

ФИЛЬТРАЦИЯ ГАЗИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ НЕРАВНОВЕСНЫХ УСЛОВИЯХ

И. М. АМЕТОВ

(Ухта)

Движение многокомпонентных углеводородных смесей через пористые среды в процессе разработки нефтяных и газовых месторождений сопровождается межфазным обменом вещества, импульса и энергии. К настоящему времени заложены основы теории фильтрации многокомпонентных смесей. В [1] получена система уравнений движения с учетом взаимодействия фаз и возможного отклонения от локального термодинамического равновесия. Для замыкания полученной системы уравнений использован аппарат линейной термодинамики необратимых процессов. В рамках этой теории получен ряд качественных и количественных результатов [1, 2]. В то же время при конкретных расчетах фильтрации углеводородной смеси в условиях нарушения термодинамического равновесия такой подход оказывается недостаточно эффективным. Это связано с наличием большого количества экспериментально определяемых параметров и сложностью исходной системы уравнений.

В связи с этим в работе развивается другой подход, который является менее общим, но позволяет эффективно рассчитывать фильтрационные течения многофазной системы в пласте. Следуя схеме Маскета, исходную систему можно представить в виде бинарной, причем растворимостью жидкой фазы в газовой пренебрегается. В существующей модели фильтрации газированной жидкости в условиях термодинамического равновесия закон межфазного обмена представляется в виде известной изотермы растворимости газа в жидкости. В частности, обычно предполагается справедливой изотерма растворимости Генри. В рассматриваемой ниже схеме система уравнений движения замыкается экспериментально определяемой зависимостью, описывающей фазовые превращения в условиях нарушения термодинамического равновесия. Как непосредственное следствие принятой за основу бинарной модели углеводородной смеси количество растворенного газа определяется величиной давления в системе и скоростью его изменения. При этом все рассматриваемые ниже процессы предполагаются изотермическими.

1. Рассмотрим вначале основные термодинамические соотношения. Ограничиваясь схемой фильтрации газированной жидкости и пренебрегая растворимостью жидкости в газовой фазе, имеем следующую систему уравнений [2]:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \operatorname{div}(\mu_0 \mathbf{u}_1 + \rho \mathbf{u}_2) &= m \frac{\partial}{\partial t} [\mu_0 \sigma + (1 - \sigma) \rho] \\ \operatorname{div}(\mathbf{u}_i) &= m \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad \mathbf{u}_i = - \frac{k}{\eta_i} f_i(\sigma) \nabla p \quad (i=1, 2) \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{u}_1 , \mathbf{u}_2 — скорости жидкости и газовой фаз, p — давление, σ — насыщенность порового пространства жидкостью, η_1 , η_2 — вязкость жидкости и газа соответственно, m — пористость, k — проницаемость, $f_i(\sigma)$ — относительные фазовые проницаемости, ρ — плотность газа, μ_0 — масса газа, растворенного в единице объема жидкости при давлении.

В уравнениях (1.1) диффузией газа, растворенного в жидкости, пренебрегается. Зависимость $\mu_0(p)$ определяется по результатам экспериментальных исследований в условиях термодинамического равновесия. В случае, когда равновесные условия нарушаются, количество растворенного газа оказывается функцией не только давления, но и скорости изменения давления системы во времени [3] $\mu_0 = \mu_0(p, dp/dt)$.

В предположении, что при равновесных условиях имеет место линейный закон растворимости для определения количества растворенного газа, было предложено уравнение [3, 4]

$$(1.2) \quad \mu_0 = a \left[p - \int_0^t \exp\left(-\frac{t-\tau}{T}\right) \frac{dp}{d\tau} d\tau \right], \quad \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{m} (\mathbf{u}_1 \nabla p)$$

где a — коэффициент Генри, T — время релаксации.

Уравнение (1.2) качественно согласуется с известными экспериментальными данными [3]. При очень малых темпах изменения давления в системе, когда процесс близок к равновесному, можно положить $dp/dt \approx 0$ и уравнение (1.2) превращается в закон Генри. То же самое имеет место, когда $T=0$, т. е. запаздывания выделения

или растворения газа не происходит. В случае нарушения равновесных условий, когда, например, происходит выделение газа из жидкости и давление в системе снижается ($dp/dt \leq 0$), $\mu_0 > ap$. Следовательно, выделение газа уменьшается по сравнению с равновесным. При повышении давления наблюдается обратная картина. Таким образом, имеет место гистерезис растворения газа в жидкости, обусловленный неравновесностью процесса.

В общем случае вместо (1.2) можно записать

$$(1.3) \quad \mu_0 = a \left[p - \int_0^t F(t-\tau) \frac{dp}{d\tau} d\tau \right]$$

где $F(t)$ — функция релаксации системы, описывающая запаздывающий характер растворимости газа в жидкости и подчиненная условиям $F(t) > 0$, $\frac{dF}{dt} < 0$, $F(\infty) = 0$.

Соотношения (1.2), (1.3) рассматриваются как уравнения, идентифицирующие процесс растворения и выделения газа из жидкости. При этом функцию $F(t)$ необходимо определять экспериментально. Для каждой конкретной системы и метода растворения газа в жидкости (контактный, дифференциальный) функция $F(t)$ будет определенной.

2. В общем случае необходимо решать систему уравнений (1.1), (1.2) или (1.1) — (1.3). Однако в случае малых насыщенных порового пространства газом, когда соответствующая фазовая проницаемость равна нулю, можно получить простые расчетные уравнения.

Рассмотрим вначале некоторые особенности использования соотношений (1.2), (1.3). В правых частях этих равенств под знаком интеграла находится полная производная давления от времени. Однако при рассмотрении фильтрационных течений конвективной составляющей можно пренебречь, так как она имеет порядок $\sim Tu \rho l^{-1} m^{-1}$, где u , l — характерные скорость и масштаб. Если влияние неравновесности фазовых превращений ощутимо, то $Tu \rho l^{-1} m^{-1} \sim p$, откуда $l \sim Tu/m$. По данным [3], величина $T \sim 10^3 - 10^4$ сек, следовательно, для величины l получаем $l \sim 10^4 - 10^2$ см. Таким образом, влияние неравновесности будет существенным лишь в призабойной зоне скважины [2]. С другой стороны, при рассмотрении быстропотекающих процессов в пласте, например при восстановлении давления после остановки скважины, влияние неравновесности будет существенным. Это следует из того, что характерное время перераспределения давления в пласте $T_1 = l^2/\kappa$ и T по порядку величин сопоставимы.

Полагая $dp/dt \approx dp/\partial t$ и повторяя вычисления работы [7], получим окончательный вид основного уравнения фильтрации газированной жидкости при неравновесных условиях

$$(2.1) \quad \Delta p = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t} \left[p - \int_0^t F(t-\tau) \frac{dp}{d\tau} d\tau \right], \quad \kappa = \frac{k}{m \beta_1 \eta_1 \sigma}, \quad \beta_1 = \beta + \frac{ap_0}{\rho_0 p_1}$$

где Δ — оператор Лапласа, β — коэффициент сжимаемости жидкости, ρ_0 — плотность идеального газа при атмосферном давлении, p_1 — начальное пластовое давление.

Обычно $\beta \ll ap_0/\rho_0 p_1$. При $F(t) \rightarrow 0$ (или в случае, когда $F(t) = \exp(-t/T)$, $T \rightarrow 0$) уравнение (2.1) совпадает с полученным в [7].

При $F(t) = \exp(-t/T)$ путем дифференцирования по времени уравнение (2.1) приводится к виду

$$(2.2) \quad \frac{\partial \Delta p}{\partial t} + \frac{1}{T} \Delta p = \frac{1}{T \kappa} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Уравнение (2.2) совпадает с уравнением фильтрации однородной жидкости в трещиновато-пористой среде [8]. Нетрудно представить себе физическую основу этой аналогии. В обоих случаях имеет место свойство запаздывания. Если в случае фильтрации жидкости в трещиновато-пористой среде запаздывание перераспределения давления связано с наличием обмена между блоками и трещинами, то при фильтрации газированной жидкости имеет место запаздывание за счет межфазного обмена.

Однако, несмотря на отмеченную аналогию, при математической формулировке краевых задач, для уравнения (2.1) имеются существенные отличия. Если в случае

фильтрации жидкости в трещиновато-пористой среде могут иметь место скачки давления и расхода, которые затухают во времени, то при фильтрации газированной жидкости эти скачки исчезают мгновенно. Покажем это, следуя [11]. Уравнения (2.2) эквивалентно следующей системе, описывающей фильтрацию газированной жидкости с учетом диффузии растворенного газа при малых значениях газонасыщенности порового пространства:

$$(2.3) \quad \varepsilon_1 \frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \Delta p + \frac{ap - M_0}{T}, \quad \frac{\partial M_0}{\partial t} = \varepsilon_2 \Delta M_0 + \frac{M_0 - ap}{T} \quad (\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ll 1)$$

Здесь член с ε_1 определяется сжимаемостью жидкости, член с ε_2 — диффузией растворенного газа. Данная система тождественна системе уравнений фильтрации в среде с двойной пористостью [11], при этом p соответствуют давлению в трещинах, M_0 — давлению в блоках. Повторяя дословно рассуждения, проведенные в [11], получаем, что скачки функции $p(x, t)$ размываются мгновенно. Это же можно непосредственно показать на укороченной системе при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$. Действительно, интегрируя первое уравнение (2.3) при $\varepsilon_1 = 0$ по области $-h \leq x \leq h$, $0 \leq t \leq T$, один раз непосредственно и второй раз предварительно умножив его на x , находим

$$\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] = [p] = 0$$

В то же время скачки функции $M_0(x, t)$ и ее производной затухают не мгновенно, что непосредственно получается из второго (2.3) с учетом последнего соотношения.

При использовании уравнения (2.1) возникает вопрос о точности получаемых решений по отношению к решениям исходной системы уравнений (1.1)–(1.3). С этой целью оценим вначале погрешность замены исходной системы уравнением, которое получается из (2.2) при $T \rightarrow 0$:

$$(2.4) \quad \Delta p = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Метод оценки точности решения уравнения (2.4) по отношению к решению системы уравнений покажем на примере задачи о нестационарном притоке газированной жидкости к прямолинейной галерее. Пусть граничные и начальные условия записываются следующим образом:

$$(2.5) \quad p(0, t) = p_c, \quad p(l, t) = p(x, 0) = p_h > p_c, \quad \sigma(l, t) = \sigma(x, 0) = 1$$

В качестве критерия точности будем сравнивать величины $\partial p / \partial x$ при $x=0$. Согласно [9], имеем

$$(2.6) \quad \frac{p_h^2 - p_c^2}{2lp_c} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left(- \frac{\pi^2 n^2 k p_h}{l^2 m \eta_1} t \right) \right] \leq \frac{\partial p(0, t)}{\partial x} \leq \\ \leq \frac{1}{\min_{\sigma} k_1(\sigma)} \frac{p_h^2 - p_c^2}{2lp_c} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left(- \frac{\pi^2 n^2 k p_c}{l^2 m \eta_1} t \right) \right]$$

Численный расчет показывает, что, например, при $p_h = 11 p_c$ точное решение отличается от приближенного, равного полусумме верхнего и нижнего решения, не более чем на 4%.

С другой стороны, если непосредственно решить уравнение (2.3) при тех же условиях (2.4), то получим

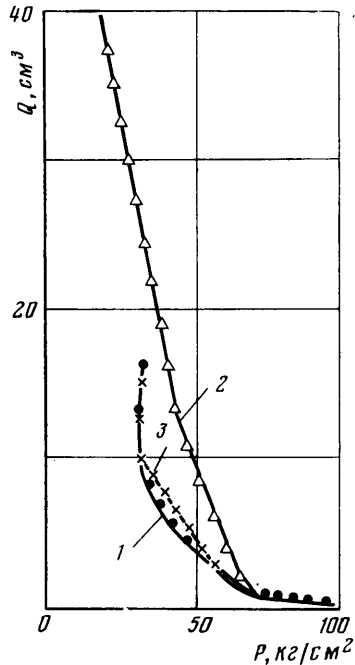
$$(2.7) \quad \frac{\partial p(0, t)}{\partial x} = \frac{p_h - p_c}{l} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left(- \frac{\pi^2 n^2 k p_h}{l^2 m \eta_1} t \right) \right]$$

Из сравнения (2.5) и (2.7) следует, что решение уравнения (2.3) занижено по отношению к истинному и отличается от него не более чем на 13%. Если при линеаризации исходной системы (1.1) подставить в κ вместо p_h величину p_c , т. е. положить $\beta_1 = \beta + ap_0 / \rho_0 p_c$, то погрешность решения уравнения (2.3) будет не более 5%. Таким образом, точность приближения системы (1.1) уравнением (2.3) вполне приемлема.

Далее необходимо оценить, насколько существенным может быть влияние неравновесности. Растворимость газа в жидкости в зависимости от скорости изменения

давления может изменяться в несколько раз [3]. Это соответствует примерно такому же изменению величины κ в (2.3). Если воспользоваться результатами работы [10], которые позволяют рассчитать изменение решения уравнения (2.3) в зависимости от варьирования коэффициента κ , то нетрудно убедиться, что влияние неравновесности может быть существенным. Так, при изменении величины κ в 2 раза решение изменяется примерно на 30%. Следовательно, точность используемых уравнений оказывается достаточной для учета влияния неравновесности на фильтрацию газированной жидкости.

3. Рассмотрим некоторые примеры применения предлагаемой модели фильтрации газированной жидкости. На фигуре приведены результаты экспериментов, проведенных К. А. Ахмедовым в Азербайджанском институте нефти и химии, в которых производилось истощение модели пласта, содержащего газированную жидкость. Пористая среда представляла собой кварцевую пыль проницаемостью $K=260 \text{ мд}$ и пористостью $m=0.28$. Газированная жидкость представляла собой смесь трансформаторного масла и природного газа с газовым фактором $30 \text{ см}^3/\text{см}^3$ и давлением насыщения 108 кг/см^2 . Коэффициент Генри в условиях опыта оставался постоянным. Средний темп падения давления в модели пласта в эксперименте равнялся примерно $1 \text{ кг/см}^2 \cdot \text{мин}$. На фигуре на оси абсцисс отложено текущее давление в модели, на оси ординат — суммарная добыча жидкости и газа, приведенного к среднему текущему давлению в



модели пласта $\sum Q = \sum (Q_l + Q_g)$. Кривая 1 соответствует данным эксперимента, кривая 2 получена на основе расчета процесса истощения в предположении равновесности. Как видно, расхождение между этими зависимостями весьма существенное.

Воспользуемся для интерпретации этих результатов уравнением (2.1), положив $F(t) = \exp(-t/T)$. Уравнение материального баланса для одномерного случая, исходя из уравнения (2.1), имеет вид

$$(3.1) \quad -\frac{1}{V\beta_1} \sum Q = \frac{dp}{dt} - \frac{d}{dt} \int_0^t \exp\left(-\frac{t-\tau}{T}\right) \frac{dp}{dt} d\tau$$

где V — объем модели, занятый жидкостью $\sum Q$ — суммарное количество отображенной из модели смеси, p — среднее давление в модели.

Результаты расчетов по уравнению (3.1) приведены на фигуре (кривая 3). Как видно, соответствие с экспериментом вполне удовлетворительное. Соответствующее значение времени релаксации $T=1.1$ часа.

В качестве другого примера рассмотрим решение задачи о пуске в работу с постоянным дебитом скважины, расположенной в неограниченном пласте, содержащем газированную жидкость. Данная задача формулируется следующим образом (см. раздел 2):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t} \left[p - \int_0^t \exp\left(-\frac{t-\tau}{T}\right) \frac{dp}{dt} d\tau \right], \quad \rho < r < \infty$$

$$p(0, r) = p(t, \infty) = 0, \quad \frac{\partial p(t, \rho)}{\partial r} = \frac{Q\eta_1}{2\pi kh\rho}$$

Применим для решения данной задачи преобразование Лапласа по времени с параметром S . Изображение решения имеет вид

$$p^*(S, r) = \frac{Q\eta_1 \xi K_0(r/\xi)}{2\pi kh\rho K_1(\rho/\xi)}, \quad \xi = \sqrt{\frac{\kappa(1+TS)}{S}}$$

где K_0 , K_1 — стандартные обозначения функций Бесселя. Асимптотическое представление решения при $t \rightarrow \infty$ имеет вид

$$p(t, \rho) \approx - \frac{Q\eta_1}{4\pi k h} \left[\ln \frac{1.26\kappa T}{\rho^2} \right] + \int_0^t \frac{1 - \exp(-\tau/T)}{T} d\tau$$

Таким образом, при любом значении времени релаксации асимптотическое поведение решения отличается от случая фильтрации в равновесных условиях.

Поступила 15 XII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевский В. Н., Бондарев Э. А., Миркин М. И., Степанова Г. С. Движение углеводородных смесей в пористой среде. М., «Недра», 1968.
2. Розенберг М. Д., Кундин С. А. Многофазная многокомпонентная фильтрация при добыче нефти и газа. М., «Недра», 1976.
3. Ахмедов К. А. О применении идентификационных моделей при расчете фазовых превращений. Изв. вузов, Нефть и газ, 1978, № 6.
4. Аметов И. М., Ахмедов К. А., Басович И. Б. О расчете фонтанного подъема с учетом неравновесности фазовых переходов. Сб. тр. ВНИИ, 1978, вып. 66, Интенсификация добычи нефти.
5. Гроот С. Р. де, Мазур П. Неравновесная термодинамика. М., «Мир», 1964.
6. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967.
7. Миллионщиков М. Д. Движение газированной нефти в пористой среде. Инж. сб., 1949, т. 5, вып. 2.
8. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. ПММ, 1960, т. 24, вып. 5.
9. Аметов И. М. Метод построения оценок решения уравнений фильтрации газированной жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 3.
10. Аметов И. М. О влиянии погрешности измерений на точность определения параметров пласта по кривой восстановления давления. Изв. вузов, Нефть и газ, 1975, № 5.
11. Николаевский В. Н. и др. Механика насыщения пористых сред. М., «Недра», 1970.

УДК 533.6.014

ПРАВИЛО ПЛОЩАДЕЙ ДЛЯ СЛЕДА ЗА ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ТЕЛОМ

Н. Н. ПИЛЮГИН, С. Г. ТИХОМИРОВ, С. Ю. ЧЕРНЯВСКИЙ

(Москва)

В пространственных течениях локальные характеристики среды в следе за телом, летящим с гиперзвуковой скоростью при числах Рейнольдса $Re \geq 5 \cdot 10^4$, зависят сложным образом от координат. Однако в ряде случаев важно знать лишь параметры среды, осредненные по поперечному сечению следа. Например, при диагностике плазмы следа за телом с помощью СВЧ-резонаторов изменяют среднюю по сечению концентрацию электронов [1]. Также в осредненном виде получают величину хемилюминесцентного излучения следа [2]. В связи с этим представляет интерес получение средних характеристик среды без детального изучения локальных параметров.

В данной работе установлено правило, позволяющее использовать результаты, полученные для дальнего вязкого следа за осесимметричным телом, в случае следа за трехмерным телом, близким к осесимметричному, при аналогичных условиях обтекания. Трехмерный след рассматривается до расстояний, на которых он не вырождается в осесимметричный.

Под следом понимается область за трехмерным телом, близким к осесимметричному, образованная газом, прошедшим через пограничный слой на теле. Поперечный размер дальнего вязкого следа для любого газодинамического параметра определяется условием изменения этого параметра в e раз по сравнению с его значением на оси. Для скорости газа такое определение размера следа введено в [3], для остальных параметров — в [4].