

7. *Willis D. R., Hamel B. B.* Non-equilibrium effects in spherical expansions of polyatomic gases and gas mixtures. In: *Rarefied Gas Dynamics*, vol. 1. New York — London, 1967.
8. *Muntz E. P., Marsden D. J.* Electron excitation applied to the experimental investigation of rarefied gas flows. In: *Rarefied Gas Dynamics*, vol. 2. New York — London, Acad. Press, 1963.
9. *Зарвин А. Е., Шарафутдинов Р. Г.* Генератор молекулярного пучка для исследований потоков разреженного газа. В сб.: *Динамика разреженных газов*. Новосибирск, 1976 (АН СССР, СО, Ин-т теплофизики).
10. *Muntz E. P., Hamel B. B., Maguire B. L.* Exhaust plume rarefaction. *AIAA Paper*, 1969, No. 657.
11. *Fenn J. B., Anderson J. B.* Background and sampling effects in free jet studies by molecular beam measurements: In: *Rarefied Gas Dynamics*, vol. 2. New York — London, 1966.

УДК 621.039
534.25

РАСЧЕТ СРЫВНОГО ОБТЕКАНИЯ ЦИЛИНДРА ПРИ АВТОКОЛЕБАНИЯХ В ПОТОКЕ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Н. Г. ВАЛЬЕС

(Москва)

Необходимость расчета вынужденных колебаний и автоколебаний плохо обтекаемых тел (например, кругового цилиндра) в потоке жидкости возникает во многих технических задачах. Зависимость среднего по времени значения коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса для неподвижного цилиндра детально исследована, например, в работе [1]. Экспериментальные данные о нестационарной силе сопротивления и подъемной силе разрознены и противоречивы [2-5]. Величины этих сил зависят от закона колебаний цилиндра.

Подробный обзор различных моделей двумерных отрывных течений дан в работе [6]. Для расчета срывного обтекания неподвижного цилиндра в [7] применена модель дискретных вихрей в следе за телом. Срывное обтекание крыльев с образованием вихревых следов (в том числе трехмерное) подробно исследовано в [8].

В данной статье приведены расчеты гидродинамических сил для неподвижного цилиндра; цилиндра, совершающего заданные гармонические колебания, а также находящегося в режиме автоколебаний. Решение для срывного обтекания получено для модели идеальной жидкости методом численного эксперимента. В статье принята несколько иная, чем в [7], схема отрыва. Предложен также косвенный учет влияния числа Re выбором на основе экспериментальной зависимости положения точек отрыва на цилиндре. Результаты расчета для всех случаев сравниваются с экспериментами [2-5].

1. Рассмотрим схему обтекания цилиндра, колеблющегося в вязкой жидкости при столь больших числах Re , что толщина пограничного слоя на цилиндре Δ много меньше радиуса r_0 . Опыт показывает, что в некоторых точках A пограничный слой отрывается от поверхности цилиндра и образует турбулентные вихревые слои, которые, будучи неустойчивыми, сворачиваются в крупные вихри дорожки Кармана. В расчетной модели идеальной жидкости вихревая пелена заменяется дискретными вихрями достаточной малой интенсивности.

Положим, что вихревая пелена сбегает в точках отрыва A и состоит из частиц жидкости, попавших из пограничного слоя на лобовой части цилиндра (фиг. 1). На кормовой части цилиндра существует встречное движение и поэтому к основной вихревой пелене, расположенной по предположению в треугольнике ABC , подмешивается завихренность обратного знака.

Завихренность, сходящая из пограничного слоя в точке A за время Δt , характеризуется циркуляцией скорости $\Delta\Gamma$ вокруг элемента пелены

$$(1.1) \quad \Delta\Gamma = - \int_0^{\Delta} u \frac{\partial u}{\partial y} dy \Delta t = - \frac{1}{2} u_0^2 \Delta t$$

Здесь u_0 — скорость жидкости (относительно цилиндра) на внешней границе пограничного слоя толщиной Δ , которая для модели идеальной жидкости соответствует скорости в точке A .

Количество завихренности обратного знака, подмешиваемой за элемент времени в треугольнике ABC , трудно надежно оценить расчетом. Однако ясно, что это количество существенно меньше, подсчитанного по формуле (1.1), так как скорость на кормовой части цилиндра (входящая к тому же в формулу (1.1) в квадрате) много меньше, чем в точке A .

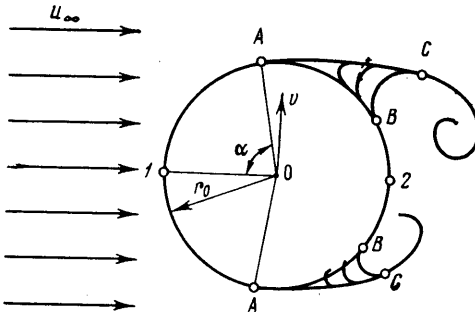
Поэтому при выбранном временном шаге Δt циркуляцию дискретных вихрей, сбегających с цилиндра, можно представить в виде

$$\Delta\Gamma = -\lambda u_0^2 \Delta t / 2$$

Здесь $\lambda < 1$ — величина, близкая к единице.

Все свободные вихри движутся со скоростью потока в данном месте, а вихревая пелена в точке A имеет скорость $u_0/2$. Потенциал потока вокруг цилиндра для рассматриваемой задачи имеет вид

$$(1.2) \quad F = u_\infty \left(z + \frac{1}{z} \right) + iv \left(z - \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=1}^N \Delta\Gamma_n \ln(z - z_n) - \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=1}^N \Delta\Gamma_n \ln(z - z_{ni})$$



Фиг. 1

Здесь $z_n = x_n + iy_n$, $z_{ni} = x_{ni} + iy_{ni}$ — координаты (относительно цилиндра) вихрей в потоке и фиктивных вихрей, добавленных для удовлетворения граничных условий на цилиндре; $\Delta\Gamma_n$ — интенсивность n -го вихря в потоке. Первый член в формуле (1.2) является комплексным потенциалом основного стационарного потока, обтекающего цилиндр со скоростью u_∞ . Второй член представляет собой комплексный потенциал возмущенного движения жидкости, вызванного колебанием цилиндра со скоростью v в направлении, перпендикулярном потоку. Третий и четвертый члены учитывают наличие вихрей в потоке и фиктивных вихрей внутри цилиндра.

Для вычисления сил, действующих на колеблющийся цилиндр, воспользуемся формулой [9] для подвижной системы координат, связанной с цилиндром:

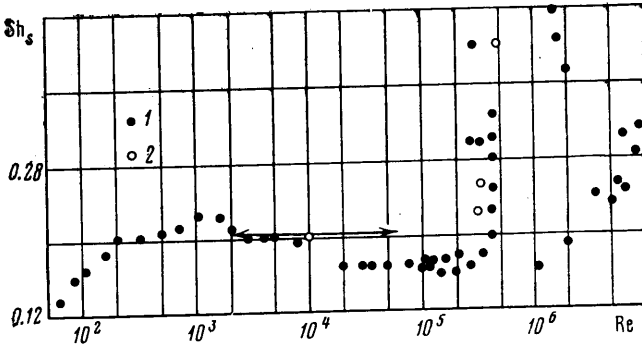
$$(1.3) \quad X + iY = -i\rho z_A \frac{d\Gamma}{dt} - \rho v \Gamma + \frac{i\rho}{2} \oint_c \left(\frac{dF}{dz} \right)^2 dz + i\rho S \frac{dv}{dt} + i\rho \frac{d}{dt} \oint_c z \frac{dF}{dz} dz$$

Здесь X — сила лобового сопротивления, Y — подъемная сила, ρ — плотность жидкости, z_A — координата точек отрыва на цилиндре, S — площадь сечения цилиндра, Γ — циркуляция скорости по цилиндру, черта сверху означает взятие комплексно-сопряженной величины.

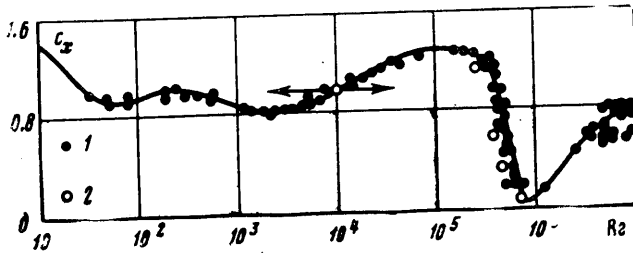
Величина $d\Gamma/dt \neq 0$ в (1.3), так как с поверхности цилиндра сбегает вихревая пелена. Из (1.2) и (1.3) после вычисления контурных интегралов получим выражение для сил

$$(1.4) \quad X + iY = -\rho \sum_{n=1}^N \Delta\Gamma_n \left(v_n - \frac{dy_{ni}}{dt} \right) - i\rho \sum_{n=1}^N \Delta\Gamma_n \left(-u_n + \frac{dx_{ni}}{dt} \right) - \rho v \Gamma - i\rho S \frac{dv}{dt}$$

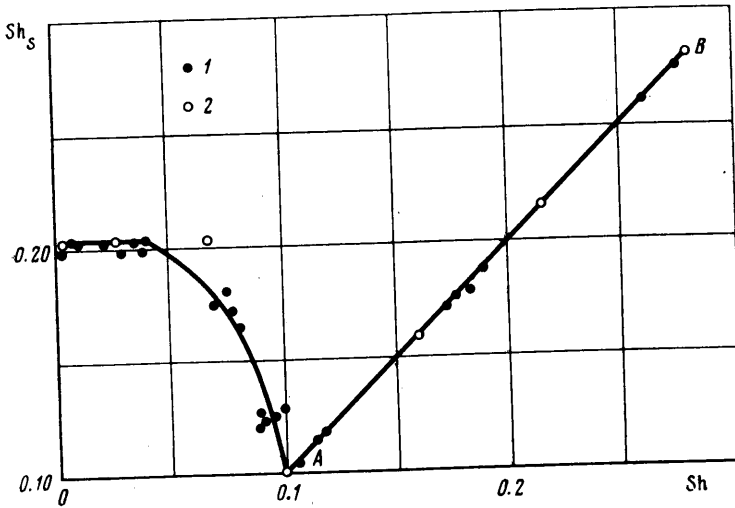
Здесь u_n и v_n — скорость вихрей в потоке относительно цилиндра.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Движение свободных вихрей рассчитывалось по скорости, которая складывается из скорости основного потока, скорости, наводимой остальными вихрями, в том числе и фиктивными, и скорости, вызванной колебанием цилиндра. Координаты фиктивных вихрей определялись методом зеркального отображения $z_{ni} = 1/\bar{z}_n$.

2. Обтекание неподвижного цилиндра. В [5] приведены экспериментальные результаты для зависимости угловой координаты α точек отрыва на цилиндре в вязкой жидкости от чисел $Re = u_{\infty} 2r_0 / \nu$; график построен по результатам опытов мно-

гих авторов. На неподвижном цилиндре для $Re = \text{const}$, как экспериментально установлено в [10], смещение точки отрыва не происходит. Это утверждается также в [11] со ссылкой на другие источники. Однако по данным [12] смещение точек отрыва при $Re = 69 \cdot 10^3$ лежит в пределах $\pm 2^\circ$. Во всяком случае это смещение очень мало, и его влиянием можно пренебречь. Используем указанный экспериментальный график из [5] для выбора положения точек на цилиндре. При таком подходе расчетные значения силы сопротивления, подъемной силы, числа Струхала Sh_s и других характеристик согласуются с экспериментальными характеристиками для вязкой жидкости. На фиг. 2, 3 точками 1 показана зависимость чисел $Sh_s = f_s \cdot 2r_0 / u_\infty$ (f_s — частота отрыва вихрей) и коэффициента сопротивления $c_x = X / \rho r_0 u_\infty^2$ от числа Re , полученная экспериментально [5]. Результаты расчета (точки 2) в обоих случаях согласуются с экспериментом. Расчетные точки, отмеченные на фиг. 2, 3 стрелками, относятся к диапазону $2 \cdot 10^3 < Re < 6 \cdot 10^4$, т. е. ко всей зоне автомодельности, в которой угол отрыва, сила сопротивления и число Sh_s меняются мало. На фиг. 3 сравнение проведено для осредненного по времени коэффициента сопротивления.

Отметим, что при подходе к критическому числу Re расчет, как и эксперимент, указывает на резкое возрастание числа Sh_s и падение коэффициента сопротивления.

Для коэффициента подъемной силы $c_y = Y / \rho r_0 u_\infty^2$ имеется существенно меньше экспериментальных данных, и они менее надежны. Это связано с необходимостью измерения нестационарного значения силы, а также с тем, что величина подъемной силы и значение Re , при котором наблюдается кризис сопротивления, зависят от степени турбулентности потока и шероховатости поверхности цилиндра. Расчетные значения в целом согласуются с экспериментом [3, 5] по величине c_y до и после кризисного снижения подъемной силы. При этом в работе [5] собраны результаты

многих исследований. Однако экспериментальные точки различных исследователей сильно разбросаны между собой, поэтому точную количественную оценку проводить преждевременно.

Расчеты показали, что при угле срыва в диапазоне $80^\circ < \alpha < 100^\circ$ за цилиндром наблюдается четкая дорожка Кармана и практически синусоидальное изменение подъемной силы во времени. При угле отрыва, начиная с $\alpha = 100^\circ$, что соответствует критическому числу Re в вязкой жидкости, картина обтекания для модели идеальной жидкости становится неперидической. Следует отметить, что при $6 \cdot 10^5 < Re < 1,5 \cdot 10^6$ в эксперименте также нельзя определить Sh_s из-за неперидической картины обтекания.

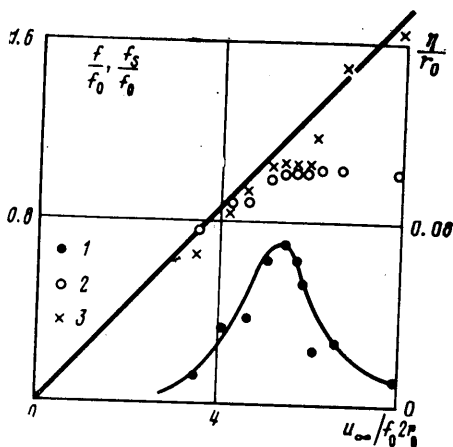
Расчетные зависимости некоторых характеристик вихревой дорожки Кармана от угла отрыва (т. е. для вязкой жидкости от чисел Re) также в среднем согласуются с экспериментальными значениями [5]. Так, например, по расчету для

$\alpha = 80^\circ$ отношение $l/2r_0 = 4.5$, где l — расстояние между соседними вихрями одной цепочки. Расчетная относительная интенсивность одного вихря Кармана при этом равна $\Gamma_* = \Gamma_0 / r_0 u_\infty = 9$.

3. Цилиндр, колеблющийся по заданному гармоническому закону. Основной практически важной особенностью в этом случае является синхронизация частоты отрыва вихрей с частотой колебаний цилиндра. Захватывание частоты, как показывает эксперимент [2, 3], происходит только в определенном диапазоне изменения числа Sh_s . Расчет согласуется с экспериментом и в этом случае. На фиг. 4 сопоставлены экспериментальная [2, 3] (точки 1) и расчетная (точки 2) зависимости безразмерной частоты отрыва вихрей Sh_s от безразмерной частоты колебаний цилиндра $Sh = f \cdot 2r_0 / u_\infty$. Следует отметить, что величина зоны синхронизации, т. е. положение граничных точек А и В на прямой, должна зависеть от безразмерной амплитуды колебаний цилиндра, что, однако, не отмечено в [2, 3]. В расчете принята безразмерная амплитуда $\eta/r_0 = 0.8$.

Расчетная зависимость амплитудных значений коэффициента подъемной силы от Sh качественно согласуется с аналогичной экспериментальной зависимостью [3], полученной, однако, для закрытого режима обтекания.

4. Автоколебания цилиндра в потоке. Пусть цилиндр может совершать колебания в направлении, перпендикулярном набегающему потоку. В этом случае воз-



Фиг. 5

можно возникновение автоколебаний цилиндра, которые описываются нелинейной системой (1.4), (4.1)

$$(4.1) \quad \eta_*'' + \frac{\delta}{\pi} \eta_*' + \eta_* = c_y \frac{\rho u_\infty^2}{\omega_0^2 m}$$

Здесь $\eta_* = \eta/r_0$ — безразмерное перемещение цилиндра, $\omega_0 = 2\pi f_0$ — собственная круговая частота колебаний цилиндра, m — погонная масса цилиндра, δ — логарифмический декремент колебаний, дифференцирование ведется по безразмерному времени $t_* = t\omega_0$.

На фиг. 5 показаны расчетные зависимости амплитуды колебаний (точки 1), частоты колебаний цилиндра (точки 2) и частоты отрыва вихрей (точки 3) от безразмерной скорости набегающего потока. Прямая на фиг. 5 соответствует частоте срыва вихрей с неподвижного цилиндра для данной скорости обтекания. При $f_s \geq f_0$ в некоторой зоне наблюдается синхронизация частоты отрыва вихрей f_s с частотой колебаний цилиндра f_0 . Вне зоны синхронизации частота отрыва вихрей на колеблющемся цилиндре совпадает с частотой отрыва вихрей на неподвижном. Максимум амплитуды колебаний цилиндра соответствует значению $f_s > f_0$ и лежит в зоне синхронизации. Эти особенности подтверждаются экспериментальными исследованиями [4, 13].

На колеблющемся цилиндре в процессе колебаний, как показывают измерения [10, 11], наблюдается периодическое смещение точек отрыва. Величина смещения зависит от безразмерной амплитуды колебаний цилиндра η/r_0 и отношения частоты срыва вихрей с неподвижного цилиндра к собственной частоте колебаний цилиндра f_{s0}/f_0 . В приведенных расчетах смещение точек отрыва в процессе колебаний не учитывалось. Однако при расчете автоколебаний угловое смещение точек отрыва при рассмотренных расчетных параметрах по экспериментальным данным [10] не превышает 2° .

Заметим также, что учет влияния числа Re не обязательно проводить с помощью экспериментального графика из [5]. Для определения точки отрыва можно также воспользоваться расчетным методом [6].

Расчеты проводились на машине «Минск-32». Интервал времени, через который в точках срыва появлялись новые вихри, равен $\Delta t_* = \Delta t u_\infty / r_0 = 0.3$. Для получения начальной несимметрии в поток вносился точечный вихрь на некотором расстоянии от цилиндра вниз по потоку. Сход первых двух вихрей осуществлялся по касательной к цилиндру в точке срыва в относительном движении. При неподвижном цилиндре время установления подъемной силы очень невелико. Расчет автоколебаний цилиндра требует затраты значительно большего машинного времени, чем для неподвижного цилиндра и колеблющегося по заданному гармоническому закону. Затраты машинного времени на расчет сил, действующих на цилиндр, в режиме автоколебаний составляют не менее 2 час. при одной заданной скорости обтекания.

Поступила 24 V 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
2. Девнин С. И. Гидроупругость конструкций при отрывном обтекании. Л., «Судостроение», 1975.
3. Федяевский К. К., Блюмина Л. Х. Гидроаэродинамика отрывного обтекания тел. М., «Машиностроение», 1977.
4. Hartlen R. T., Currie T. G. Lift-oscillator model of vortex-induced vibration. J. Eng. Mech. Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., 1970, vol. 96, No. 5.
5. Чжэнь. Колебания подъемной силы, обусловленные вихревыми дорожками Кармана за одиночными круговыми цилиндрами и в пучках труб, ч. 1, 2. Тр. Американо-ва инж.-механ. Сер. В. Конструирование и технология машиностроения, 1972, т. 94, № 2.
6. Гогош Л. В., Нейланд В. Я., Степанов Г. Ю. Теория двумерных отрывных течений. В сб. Гидромеханика, т. 8. Итоги науки и техн. ВИНТИ АН СССР. М., 1975.
7. Ильичев К. П., Постоловский С. Н. Расчет нестационарного отрывного обтекания тел плоским потоком вязкой жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 2.
8. Белоцерковский С. М., Ништ М. И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М., «Наука», 1978.
9. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.—Л., Гостехтеоретиздат, 1950.

10. *Mei V. C., Currie I. G.* Flow separation on a vibrating circular cylinder. *Phys. Fluids*, 1969, vol. 12, No. 11.
 11. *Чжэнь*. Орбитальные колебания и демпфирование возбуждаемых вихрями гидроупругих колебаний в пучках труб, ч. 1. Тр. Амер. о-ва инж.-механ. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов, 1974, т. 96, № 3.
 12. *Тобес*. Нестационарное течение и след вблизи колеблющегося цилиндра. Тр. Амер. о-ва инж.-механ. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов, 1969, т. 91, № 3.
 13. *Фергюсон, Паркинсон*. Явления на поверхности кругового цилиндра и в вихревом следе при колебаниях цилиндра, возбуждаемых вихрями. Тр. Амер. о-ва инж.-механ. Сер. В. Конструирование и технология машиностроения, 1967, т. 89, № 4.
-