

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН НАД ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫМИ ПОДВОДНЫМИ ВПАДИНАМИ И ХРЕБТАМИ

А. Г. КУЛИКОВСКИЙ, В. А. РЕУТОВ

(Москва)

Распространению нелинейных волн в слое жидкости медленно меняющейся глубины посвящены работы [1-9]. В работах [1, 2] изучено распространение уединенных волн над подводными хребтами (в [1] волна составляла с хребтом прямой, а в [2] — произвольный угол). При этом в [2] предполагалось, что скорость волны V зависит от глубины жидкости в невозмущенном состоянии $h(x, y)$ и от величины E , характеризующей энергию волны, сохраняющуюся при ее движении [3, 4]. Под сохранением имелась в виду независимость от времени величины

$$(0.1) \quad E dl = \text{const}$$

где dl — длина элемента волны, отсчитываемая вдоль ее фронта (т. е. проекции гребня волны на горизонтальную плоскость), концы которого движутся ортогонально фронту. Согласно [3, 4], при движении слабо искривленной уединенной волны по покоящейся жидкости в случае достаточно медленно меняющейся глубины в качестве E может быть взята энергия, приходящаяся на единицу длины вдоль фронта волны. При движении периодических волн также существует [5, 6] адиабатический инвариант, обладающий аналогичными свойствами.

Настоящая работа посвящена некоторым случаям распространения уединенных и периодических волн над подводными хребтами и впадинами. Из результатов работы [2] и проведенного ниже анализа следует, что в некоторых случаях, когда высота бесконечного прямолинейного хребта или глубина бесконечной впадины достаточно велики, стационарного решения задачи не существует. В связи с этим в данной работе изучается более реалистический случай движения волн над полубесконечными хребтами и впадинами.

В той же, что и в [2], постановке рассматривается задача о набегании под произвольным углом первоначально прямолинейной однородной волны на полубесконечную прямолинейную впадину, глубина и форма которой вне некоторого начального участка не меняются. Показано, что вне области над впадиной можно построить асимптотически автомодельное решение. Над впадиной вдали от ее начала движение волн предполагается стационарным. Из построенных решений следует, что над впадиной и в некоторой ее окрестности возмущенный фронт волны опережает невозмущенный, причем это опережение растет линейно со временем.

В задаче о набегании волны на полубесконечный хребет строится асимптотически автомодельное решение вне области над хребтом. При движении над хребтом, которое вдали от его начала считалось стационарным, волна может достигнуть предельной амплитуды. Модель такого движения, сопровождающегося потерями механической энергии волны, предложена в [2] и используется ниже. Вдоль некоторых линий — границ, исследованию которых посвящена работа [7], проводится сопряжение решений, соответствующих движениям волны с предельной и допредельной амплитудами. При переходе через эти границы параметры волны в соответствии с [7] считаются непрерывными. Однако оказалось, что для построения решения необходимы и границы не рассмотренного в [7] типа с разрывным изменением параметров. Изменение величин на таких разрывах найдено при исследовании их структуры, для описания которой используется система, предложенная в [7].

Наличие в построенных решениях для полубесконечного хребта участков волны, движущихся с предельной амплитудой, приводит к тому, что возмущенный фронт волны на некоторых участках отстает от невозмущенного и это отставание растет линейно со временем.

1. Уравнения и граничные условия. Уравнения, описывающие поведение волны в случае сохранения ее энергии, можно записать в дивергентном виде [4]

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial y} \frac{\sin \alpha}{V(E, h)} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\cos \alpha}{V(E, h)} = 0$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial y} (E \cos \alpha) - \frac{\partial}{\partial x} (E \sin \alpha) = 0$$

Здесь α и E — искомые функции x, y ; α — угол между линией фронта волны и осью x ; V — скорость волны по нормали к фронту, причем предполагается, что для рассматриваемых амплитуд волн производные V_E' и V_h' положительны.

Кинематическое уравнение (1.1) выражает изменение наклона элементов волны за счет изменения скорости волны вдоль ее фронта. (Если уравнение фронта волны задать в виде $\theta = f(x, y) - t = 0$, то (1.1) сводится к условию непрерывности смешанных производных функции $f(x, y)$). Уравнение (1.2) выражает сохранение энергии волны. Оно вытекает из (0.1) при применении формулы Гаусса — Остроградского к потоку энергии вдоль трубки лучей — траекторий точек фронта волны, ортогональных фронту. Система уравнений (1.1), (1.2) — гиперболического типа. Другие формы этой системы исследовались ранее в [2, 7, 8], причем в [8] были изучены решения типа простых волн, эволюция которых приводит к появлению разрывов — угловых точек на фронте волны. При этом предполагается, что существуют диссипативные механизмы, приводящие к установлению квазистационарной структуры такого разрыва.

Если предположить, что энергия волны сохраняется и в разрывных решениях (это предположение не может рассматриваться как бесспорное, но, очевидно, оно хорошо выполняется для разрывов малой интенсивности), то можно использовать интегральную форму уравнений (1.1), (1.2) для получения граничных условий на разрыве, наклон которого $dx/dy = U$

$$(1.3) \quad \left[\frac{\cos \alpha}{V(E, h)} \right] - U \left[\frac{\sin \alpha}{V(E, h)} \right] = 0, \quad [E \sin \alpha] + U [E \cos \alpha] = 0$$

Здесь квадратные скобки означают разность между значениями величины, стоящей в скобках, за и перед разрывом, например $[u] = u_2 - u_1$. Первое условие (1.3) соответствует кинематическому уравнению (1.1) и, как легко видеть из геометрии, безусловно выполняется на разрыве.

Если параметр E , характеризующий амплитуду волны, достигает некоторого, зависящего от глубины критического значения $E_*(h)$ (предполагается $dE_*/dh > 0$), то при дальнейшей тенденции к превышению E над E_* волна будет терять свою энергию [2, 7]. В предположениях о медленности изменения параметров волны и глубины в [2, 7] принималось, что при таком движении, названном движением волны с предельной амплитудой или предельным движением, выполняется равенство $E = E_*(h)$, заменяющее собой уравнение (1.2) системы (1.1), (1.2), описывающей движение волны с допредельной амплитудой, или допредельное движение.

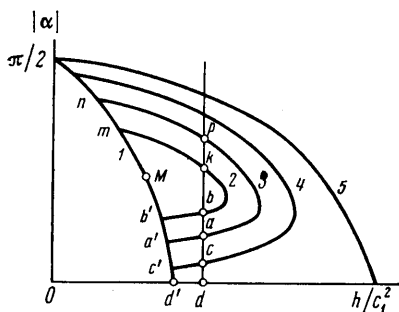
После подстановки $E = E_*(h)$ в (1.1) получаем, что движение волны с предельной амплитудой описывается одним уравнением первого порядка.

2. Движение волны над подводной впадиной. Стационарному движению волны над бесконечной впадиной, глубина которой зависит только от x , соответствует решение системы (1.1), (1.2), не зависящее от y . Ин-

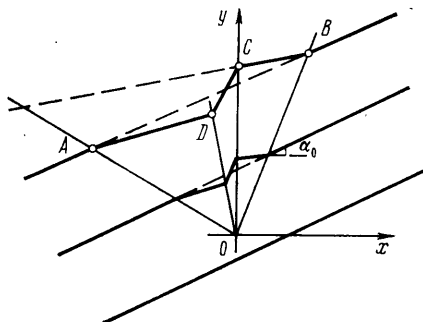
тегрируя эту систему, получим

$$(2.1) \quad \frac{V(E, h)}{\cos \alpha} = c_1, \quad E \sin \alpha = \varepsilon$$

Постоянные интегрирования c_1 и ε определяются по невозмущенным значениям E_0 , α_0 и представляют собой скорость фронта волны вдоль оси y и плотность потока энергии через прямую $x = \text{const}$. Такое стационарное решение получено в [2]. На фиг. 1 показана зависимость угла α от глубины при заданном c_1 и различных ε (кривые 2–4). Решение описывается частью верхней или нижней ветвей кривой $\varepsilon = \text{const}$. Заметим, что точки



Фиг. 1



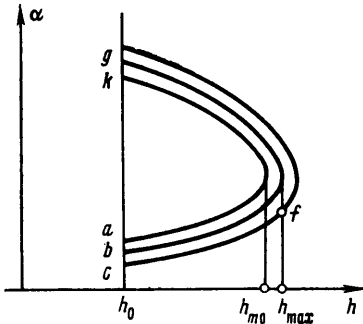
Фиг. 2

кривой $\varepsilon = \text{const}$, лежащие на одной вертикали $h = \text{const}$, могут соответствовать при $U = 0$ состоянию за и перед разрывом. Самой правой точке кривой соответствует скачок бесконечно малой интенсивности. В этой точке наклон одной из характеристик dx/dy равен нулю. На нижней ветви наклоны характеристик имеют разные знаки, а на верхней одинаковые [2]. По аналогии с газовой динамикой (течение газа в трубе с переменным поперечным сечением, где время играет роль y) эти случаи названы дозвуковым и сверхзвуковым соответственно. Наклоны dx/dy характеристик и разрывов будут в дальнейшем в некоторых случаях называться их скоростями. Из соотношений (1.3) видно, что ударный переход при $U \neq 0$ сопровождается изменением ε . На кривой 1, ограничивающей слева область $E < E_*(h)$, отвечающую, согласно вышесказанному, реальным движениям волны, выполняется равенство $E = E_*(h)$. Кривая 5 определена условием $\varepsilon = 0$. Кривые с большими значениями ε лежат внутри кривых с меньшими ε . При заданных c_1 и ε рассматриваемое стационарное решение перестает существовать, если h больше некоторого значения $h_m(c_1, \varepsilon)$.

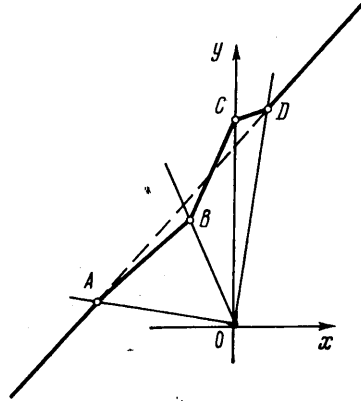
Будем теперь рассматривать движение волны над полубесконечной впадиной. В этом случае глубина считается отличной от постоянной в некоторой окрестности положительной полуоси y и не зависящей от y при y , больших некоторого значения.

При набегании волны на полубесконечную впадину можно ожидать, что вдали от ее начала над впадиной установится стационарное движение волны, и использовать построенные для бесконечной впадины стационарные решения. Однако стационарное движение волны над впадиной будет происходить, вообще говоря, с отличными от невозмущенных значениями параметров c_1 , ε . К требуемой перестройке движения приведут возмущения волны, которые пойдут от начальной части впадины, где глубина зависит от y . Пренебрегая размерами этой части и шириной впадины, решение можно считать автомодельным, зависящим от x/y .

Рассмотрим случай дозвукового набегания волны на впадину, глубина которой h_{\max} мало превосходит значение h_{m0} , соответствующее невозмущенным значениям параметров волны $\alpha = \alpha_0 > 0$, $E = E_0$. От начала впадины вдоль характеристик системы (1.1), (1.2) (на фиг. 2, где впадине соответствует полуось $y \geq 0$, это прямые OA и OB) будут распространяться малые возмущения. В результате параметры волны над впадиной должны измениться так, чтобы новое значение h_m удовлетворяло неравенству $h_m \geq h_{\max}$. Перестройке параметров волны отвечает на фиг. 3 переход из точки a , изображающей невозмущенное состояние волны, в положение b ,



Фиг. 3



Фиг. 4

соответствующее $h_m = h_{\max}$, или в какое-то положение c , соответствующее $h_m > h_{\max}$ (точки b или c характеризуют состояние волны в треугольнике OBC (фиг. 2)). Кривые, проведенные через точки a , b и c на фиг. 3, соответствуют различным значениям параметров c_1 , ϵ . Покажем, что реализуется первый случай, т. е. что состояние волны в треугольнике OBC изображается точкой b .

Действительно, при $h_m > h_{\max}$ над впадиной будет дозвуковое движение, описываемое отрезком кривой cf , проходимым дважды (фиг. 3), так что слева от впадины фронт волны имеет тот же наклон, что и справа от нее. Поэтому слева от впадины движение всюду дозвуковое и сопряжение с невозмущенной волной должно производиться с помощью одного возмущения, распространяющегося по характеристике (лучу OA фиг. 2). Невозможность такого сопряжения, очевидная из фиг. 2, доказывает, что должен осуществляться случай $h_m = h_{\max}$.

Тогда стационарное движение над впадиной описывается кривой bg (фиг. 3) с переходом при $h = h_{\max}$ с ее нижней ветви на верхнюю. Движение слева от впадины теперь сверхзвуковое (характеризуется точкой g на фиг. 3) и можно ожидать, что сопряжение с дозвуковым движением будет происходить через разрыв — ударную волну (OD на фиг. 2). Таким образом, необходимо сопрячь параметры волны в области ODC с параметрами в невозмущенной области, расположенной левее луча OA , с помощью двух разрывов, располагаясь скоростью ударной волны U и величиной, характеризующей изменение параметров в возмущении, распространяющемся вдоль OA .

Проведенные несложные, но громоздкие расчеты показывают, что указанное сопряжение всегда возможно. При этом в зависимости от вида функции $V(E, h)$, значений α_0 , E_0 может реализоваться один из двух ва-

риантов. В первом, изображенном на фиг. 2, точка D лежит позади невозмущенного фронта AB и на участке AD выполняется неравенство $E < E_0$; во втором точка D лежит впереди невозмущенного фронта и $E > E_0$ на участке AD . Первый вариант (фиг. 2) имеет место, когда

$$(2.2) \quad \alpha_g > \beta$$

а второй при противоположном знаке неравенства. Здесь α_g — значение α в точке g на фиг. 3, а β — угол между нормалью к невозмущенному фронту и характеристикой OB . В силу малости возмущения, распространяющегося по OB , левую часть неравенства (2.2) можно заменить на α_a — значение α в точке k , связанной с невозмущенным состоянием a ударным переходом с $U=0$. При малом отличии h_{m0} от h_{max} скорость ударной волны оказывается малой, так что ударной волне соответствует на фиг. 3 переход из точки g в точку, лежащую в некоторой малой окрестности точки b . В малом возмущении, распространяющемся вдоль OA , параметры волны изменяются так, что волна слева от OA оказывается невозмущенной (точка a на фиг. 3).

Все рассуждения, проведенные выше, применимы и для конечных значений разности $h_{m0} - h_{max}$, но критерий (2.2), определяющий тип волны OA , усложнится.

Аналогичным образом исследовался сверхзвуковой случай движения волны, изображенный на фиг. 4. Лучи OA и OB — характеристики, по которым распространяются малые возмущения от начала впадины; OD — траектория движения ударной волны, соответствующей переходу из точки k , обозначающей на фиг. 3 невозмущенное состояние, в точку b . Такой скачок обеспечивает выполнение равенства $h_m = h_{max}$ с последующим переходом в точку g . При малых $h_{max} - h_{m0}$ состояние, возникающее слева от впадины, мало отличается от невозмущенного и сопрягается с невозмущенным состоянием в области левее луча OA (фиг. 4) при помощи двух волн малых возмущений, распространяющихся вдоль характеристик OA и OB . Кроме варианта, изображенного на фиг. 4, в котором на участке AB $E < E_0$, может реализоваться вариант, в котором точка сопряжения B опережает невозмущенный фронт и на участке AB $E > E_0$. На участке CD $\alpha < \alpha_0$, $E > E_0$.

3. Границы между областями движения волны с предельной и допредельной амплитудами. Если при движении волны достигается значение $E_*(h)$, то возникает граница, с одной стороны от которой выполняется система уравнений второго порядка (1.1), (1.2), а с другой — одно уравнение первого порядка, являющееся следствием подстановки $E = E_*(h)$ в (1.1). В работе [7] для получения граничных условий на границе была постулирована система уравнений, сводящаяся к (1.1) и к уравнению энергии, которое отличается от (1.2) членом в правой части, выражающим потери энергии при $E > E_*(h)$, допускаемые системой уравнений. Это последнее уравнение можно записать в виде

$$(3.1) \quad \frac{\partial}{\partial y}(E \cos \alpha) - \frac{\partial}{\partial x}(E \sin \alpha) = -DF(E - E_*(h), h)$$

где F — некоторая функция, равная нулю при $E \leq E_*(h)$ и положительная при $E > E_*(h)$; D — большой параметр, который в пределе устремляется к бесконечности.

При рассмотрении границы и ее структуры предполагалось [7] малое изменение всех параметров и использовались линеаризованные уравнения. Было показано, что при выполнении этого предположения исследо-

вание структуры границы приводит к выводу о непрерывности величин E и α на границе.

Покажем, что если не предполагать малости изменения E и α на границе и внутри структуры, то это дает возможность обнаружить новый тип границы с разрывом величины α . Выберем систему координат с осью y , направленной по касательной к изучаемой границе. Будем предполагать, как всегда при изучении структуры, что производные поперек границы (по оси x) много больше производных вдоль границы (по оси y). Поэтому, оставляя в уравнениях (1.1), (3.1) только производные по x , интегрируя (1.1) и выражая из него E , получим

$$(3.2) \quad E = \Phi(c_1 \cos \alpha, h) \geq 0$$

Здесь Φ — функция, обратная по первому аргументу функции $V(E, h)$. Следовательно, Φ — монотонно растущая функция первого аргумента. В области структуры ввиду ее узости можно считать h постоянной: $h = h_0$, так что (3.2) дает зависимость $E = E(\alpha)$. Эта функция является четной и при $\alpha = 0$ достигает максимума, затем убывает с ростом α и обращается в нуль при некотором $\alpha_1 < \pi/2$, зависящем от скорости c_1 движения волны в направлении y и глубины h_0 в данном месте.

После подстановки (3.2) в (3.1) получим

$$(3.3) \quad \varphi(\alpha) \frac{d\alpha}{dx} = DF(E(\alpha) - E_*), \quad \varphi(\alpha) = \frac{d(E(\alpha) \sin \alpha)}{d\alpha}$$

$\varphi(\alpha)$ — четная функция, положительная при значениях α , меньших по модулю некоторого зависящего от c_1 и h_0 значения α_2 , и отрицательная при $\alpha_2 < |\alpha| < \alpha_1$.

Пусть $\alpha = 0$ при $x = 0$. Зададимся значением $E(0)$, получаемым из (3.2) при $\alpha = 0$. Эта величина однозначно связана со значением c_1 , задающим скорость волны в направлении y . Уравнение (3.3) определяет кривизну волны и если разность $E(0) - E_*(h_0)$ не слишком велика, так что корень α_3 уравнения

$$(3.4) \quad E(\alpha) - E_*(h_0) = 0$$

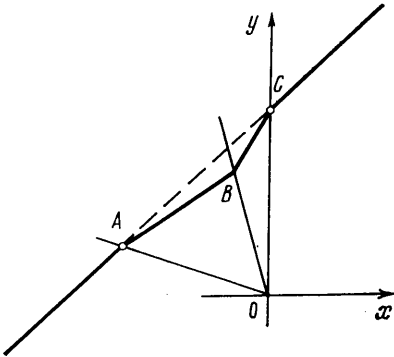
меньше α_2 , то существует решение $\alpha(x)$, представляющее нечетную функцию x , причем изменение α происходит только на некотором отрезке $[-x_1, x_1]$ от значения $-\alpha_3$ до α_3 . Длина этого отрезка оси x зависит, в частности, от величины D и при $D \rightarrow \infty$ стремится к нулю. Поэтому рассматриваемое решение переходит в разрыв, в котором величина E непрерывна, а наклон волны α меняется скачком так, что касательные к фронту волны по разные стороны от линии разрыва составляют с ней равные углы. Величина изменения угла в некоторых пределах произвольна, но не должна превышать некоторое максимальное значение $\alpha_m = 2 \max \alpha_3$, где максимум берется по значениям $E(0)$. При $\alpha_3 > \alpha_2$ решение рассмотренного здесь типа не существует.

В найденном решении при конечных значениях D в области $|x| > x_1$ величина E принимает критическое значение $E = E_*(h)$. Это — следствие неучета при получении решения изменения глубины и зависимости движения волны от y . Если учесть связанные с этим малые поправки, то нетрудно получить аналогичное решение, в котором с одной стороны от границы $E < E_*(h)$, а с другой — $E > E_*(h)$. В последней области при $D \rightarrow \infty$ имеем $E \rightarrow E_*(h)$, т. е. движение волны с предельной амплитудой.

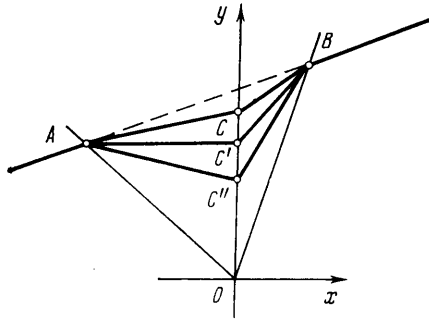
Полученный разрыв эволюционен при достаточно малых изменениях угла на нем, так как в этом случае в области допредельного движения уходит одна характеристика и соответственно на разрыве должно быть выполнено два граничных условия: условие непрерывности E и условие

того, что касательная к разрыву — биссектриса угла, образованного касательными к фронту волны в точке разрыва. Будем называть границу рассмотренного здесь типа границей типа V в дополнение к границам типа I—IV, изученным в [7].

4. Движение волны над подводным хребтом. Кривые $\epsilon = \text{const}$ (фиг. 1) применимы для описания стационарного решения над бесконечным хребтом только в области $E < E_*(h)$ правее кривой I на фиг. 1. Если условие $E < E_*(h)$ не выполнено, то в соответствии с [2] происходит сопровождающееся потерями энергии стационарное движение волны с предельной



Фиг. 5



Фиг. 6

амплитудой, описываемое отрезком кривой I, на которой $E = E_*(h)$. Так как при уменьшении энергии волны уменьшается и поток энергии ϵ , то на фиг. 1 участки кривой I должны проходить в направлении от точки M, соответствующей максимуму ϵ . Затем возможен переход к движению с допредельной амплитудой и возвращение в область постоянной глубины по новой кривой допредельного стационарного решения.

В сверхзвуковом случае движение волны над хребтом может быть представлено на фиг. 1 ломаной вида $ktpr$. Точка k соответствует невозмущенной волне, набегающей на хребет справа, отрезки kt и tp соответствуют движению волны с допредельной и предельной амплитудой на правой стороне хребта (n соответствует гребню хребта), pr — допредельному движению на левой стороне хребта.

С левой стороны состояние волны (точка p) отличается от невозмущенного состояния (точка k). Границы зоны предельной амплитуды соответствуют точкам t и n на фиг. 1 и представляют собой границы I и IV типов по классификации [7].

В случае сверхзвукового набега на полубесконечный хребет, расположенный вдоль положительной полуоси y , от начала координат будут распространяться две волны возмущений. Если зона предельной амплитуды мала, что и будет для простоты предполагаться в дальнейшем, то возмущения будут малыми и будут распространяться по характеристикам (OA и OB на фиг. 5). Распоряжаясь интенсивностями этих возмущений, можно сопоставить состояние непосредственно слева от хребта (точка p на фиг. 1) с невозмущенным состоянием вдали от хребта слева (левее прямой OA на фиг. 5). Так как возмущенный фронт отстает от невозмущенного, то на AB и BC выполняется неравенство $E < E_0$.

Если при дозвуковом движении с начальным состоянием b (фиг. 1) предельная амплитуда достигается до гребня хребта (точка b' , фиг. 1), то дальнейшее движение волны с предельной амплитудой к гребню хребта невозможно, поскольку происходило бы в направлении к точке M. Это

указывает на необходимость перестройки решения, так чтобы предельная амплитуда достигалась над гребнем хребта.

Рассмотрим дозвуковое набегание волны на полубесконечный хребет с выходом на движение с предельной амплитудой. В силу вышесказанного предельная амплитуда может достигаться только над гребнем хребта, поэтому необходим предварительный разворот волны в области постоянной глубины, соответствующий возмущению, распространяющемуся по характеристике OB (фиг. 6), а на фиг. 1 — переходу от невозмущенного состояния a в состояние b . Тогда движение над хребтом описывается на фиг. 1 кривой $bb'c's$. Над гребнем хребта (граница II типа¹) волна входит в зону предельного движения (фиг. 1, точка b'), выходит из нее в точке c' фиг. 1 за гребнем хребта (на границе III типа) и продолжает движение с допредельной амплитудой по новой кривой $c's$ допредельного решения до области постоянной глубины. При этом слева от хребта угол наклона фронта будет меньше невозмущенного. Положение точки выхода из зоны предельного движения определяется значением угла α , обеспечивающим возможность сопряжения возмущенного и невозмущенного фронтов в точке A на фиг. 6 с помощью одной волны малых возмущений, распространяющейся вдоль характеристики OA . При этом на участке AC $E < E_0$.

Если угол α_0 достаточно мал, то при некотором значении глубины над гребнем хребта $h_{\min 0}$ угол наклона α при выходе из зоны предельной амплитуды может стать нулевым. На фиг. 1 этому случаю соответствует отрезок кривой предельной амплитуды $b'd'$. Далее движение над хребтом описывается отрезком прямой $d'd$ до схода волны с хребта.

При этом фронт волны на участке AC' на фиг. 6 ортогонален направлению хребта. Сопряжение параметров возмущенной и невозмущенной волны в точке A производится, как и выше.

Однако такое сопряжение невозможно, если глубина над гребнем хребта h_{\min} меньше $h_{\min 0}$, так что скорость движения волны еще уменьшится и точка пересечения невозмущенного фронта с участком фронта, ортогональным хребту, будет двигаться со скоростью, большей характеристической, что невозможно для малых возмущений. В рассматриваемом случае фронт волны слева от хребта должен иметь отрицательный наклон α и при не слишком большом превышении $h_{\min 0}$ над h_{\min} решение можно построить с помощью границы V типа, исследованной в п. 3. При этом решение над хребтом будет иметь вид $bb'c's$ на фиг. 1, но в отличие от предыдущего, сходного по обозначениям случая, в точке c' на границе V типа угол α меняет знак, становясь отрицательным слева от этой границы, и далее убывает на участке $c's$. Положение границы V типа определяется тем, что полученный слева от хребта на участке AC'' (фиг. 6) угол α должен обеспечивать возможность сопряжения возмущенного и невозмущенного фронтов в точке A , движущейся с характеристической скоростью.

Подчеркнем, что в автомоделных решениях, построенных для полубесконечных хребтов (впадин), появляются участки возмущенного фронта, движущиеся вдоль оси хребта (впадины) со скоростью, меньшей (большей) скорости невозмущенного фронта. Поэтому отставание или опережение на этих участках линейно растет со временем.

Отметим, что если в решении для хребта при перемещении на фиг. 1 вдоль кривой, проходящей через точку b невозмущенного состояния волны, не достигается предельная амплитуда, а в решении для впадины не достигается точка кратности стационарного решения, то в рамках исполь-

¹ Исследования, проведенные в [7], показали, что на границах II и IV типов кроме двух условий непрерывности должно выполняться некоторое дополнительное условие, полученное при рассмотрении структуры. Границы эволюционные, так как на каждой из них имеются две уходящие от границы характеристики.

зуюемого в работе приближения вне хребта или впадины параметры волны совпадают с невозмущенными, а фронт волны — прямой. Более детальное исследование показывает, что вне хребта или впадины малые возмущения параметров E и α могут возникнуть только на характеристиках, уходящих от некоторого начального участка хребта.

Поступила 27 VI 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Биченков Е. И., Гарипов Р. М. Распространение волн на поверхности тяжелой жидкости в бассейне с неровным дном. ПИМТФ, 1969, № 2.
2. Реутов В. А. Движение уединенной волны над подводным хребтом. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 4.
3. Grimshaw R. The solitary wave in water of variable depth. pt. 1. J. Fluid Mech., 1970, vol. 42, pt. 3.
4. Grimshaw R. The solitary wave in water of variable depth. pt. 2. J. Fluid Mech., 1971, vol. 46, pt. 3.
5. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М., «Мир», 1977.
6. Островский Л. И. Ударные волны и солитоны. Изв. вузов, Радиофизика, 1976, т. 19, № 5-6.
7. Куликовский А. Г., Реутов В. А. Движение уединенной и периодических волн с амплитудой, близкой к предельной, в слое жидкости медленно меняющейся глубины. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 6.
8. Реутов В. А. О поведении возмущений уединенной и периодических волн на поверхности тяжелой жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 5.
9. Маслов В. П., Цупин В. А. δ -образные обобщенные по Соболеву решения квазилинейных уравнений. Усп. мат. н., 1979, т. 34, вып. 1.