

ударном слое. Значения тепловых потоков отнесены к величине, полученной для идеально каталитической стенки при $k_w^{(1)} = k_w^{(2)}$. При $k_w^{(1)} = k_w^{(2)}$ (кривые 1) различие тепловых потоков в неравновесном и замороженном случаях невелико, в то же время приближение замороженного течения совершенно неприменимо при $k_w^{(1)} \neq k_w^{(2)}$ (кривые 2).

Как видно из поведения кривых, при высокой каталитичности стенки по отношению к рекомбинации атомов кислорода обменные реакции могут значительно повысить тепловой поток по сравнению с замороженным случаем. Применительно к рассмотренному режиму течения ($H_{00}=7200$ ккал/кг) это превышение составляет ~34%.

С уменьшением давления влияние рассматриваемого эффекта уменьшается. При давлении $p_0^*=0.015$ атм и прочих равных условиях обтекания превышение теплового потока за счет обменных реакций по сравнению с замороженным случаем составляет ~8%.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что при определении тепловых потоков к поверхности с конечной каталитической активностью, а также при экспериментальном определении каталитичности в потоке воздуха необходимо проведение точных численных расчетов неравновесного пограничного или ударного слоя, а расчеты тепловых потоков по формулам для замороженного пограничного слоя (типа формулы Гуларда) могут привести к неверным результатам.

Поступила 29 XI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Goulard R. On catalytic recombination rates in hypersonic stagnation heat transfer. Jet Propulsion, 1958, vol. 28, No. 11.
2. Pope R. B. Stagnation point convective heat transfer in frozen boundary layers. AIAA Pap., 1968, No. 15.
3. Андерсон. Влияние каталитической активности поверхности на тепловой поток в окрестности критической точки. Ракетная техника и космонавтика, 1973, т. 11, № 5.
4. Rosner D. E., Cibrian R. Non-equilibrium stagnation region aerodynamic heating of hypersonic glide vehicles. AIAA Pap., 1974, No. 755.
5. Воронкин В. Г., Гераскина Л. К. Неравновесный ламинарный пограничный слой диссоциирующего воздуха на осесимметричных телах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 3.
6. Воронкин В. Г. Неравновесное вязкое течение многокомпонентного газа в окрестности критической точки затупленного тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 2.
7. Агафонов В. П., Вергушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М., «Машиностроение», 1972.

УДК 533.6.12

ОПТИМАЛЬНЫЕ ТУПОНОСЫЕ ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ В ГАЗЕ РАЗЛИЧНОЙ РАЗРЕЖЕННОСТИ

А. И. БУНИМОВИЧ, А. В. ДУБИНСКИЙ

(Москва)

К настоящему времени опубликовано большое число работ, посвященных оптимизации формы тел, обтекаемых потоком газа. Однако большинство исследований проводилось для сверхзвукового и гиперзвукового течений в предельном случае «сплошной среды» [1], и имеются лишь отдельные работы [1-3], в которых рассматривалось обтекание разреженным газом, в основном свободномолекулярным потоком. В данной статье задачи оптимизации формы рассмотрены при гиперзвуковом обтекании тела потоком газа различной разреженности; с использованием численных методов исследовано влияние числа Рейнольдса на форму и сопротивление оптимальных тел вращения.

1. **Постановка задачи.** Форма образующей обтекаемого тела вращения определяется функцией $y(x)$, $0 \leq x \leq x_f$, $y(0) = a$; тело имеет плоскую носовую часть, невозмущенный поток направлен по оси x .

В соответствии с охватывающей большое число случаев обтекания тел гипотезой локального взаимодействия коэффициент силы, действующей со стороны потока, в каждой точке «смачиваемой» поверхности тела можно представить в виде

$$(1.1) \quad c_f = \tau(\alpha)\tau + p(\alpha)\mathbf{n},$$

где функции $\tau(\alpha)$, $p(\alpha)$ определяются конкретной моделью обтекания либо выбором аппроксимации [4-10], α — угол между направлением потока и касательной к поверхности тела, τ , \mathbf{n} — орты касательной и внутренней нормали. Будем далее оперировать с безразмерными параметрами, относя линейные размеры к длине тела x_f , а площади — к площади миделевого сечения λy_f^2 . Коэффициент сопротивления тела можно представить в виде

$$(1.2) \quad c_x = \frac{a^2}{\lambda^2} p \left(\frac{\pi}{2} \right) + \frac{2}{\lambda^2} \int_0^1 y \Omega(\alpha) dx$$

$$\Omega(\alpha) = p(\alpha) \operatorname{tg} \alpha + \tau(\alpha), \quad \lambda = y_f/x_f, \quad \alpha = \operatorname{arctg}(dy/dx)$$

Оптимизационная задача заключается в определении формы тела вращения при заданных длине и диаметре миделевого сечения, обладающего минимальным сопротивлением в потоке. Она сводится к минимизации функционала (1.2) при условии $y(1) = \lambda$.

2. Метод решения. Численное решение сформулированной задачи обеспечивают методы динамического программирования, целесообразность использования которых определяется следующими их свойствами: универсальностью (основная оптимизационная процедура не зависит от вида, свойств и способа задания функции Ω , она может быть представлена, в частности, набором экспериментальных точек) и возможностью получения глобального минимума.

Применительно к рассматриваемой задаче суть метода заключается в следующем. Образующая оптимального тела ищется в классе кусочно-линейных функций, причем абсциссы и ординаты точек излома, могут принимать дискретные значения: i/n ($i = 0, 1, \dots, n$) и $\lambda j/m$ ($j = 0, 1, \dots, m$). Оптимизация сводится к многошаговому процессу типа «киевский веник» [11-12], формальное описание процедуры с учетом специфики задачи приведено ниже.

На i -м шаге для $\mu = \psi(i), \dots, m$ определяются значения $S_\mu^{(i)}$

$$(2.1) \quad S_\mu^{(i)} = \min_v (S_v^{(i-1)} + l_{v\mu}), \quad S_\theta^{(0)} = \left(\frac{\theta}{m} \right)^2 p \left(\frac{\pi}{2} \right), \quad \theta = 1, 2, \dots, m$$

$$(2.2) \quad l_{v\mu} = (v + \mu) \omega_{\mu-v}, \quad \omega_k = \frac{1}{\lambda m n} \Omega \left(\operatorname{arctg} \frac{k \lambda n}{m} \right)$$

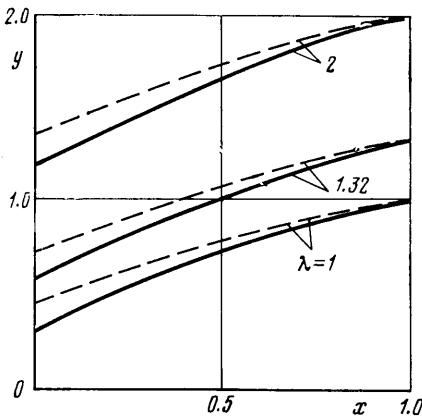
причем перебор по v осуществляется с соблюдением ограничений

$$(2.3) \quad \psi(i-1) \leq v \leq \min \left(m, \frac{\mu(n-i+1) - m}{n-i} \right), \quad \psi(\beta) = \left[\beta \frac{m}{n} \right]$$

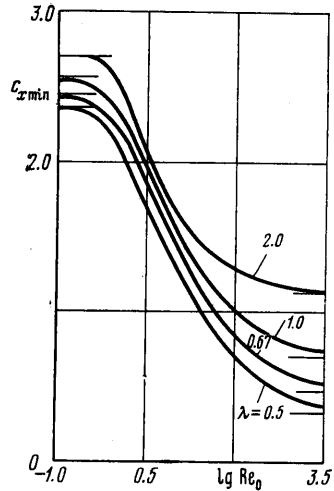
В результате определяется минимальное значение коэффициента сопротивления $S_m^{(n)}$, а также ординаты точек излома ломаной, отражающей форму образующей оптимального тела: λ , $\lambda v(n, m)/m$, $\lambda v(n-1, v(n, m))/m, \dots$, которым соответствуют абсциссы 1 , $(n-1)/n$, $(n-2)/n, \dots$. Через $v(i, \mu)$ обозначено значение v , доставляющее минимум $S_\mu^{(i)}$ в задаче (2.1)–(2.3). Параметрам, фигурирующим в равенствах (2.1)–(2.3), можно придать следующий смысл: $S_m^{(i)}$ — минимальное значение коэффициента сопротивления тела длины i/n с радиусом миделевого сечения $\lambda \mu/m$; $l_{v\mu}$ — коэффициент сопротивления боковой поверхности усеченного конуса высоты $1/n$, радиусы оснований которого равны $\lambda v/m$ и $\lambda \mu/m$; $S_\theta^{(0)}$ — коэффициент сопротивления носка тела радиуса θ/m . Неравенство (2.3) выражает необходимое условие выпуклости тела.

Описанная схема может использоваться для оптимизации формы тел некоторых пространственных классов [13]; в качестве характеристик, подлежащих оптимизации, возможно рассмотрение различных показателей, в частности теплопотока к поверхности тела. При систематических расчетах могут быть применены иные оптимизационные процедуры [12], не обеспечивающие поиск глобального минимума, но более эффективные по времени счета и требуемой памяти ЭВМ.

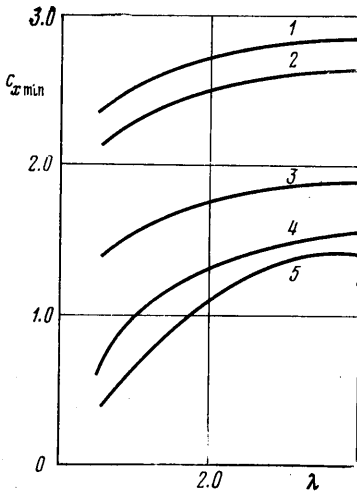
3. Результаты расчетов. Описанный выше метод был реализован в виде программы для ЭВМ, с использованием которой проведена серия расчетов. Рассматривался



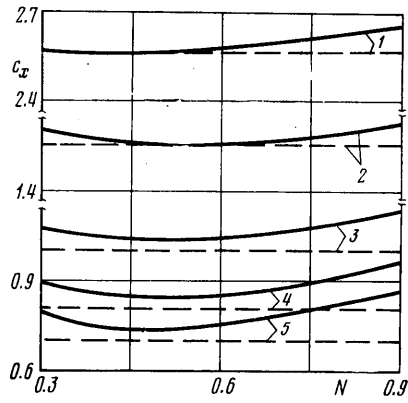
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

весь диапазон изменения чисел Re_0 [9-10], для функций $p(\alpha)$, $\tau(\alpha)$ использовалась аппроксимация, предложенная и обоснованная в работах [9-10]

$$(3.1) \quad p(\alpha) = A_2 \sin^2 \alpha + A_1 \sin \alpha, \quad \tau(\alpha) = B_1 \sin \alpha \cos \alpha$$

Коэффициенты A_1 , A_2 , B_1 зависят от Re_0 , температурного фактора t_w , отношения теплоемкостей κ ; конкретный вид этих зависимостей приведен в работах [9-10].

Так как точность расчетов зависит от шага разбиения при переходе к дискретной оптимизационной задаче, было проведено соответствующее исследование; в качестве «эталона» принято точное решение вариационной задачи для гиперзвукового ньютоновского обтекания, представленное в работе [1]. Выбранные значения параметров n , m обеспечивают совпадение с «эталонным» решением ошибкой менее 0.3%.

На фиг. 1-4 представлены некоторые результаты расчетов; принято $\kappa=1.4$, $t_w=1.0$. Границы изменения формы оптимального тела при различных значениях относительного удлинения иллюстрируют кривые на фиг. 1: сплошные линии соответствуют течению «сплошной среды» ($Re_0 \rightarrow \infty$), штриховые – свободномолекулярному течению. Оптимальные тела имеют плоскую носовую часть, радиус которой (при фиксированном λ) уменьшается с уменьшением степени разреженности газа; с другой стороны, при заданном Re_0 и радиусе миделевого сечения размер носовой части уменьшается с увеличением длины тела.

На фиг. 2 нанесены графики, отражающие изменение коэффициента сопротивления $c_{x \min}$ оптимального тела в зависимости от числа Re_0 при различных значе-

ниях λ ; горизонтальные черточки у границ графиков указывают на предельные значения при $Re_0 \rightarrow \infty$ и $Re_0 \rightarrow 0$. Видно, что с уменьшением степени разреженности потока для тел вращения могут быть обеспечены меньшие значения коэффициента сопротивления.

Характер зависимости $c_{x \min}$ от λ показан на фиг. 3. Кривые (в порядке возрастания номеров) соответствуют значениям Re_0 0; 1; 10; 100; ∞ . Из графиков видно, что при любом режиме коэффициент сопротивления оптимального тела вращения убывает с увеличением длины тела при фиксированном радиусе миделевого сечения.

На фиг. 4 представлены результаты исследования тел вращения степенной формы (N — показатель степени). Кривые в порядке возрастания номеров соответствуют значениям Re_0 0; 10; 100; 1000; ∞ . Цикл расчетов был выполнен с целью сопоставления по c_x оптимальных степенных тел с «абсолютно оптимальными» телами, коэффициенты сопротивления которых нанесены на фиг. 4 штриховыми линиями. Анализ результатов расчетов показывает, что при свободномолекулярном режиме течения ограничение класса анализируемых тел только степенными в рамках рассматриваемой модели практически не влияет на коэффициент сопротивления оптимальных тел; при уменьшении разреженности величина $(c_{x \min}^* - c_{x \min}) / c_{x \min}$ несколько возрастает.

В связи с анализом степенных тел отметим, что при любых Re_0 кривые $c_x(N)$ имеют минимум, однако в его окрестности график функции $c_x(N)$ весьма пологий и точка минимума выражена слабо. Например, для $Re_0 \rightarrow \infty$, $\lambda=1$ изменение N от 0.425 до 0.500 дает разброс по c_x в пределах 0.7403–0.7383, что составляет менее 0.3%. Поэтому правильнее говорить не о конкретном оптимальном значении показателя степени, а о некотором диапазоне таких значений.

Поступила 11 I 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Теория оптимальных аэродинамических форм. М., «Мир», 1969.
2. Барафонова Е. В., Филатов Е. И. Одна задача оптимизации формы тел в свободномолекулярном потоке. Тр. Семинара по краев. задачам, вып. 13. Казань, Изд-во Казанск. ун-та, 1976.
3. Закиров М. А. Универсальная программа для исследования свободномолекулярных течений и некоторые результаты расчетов. Тр. IV Всес. конф. по динамике разрежен. газа и молекулярной газовой динамике. М., 1975.
4. Баранцев Р. Г. Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями. М., «Наука», 1975.
5. Бунимович А. И. Соотношения между силами, действующими на тела, движущиеся в разреженном газе, в потоке света и в гиперзвуковом ньютоновском потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 4.
6. Бунимович А. И., Дубинский А. В. Обобщенные законы подобия при обтекании тел в условиях закона локальности. ПММ, 1973, т. 37, № 5.
7. Бунимович А. И., Чистолитов В. Г. Аналитический расчет аэродинамических характеристик тел вращения в условиях закона локальности. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 5.
8. Курьшев А. П., Филиппов Б. В. Аэродинамические коэффициенты тел вращения в сильно разреженной плазме. Аэродинамика разреженных газов, сб. 4. Л., Изд-во Ленинград. ун-та, 1969.
9. Галкин В. С., Ерофеев А. И., Толстых А. И. Приближенный метод расчета аэродинамических характеристик тел в гиперзвуковом потоке разреженного газа. Тр. ЦАГИ, 1977, вып. 1833.
10. Бунимович А. И., Чистолитов В. Г. Аналитический метод определения аэродинамических характеристик тел в гиперзвуковом потоке газа различной разреженности. Тр. ЦАГИ, 1977, вып. 1833.
11. Михалевич В. С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. Кибернетика, 1965, № 1, 2.
12. Моисеев Н. Н. Элементы теории оптимальных систем. М., «Наука», 1975.
13. Бунимович А. И., Дубинский А. В. Вариационный метод для обобщенного класса функционалов и его применение к задачам аэромеханики. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 1.