = 0$$
$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{w^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + v \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{uw}{r} = \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

$$u \frac{\partial H}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial H}{\partial \theta} + v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\partial}{\partial y} (u^2 + w^2) \right] \right\}$$

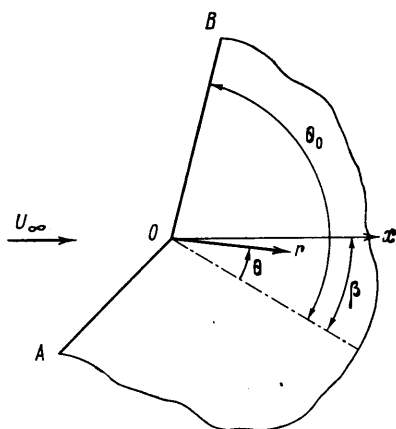
$$H = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + w^2}{2}$$

$$u=v=w=0, H=H_0, y=0$$

$$u=U_\infty \cos(\theta-\beta), w=-U_\infty \sin(\theta-\beta), H=U_\infty^2/2, y=\delta_0$$

Здесь σ — число Прандтля, δ_0 — толщина пограничного слоя.

Для решения краевой задачи (1.1) необходимо знать распределение давления p , которое не задано и должно определяться в процессе совмест-



Фиг. 1

ного решения системы (1.1) с уравнениями для внешнего течения. В данной работе для простоты используется приближенная формула «касательного клина», причем в простейшей форме, справедливой при $M_\infty \delta > 1$

$$(1.2) \quad p = \frac{\gamma+1}{2} \rho_\infty U_\infty^2 \left[\cos(\theta-\beta) \frac{\partial \delta_0}{\partial r} - \frac{\sin(\theta-\beta)}{r} \frac{\partial \delta_0}{\partial \theta} \right]^2$$

где $\delta = \sqrt[4]{\theta_0/R}$, $R = \rho_\infty U_\infty L / \mu_0$ — число Рейнольдса, определяемое значениями плотности и скорости газа в набегающем потоке, характерном размере L , который в автомоделном случае из конечных результатов выпадает, и динамическим коэффициентом вязкости, определяемым при температуре торможения набегающего потока. В дальнейшем в работе предполагается степенная зависимость вязкости от температуры.

В соответствии с обычными оценками для пограничного слоя в гиперзвуковом потоке [9] введем безразмерные переменные

$$(1.3) \quad r = Lr^\circ, \theta = \theta_0 \theta^\circ, y = L\delta y^\circ, \beta = \theta_0 \beta^\circ$$

$$u = U_\infty u^\circ, w = U_\infty w^\circ, v = U_\infty \delta \theta_0^{-1} v^\circ, H = U_\infty^2 H^\circ / 2$$

$$\rho = \rho_\infty \delta^2 \rho^\circ, p = \rho_\infty U_\infty^2 \delta^2 p^\circ, \mu = \mu_0 \mu^\circ, \delta_0 = L\delta \delta_0^\circ$$

Уравнения пограничного слоя и граничные условия (1.1) в переменных А. А. Дородницына и с учетом (1.2), (1.3) имеют вид

$$\begin{aligned}
 (1.4) \quad & \theta_0 \frac{\partial r^\circ u^\circ}{\partial r^\circ} + \frac{\partial w^\circ}{\partial \theta^\circ} + \frac{\partial r^\circ v_\delta}{\partial \lambda} = 0 \\
 & \theta_0 u^\circ \frac{\partial u^\circ}{\partial r^\circ} + \frac{w^\circ}{r^\circ} \frac{\partial u^\circ}{\partial \theta^\circ} + v_\delta \frac{\partial u^\circ}{\partial \lambda} - \theta_0 \frac{w^{\circ 2}}{r^\circ} = \\
 & = -\frac{\theta_0}{\rho^\circ} \frac{\partial p^\circ}{\partial r^\circ} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\mu^\circ \rho^\circ \frac{\partial u^\circ}{\partial \lambda} \right) \\
 & \theta_0 u^\circ \frac{\partial w^\circ}{\partial r^\circ} + \frac{w^\circ}{r^\circ} \frac{\partial w^\circ}{\partial \theta^\circ} + v_\delta \frac{\partial w^\circ}{\partial \lambda} + \theta_0 \frac{u^\circ w^\circ}{r^\circ} = \\
 & = -\frac{1}{\rho^\circ r^\circ} \frac{\partial p^\circ}{\partial \theta^\circ} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\mu^\circ \rho^\circ \frac{\partial w^\circ}{\partial \lambda} \right) \\
 & \theta_0 u^\circ \frac{\partial H^\circ}{\partial r^\circ} + \frac{w^\circ}{r^\circ} \frac{\partial H^\circ}{\partial \theta^\circ} + v_\delta \frac{\partial H^\circ}{\partial \lambda} = \\
 & = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \rho^\circ \mu^\circ \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H^\circ}{\partial \lambda} - \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\partial (u^{\circ 2} + w^{\circ 2})}{\partial \lambda} \right] \right\} \\
 & v_\delta = \rho^\circ v^\circ + \frac{w^\circ}{r^\circ} \frac{\partial \lambda}{\partial \theta^\circ} + \theta_0 u^\circ \frac{\partial \lambda}{\partial r^\circ}, \quad \lambda = \int_0^{y_0} \rho^\circ dy^\circ \\
 & H^\circ = \frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p^\circ}{\rho^\circ} + u^{\circ 2} + w^{\circ 2}, \quad \mu^\circ = (H^\circ - u^{\circ 2} - w^{\circ 2})^\omega \\
 & \delta_e^\circ = \frac{\gamma-1}{2\gamma p^\circ} \int_0^\infty (H^\circ - u^{\circ 2} - w^{\circ 2}) d\lambda \\
 & p^\circ = \frac{\gamma+1}{2} \left\{ \cos[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)] \frac{\partial \delta_e^\circ}{\partial r^\circ} - \frac{\sin[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)]}{r^\circ \theta_0} \frac{\partial \delta_e^\circ}{\partial \theta^\circ} \right\}^2 \\
 & u^\circ = v_\delta = w^\circ = 0, \quad H^\circ = H_w^\circ, \quad \lambda = 0 \\
 & u^\circ \rightarrow \cos[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)], \quad w^\circ \rightarrow -\sin[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)], \quad H^\circ \rightarrow 1, \quad \lambda \rightarrow \infty
 \end{aligned}$$

2. Для решения системы уравнения пространственного пограничного слоя (1.4) заметим, что кромки пластины прямолинейны и при введении переменных [5]

$$\begin{aligned}
 u^\circ &= u^*(\theta^\circ, \lambda^*), \quad w^\circ = w^*(\theta^\circ, \lambda^*), \quad H^\circ = H^*(\theta^\circ, \lambda^*) \\
 p^\circ &= r^{\circ - 1/2} p^*(\theta^\circ), \quad \rho^\circ = r^{\circ - 1/2} \rho^*(\theta^\circ, \lambda^*) \\
 \delta_e^\circ &= r^{\circ 3/4} \delta_e^*(\theta^\circ), \quad \lambda = r^{\circ 1/4} \lambda^* \\
 v^* &= v_\delta r^{\circ 3/4} + r^\circ \theta_0 u^\circ \frac{\partial \lambda^*}{\partial r^\circ}
 \end{aligned}$$

координата r° выпадает из задачи и система уравнения трехмерного пограничного слоя сводится к системе уравнений, зависящей от двух переменных λ и θ° в точной постановке

$$\begin{aligned}
 (2.1) \quad & \frac{\partial w^*}{\partial \theta^\circ} + \frac{\partial v^*}{\partial \lambda^*} + \frac{5}{4} \theta_0 u^* = 0 \\
 & w^* \frac{\partial u^*}{\partial \theta^\circ} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial \lambda^*} - \theta_0 \left[w^{*2} + \frac{\gamma-1}{4\gamma} (H^* - u^{*2} - w^{*2}) \right] =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{2\gamma}{\gamma-1} p^* \frac{\partial}{\partial \lambda^*} \left(N \frac{\partial u^*}{\partial \lambda^*} \right) \\
 &w^* \frac{\partial w^*}{\partial \theta^\circ} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial \lambda^*} + \theta_0 u^* w^* + \frac{\gamma-1}{2\gamma p^*} (H^* - u^{*2} - w^{*2}) \frac{dp^*}{d\theta^\circ} = \\
 &= -\frac{2\gamma}{\gamma-1} p^* \frac{\partial}{\partial \lambda^*} \left(N \frac{\partial w^*}{\partial \lambda^*} \right) \\
 &w^* \frac{\partial H^*}{\partial \theta^\circ} + v^* \frac{\partial H^*}{\partial \lambda^*} = \\
 &= \frac{2\gamma}{\gamma-1} p^* \frac{\partial}{\partial \lambda^*} \left\{ N \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H^*}{\partial \lambda^*} - \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\partial (u^{*2} + w^{*2})}{\partial \lambda^*} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

$$N = (H^* - u^{*2} - w^{*2})^{\sigma-1}, \quad \delta_e^* = \frac{\gamma-1}{2\gamma p^*} \int_0^\infty (H^* - u^{*2} - w^{*2}) d\lambda^*$$

$$p^* = \frac{\gamma+1}{2} \left\{ \frac{3}{4} \delta_e^* \cos[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)] - \frac{d\delta_e^*}{d\theta^\circ} \frac{\sin[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)]}{\theta^\circ} \right\}^2$$

$$u^* = w^* = v^* = 0, \quad H^* = H_w^*, \quad \lambda^* = 0$$

$$u^* \rightarrow \cos[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)], \quad w^* \rightarrow -\sin[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)], \quad H^* \rightarrow 1, \quad \lambda^* \rightarrow \infty$$

Для численного решения краевой задачи (2.1) необходимо учесть особенности поведения давления p^* и толщины вытеснения пограничного слоя δ_e^* в окрестности передних кромок $\theta^\circ = \pm 1$.

При введении новых переменных система уравнений и граничных условий (2.1) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1-\theta^{02}}{p^*} w^* \frac{\partial u^*}{\partial \theta^\circ} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial \eta} - \\
 &- \theta_0 \frac{1-\theta^{02}}{p^*} \left[w^{*2} + \frac{\gamma-1}{4\gamma} (H^* - u^{*2} - w^{*2}) \right] = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(N \frac{\partial u^*}{\partial \eta} \right) \\
 &\frac{1-\theta^{02}}{p^*} w^* \frac{\partial w^*}{\partial \theta^\circ} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial \eta} + \theta_0 u^* w^* \frac{1-\theta^{02}}{p^*} + \\
 (2.2) \quad &+ \frac{\gamma-1}{2\gamma} (H^* - u^{*2} - w^{*2}) \left[\frac{\theta^\circ}{p^*} + \frac{1-\theta^{02}}{p^{*2}} \frac{dp^*}{d\theta^\circ} \right] = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(N \frac{\partial w^*}{\partial \eta} \right) \\
 &\frac{1-\theta^{02}}{p^*} w^* \frac{\partial H^*}{\partial \theta^\circ} + v^* \frac{\partial H^*}{\partial \eta} = \\
 &= \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ N \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H^*}{\partial \eta} - \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \eta} (u^{*2} + w^{*2}) \right] \right\} \\
 &\frac{\partial v^*}{\partial \eta} - \frac{w^* \theta^\circ}{2p^*} + \frac{1-\theta^{02}}{p^*} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \theta^\circ} + \frac{5}{4} \theta_0 u^* \right) = 0 \\
 &\eta = \lambda^* \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \sqrt{1-\theta^{02}} \right)^{-1/2}, \\
 &v^* = v^* \frac{(1-\theta^{02})^{1/2}}{p^*} \sqrt{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} + \frac{(1-\theta^{02}) w^*}{p^*} \frac{\partial \eta}{\partial \theta^\circ}
 \end{aligned}$$

$$p^* = p_*(\theta^\circ) (1 - \theta^{02})^{-1/2}, \delta_e^* = (1 - \theta^{02})^{3/4} \Delta_e(\theta^\circ)$$

$$p_* = \frac{\gamma + 1}{2} \left\{ \frac{3}{4} (1 - \theta^{02}) \Delta_e \cos[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)] - \frac{\sin[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)]}{\theta_0} \right\} \times \\ \times \left[(1 - \theta^{02}) \frac{d\Delta_e}{d\theta^\circ} - \frac{3}{2} \theta^\circ \Delta_e \right]^2$$

$$\Delta_e = \frac{1}{p_*} \sqrt{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}} \int_0^\infty (H^* - u^{*2} - w^{*2}) d\eta$$

$$u^* = w^* = v_* = 0, H^* = H_w^*, \eta = 0$$

$$u^* \rightarrow \cos[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)], w^* \rightarrow -\sin[\theta_0(\theta^\circ - \beta^\circ)], H^* \rightarrow 1, \eta \rightarrow \infty$$

На кромках крыла при значении координаты $\theta^\circ = \pm 1$ система уравнений в частных производных (2.2) вырождается в систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Интегрирование последних позволяет найти профили скоростей и энтальпии, а также значения p_* и Δ_e на кромках крыла.

Система уравнений (2.2) решалась методом релаксации, например [7]. Для упрощения расчетов предполагалось, что $\omega = 1$, $\gamma = 1.4$, $\sigma = 0.71$ и $H_w^* = 0.5$.

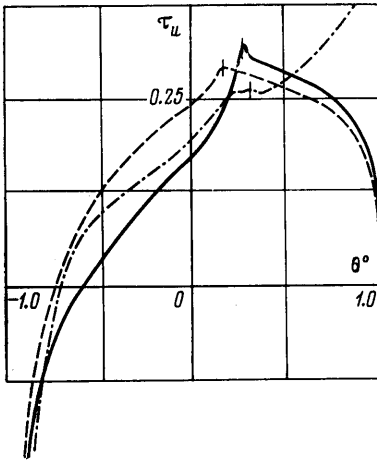
На фиг. 2–5 приведены результаты расчета безразмерных значений коэффициентов напряжения трения τ_u , τ_w и теплового потока τ_H

$$\tau_w = \frac{p_*}{(1 - \theta^{02})^{3/4}} \frac{\partial w^*}{\partial \eta} \Big|_w, \quad \tau_u = \frac{p_*}{(1 - \theta^{02})^{3/4}} \frac{\partial u^*}{\partial \eta} \Big|_w \\ \tau_H = \frac{p_*}{(1 - \theta^{02})^{3/4}} \frac{\partial H^*}{\partial \eta} \Big|_w$$

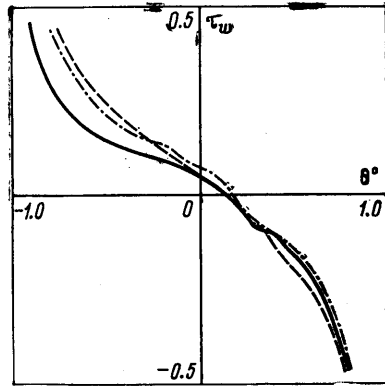
а также распределение толщины вытеснения δ_e^* по крылу.

На фигурах сплошными линиями показаны расчетные данные характеристик течения со значениями геометрических параметров $\theta_0 = 125^\circ$, $\beta = 35^\circ$, пунктирными — $\theta_0 = 110^\circ$, $\beta = 20^\circ$ и штрихпунктирными $\theta_0 = 110^\circ$, $\beta = 35^\circ$. Вертикальными черточками на кривых отмечены значения координаты θ° , соответствующей оси x . Прежде всего необходимо отметить, что в окрестности оси x действительно возникают зоны повышенных тепловых потоков (фиг. 4) и коэффициенты напряжения трения (фиг. 2) в радиальном направлении имеют экстремум, а толщина вытеснения пограничного слоя имеет минимум. Сравнение результатов расчетов на пластинах с кромкой OB , перпендикулярной вектору скорости набегающего потока (сплошная и пунктирная линии), показывает, что увеличение угла θ_0 приводит не только к возрастанию величин τ_u и τ_H в окрестности оси x , но и к сужению зоны повышенного теплового потока. Однако расположение этой зоны относительно оси x практически не изменяется.

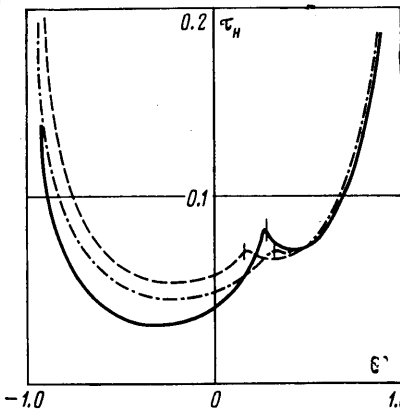
Поворот пластины относительно точки O с постоянным значением $\theta_0 = 110^\circ$ от угла $\beta = 20^\circ$ до 35° (пунктирная и штрихпунктирная линии) приводит к уменьшению теплового потока и коэффициента напряжения трения в радиальном направлении, причем зона повышенных значений τ_u и τ_H расширяется. Этот эффект объясняется тем, что при значениях $\beta = 35^\circ$



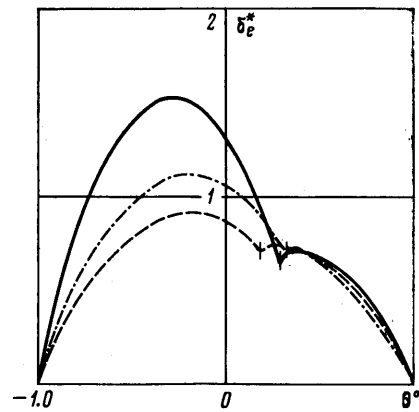
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

кромка OB пластины наклонена под острым углом к вектору скорости набегающего потока и из-за этого в пограничном слое возникают поперечные течения.

Следует отметить также, что при фиксированном значении биссектрисы угла $\beta = 35^\circ$ увеличение значений θ_0 приводит к значительному возрастанию величин τ_u и τ_H .

Поступила 17 I 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейланд В. Я. Распространение возмущений вверх по течению при взаимодействии гиперзвукового потока с пограничным слоем. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 4.
2. Ладыженский М. Д. О пространственном гиперзвуковом течении около тонких крыльев. ПММ, 1964, т. 28, вып. 5.
3. Козлова И. Г., Михайлов В. В. О сильном вязком взаимодействии на треугольном и скользящем крыльях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 6.
4. Нейланд В. Я. К теории взаимодействия гиперзвукового потока с пограничным слоем для отрывных двумерных и пространственных течений, ч. 2. Двумерные течения и треугольное крыло. Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 3.
5. Дудин Г. Н. К расчету пограничного слоя на треугольной пластине на режиме сильного вязкого взаимодействия. Уч. зап. ЦАГИ, 1978, т. 9, № 5.
6. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
7. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., Изд-во иностр. лит., 1963.