

Рассматривая с этой точки зрения результаты настоящих расчетов, кажется, что не исключена возможность существования подобного автомодельного решения при $t \geq t_4$, когда с более или менее хорошей точностью реализуются подходящие условия. Для точной проверки этих предположений были проведены дополнительные расчеты, где условия постоянства температуры по времени и пространству достигались увеличением κ_0 в 100 раз при прочих равных условиях с описанной выше постановкой. В ряде вариантов уравнение энергии заменялось равенством $T = T(r_0)$. Этим достигалась возможность проследить изотермическую стадию на максимально возможном числе расчетных точек. Во всех случаях результаты оказались сходными: ударная волна распространялась по закону $r_s \sim |t - t_0|^\alpha$, где $\alpha = 0.8 - 0.9$, а скорость газа за ней изменялась по аналогичному закону с $\alpha = -0.24$. В автомодельном же решении соответствующие значения α должны были быть равны 1 и 0. Это указывает на то, что автомодельный режим сходящейся к центру с постоянной скоростью изотермической ударной волны в численных расчетах не реализуется, по всей видимости, вследствие незначительной протяженности зоны его применимости по сравнению с областями неавтомодельного течения. Эти результаты дают подтверждение выводу работ [3, 5] о неограниченной кумуляции возмущений, идущих к центру в теплопроводящем газе.

В заключение авторы выражают благодарность О. С. Рыжову и В. П. Пархоменко за внимание и помощь.

Поступила 30 VI 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., Гостехиздат, 1955.
2. Guderley G. Starke Kugelige und zylindrische Verdichtungsstöße in der Nähe des Kugelmittelpunktes bzgl Zylinderachse. Luftfahrtforschung, 1942, Bd 19, No. 9.
3. Берченко Е. А., Коробейников В. П. Численное исследование сходящихся ударных и тепловых волн. Докл. АН СССР, 1976, т. 230, № 6.
4. Пархоменко В. П. Движение газа вблизи центра (оси) симметрии при выделении внутренней и кинетической энергии на периферии. Изв. АН СССР, МЖГ, 1979, № 1.
5. Забазин Е. И., Симоненко В. А. Сходящаяся ударная волна в теплопроводном газе. ПММ, 1965, т. 29, вып. 2.
6. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
7. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, «Наука», 1973.
8. Boris J. B., Book D. L. Flux-corrected transport. 1. SHASTA, A fluid transport algorithm that works. J. Comput. Phys., 1973, vol. 11, No. 1.
9. Махмудов А. А., Попов С. П. Численное решение одной задачи о сферически-симметричном движении теплопроводного вязкого газа. Изв. УзССР. Сер. физ.-мат. н., 1979, № 1.
10. Зайдель Р. М., Семьяндяев К. А. Предельные решения нелинейного уравнения параболического типа. Докл. АН СССР, 1960, т. 133, № 2.

УДК 533.6.011.8

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ СФЕРЫ АЗОТОМ С УЧЕТОМ ВРАЩАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ

В. В. РЯБОВ

(Москва)

В рамках полных уравнений Навье – Стокса и релаксационного уравнения рассматривается сверхзвуковое обтекание сферы азотом с учетом вращательно-поступательной релаксации.

Влияние вращательной неравновесности на структуру течения вблизи сферы радиуса $R = 0.3$ м следует ожидать при полете на высотах $90 \div 120$ км [1]. При экспериментальном моделировании этих режимов течения в аэродинамических трубах неравновесный характер энергообмена необходимо учитывать всегда [2, 3]. При этом неравновесное возбуждение вращательных степеней свободы молекул может приводить к возрастанию поступательной температуры и толщины возмущенной зоны по сравнению с равновесным случаем [4, 5].

Результаты проведенных численных расчетов сравниваются с экспериментальными данными по распределению неравновесной вращательной энергии азота в

окрестности критической линии тока, а также по распределению теплового потока по поверхности сферы.

1. Изменения внутренней энергии происходят с конечными скоростями, которые могут характеризоваться временами релаксации. Для тяжелых молекул характерные времена релаксации вращательных степеней свободы малы [6, 7], поэтому при небольших числах Рейнольдса и умеренных скоростях набегающего потока с хорошей точностью можно считать, что другие виды релаксации (например, возбуждение колебаний) заморожены. Для расчета времени установления равновесия по вращательным состояниям τ_R необходима детальная информация о характере элементарного процесса обмена вращательной энергией при соударении молекул. При комнатной температуре около десяти вращательных уровней молекулы азота эффективно заселены, и для расчета τ_R в рамках кинетических уравнений для заселенностей необходимо огромное количество информации о вращательно-неупругих соударениях, которая в настоящему времени отсутствует. В дальнейшем использовалось релаксационное уравнение, записанное в τ -приближении [6]; расчет времени вращательной релаксации τ_R производился по методике работ [6, 7], а при очень низких температурах — с учетом неравновесности в набегающем потоке \mathbf{n} квантовых особенностей [3].

Система полных нестационарных уравнений Навье — Стокса в криволинейной ортогональной системе координат s, n, φ (s — координата, отсчитываемая вдоль контура тела в меридиональной плоскости, n — нормаль к поверхности тела, φ — азимутальный угол) приведена в [8, 9] в дивергентном виде для осесимметричного течения совершенного газа. Для описания течения азота с учетом вращательной релаксации ее необходимо дополнить релаксационным уравнением, уравнением состояния и выражениями для полной энергии единицы массы газа E , теплового потока \mathbf{q} , потока диффузии вращательной энергии Ω :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho A \varepsilon_R) &= \frac{1}{rH} \left[\frac{\partial}{\partial s} r(-\rho A \varepsilon_R u + \Omega_s) + \frac{\partial}{\partial n} rH(-\rho A \varepsilon_R v + \Omega_n) \right] + \\ &+ \frac{\rho \varepsilon_R^\circ - \rho \varepsilon_R}{p \tau_R(T_t)} A p K_R \\ p &= \rho A T_t, \quad E = A(1.5T_t + \varepsilon_R) + 0.5(u^2 + v^2), \quad \mu = T_t^\circ \\ \Omega_s &= \frac{A \mu}{\text{Re}_0 \text{Sc}_R} \frac{1}{H} \frac{\partial \varepsilon_R}{\partial s}; \quad \Omega_n = \frac{A \mu}{\text{Re}_0 \text{Sc}_R} \frac{\partial \varepsilon_R}{\partial n} \\ (1.1) \quad q_s &= \frac{A \mu \gamma}{\text{Re}_0 \text{Pr}(\gamma-1)} \frac{1}{H} \frac{\partial T_t}{\partial s} + \Omega_s, \quad q_n = \frac{A \mu \gamma}{\text{Re}_0 \text{Pr}(\gamma-1)} \frac{\partial T_t}{\partial n} + \Omega_n \\ K_R &= \frac{\rho_\infty u_\infty R}{p \tau_R(T_0)}, \quad \text{Re}_0 = \frac{\rho_\infty u_\infty R}{\mu_0(T_0)}, \quad A = \frac{CT_0}{u_\infty^2} \\ H &= 1 + k(s)n, \quad r = r_w(s) + n \cos \theta \end{aligned}$$

Здесь $k(s)$ — кривизна, $r_w(s)$ — расстояние от оси симметрии до точки на поверхности тела, θ — угол между направлением скорости невозмущенного потока и касательной к контуру тела в меридиональной плоскости. Все величины, входящие в (1.1), полагаются безразмерными: линейные размеры относятся к радиусу сферы R ; компоненты вектора скорости u, v , направленные соответственно в сторону возрастания координат s, n , относятся к скорости невозмущенного потока u_∞ , плотность ρ — к ρ_∞ , давление p — к $\rho_\infty u_\infty^2$, температура поступательных степеней свободы T_t — к температуре торможения в невозмущенном потоке T_0 , вращательная энергия единицы массы ε_R — к CT_0 (C — газовая постоянная), вязкость μ — к $\mu_0(T_0)$, компоненты векторов \mathbf{q} и Ω — к $\rho_\infty u_\infty^3$.

Преобразование уравнений (1.1) к удобному для вычислений виду, выбор области интегрирования производились аналогично [8, 9].

На внешней границе расчетной области поток газа считался невозмущенным с параметрами: $\rho=1, T_t=T_{t\infty}, \varepsilon_R=\varepsilon_{R\infty}, u=\cos \theta, v=-\sin \theta$ при $0 \leq s \leq \pi/2$; при $\pi/2 < s \leq \pi$ предполагалось выполнение условия «свободного вытекания» ($\partial/\partial n=0$). На центральной линии тока использовалось условие симметрии течения; на поверхности обтекаемого тела (индекс w) задавалось условие скольжения и скачка температуры [10, 11]:

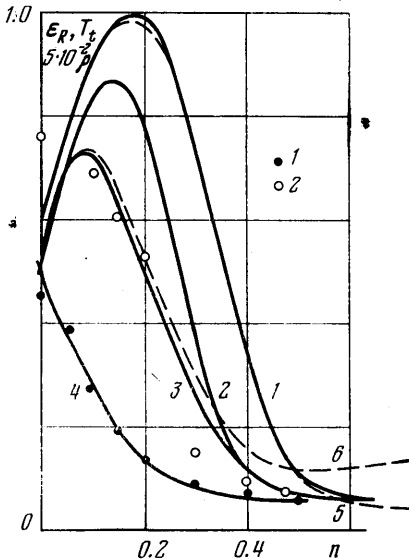
$$u = \left[\frac{2-a_1 \alpha_1}{\alpha_1} \sqrt{\frac{\pi}{2} A T_t} \left(\frac{\partial u}{\partial n} - k(s)u \right)_w + 0.84A \frac{\partial T_t}{\partial s} \Big|_w \right] \frac{\mu}{p \text{Re}_0}$$

(1.2)

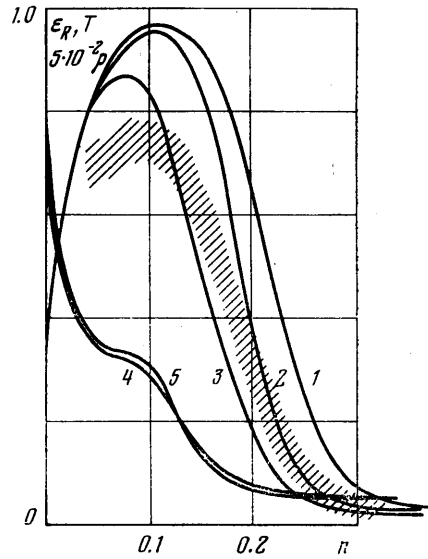
$$\varepsilon_R = \varepsilon_{Rw} + \frac{2 - a_3 \alpha_3}{\alpha_3} \sqrt{\frac{\pi}{2} AT_t} \frac{\mu}{\rho \operatorname{Re}_0 \operatorname{Sc}_R} \frac{\partial \varepsilon_R}{\partial n} \Big|_w, \quad \varepsilon_{Rw} = T_w$$

$$T_t = T_w + \frac{2 - a_2 \alpha_2}{\alpha_2} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \sqrt{\frac{\pi}{2} AT_t} \frac{\mu}{\rho \operatorname{Re}_0 \operatorname{Pr}} \frac{\partial T_t}{\partial n} \Big|_w$$

В расчетах полагалось: $a_1 = 0.988$, $a_2 = 0.827$, $a_3 = 1$, $\gamma = 1.67$, $\operatorname{Sc}_R = 0.75$, $\operatorname{Pr} = 0.67$, $\omega = 0.8$. Отражение молекул газа от поверхности считалось диффузным с коэффициентами accommodation $\alpha_i = 1$; $i = 1, 2, 3$.



Фиг. 1



Фиг. 2

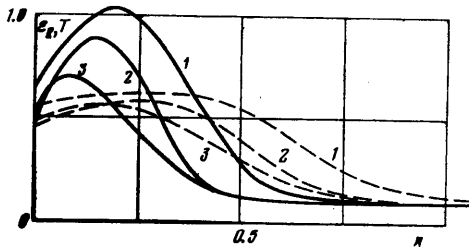
Численное исследование проводилось с помощью консервативной конечно-разностной схемы [9], являющейся модификацией разностной схемы работы [12]. Стационарное решение задачи отыскивалось методом последовательных приближений с помощью принципа установления.

2. Перейдем к анализу течения в вязком ударном слое около сферы. На фиг. 1, 2 в качестве примера приводятся распределения поступательной (кривые 1) и равновесной (кривые 2) температур, неравновесной вращательной энергии (кривые 3) и плотности (кривые 4) в окрестности критической линии соответственно для двух режимов течения: $\operatorname{Re}_0 = 15.3, 57.4$; числа Маха $M_\infty = 9.18, 18.8$; температурные факторы $t_w = T_w/T_0 = 0.3, 0.19$; $T_0 = 293, 1600^\circ \text{K}$. Предполагалось, что в набегающем потоке вращательные степени свободы равновесны. Как и следовало ожидать, при умеренных числах Рейнольдса, когда ударная волна перед телом в значительной степени размыта, вращательные степени свободы могут быть существенно неравновесными, что приводит к возрастанию поступательной температуры в газе и толщине ударного слоя по сравнению с равновесным случаем. Этот вывод хорошо согласуется с результатами работы [5]. Несмотря на существенное отличие неравновесной и равновесной температур, во всем ударном слое различие в соответствующих значениях плотности незначительно (см. кривые 4 и 5 на фиг. 2). Отметим, что толщина возмущенной зоны определяется основным параметром релаксации K_R . С его увеличением, что может иметь место при увеличении числа Рейнольдса Re_0 и постоянстве температуры торможения потока T_0 , влияние вращательной неравновесности будет меньше, и толщина возмущенной зоны будет уменьшаться. Определенную роль при этом будут играть диссипативные эффекты вязкости, теплопроводности и диффузии.

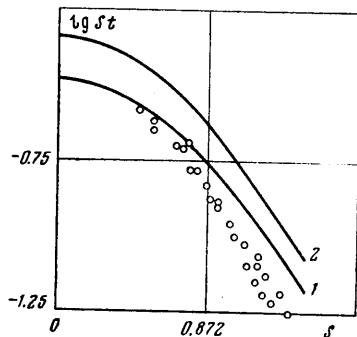
Пространственный характер течения газа у сферы оказывает существенное влияние на распределение температурных характеристик потока. На фиг. 3 для двух значений координаты $s = 0.078$ (сплошные кривые) и $s = 1.18$ (пунктир) представлены профили поступательной (кривые 1) и равновесной (кривые 2) темпера-

тур, а также неравновесной вращательной энергии (кривые 3), ориентированные по нормали n к поверхности тела ($Re_0=14.4$, $M_\infty=6.5$, $t_w=0.34$, $T_0=1000^\circ K$). Несмотря на увеличение вязкого ударного слоя, относительная толщина возмущенной зоны изменяется незначительно. По мере удаления от критической линии тока из-за уменьшения градиентов температуры имеет место менее выраженная неравновесность вблизи поверхности тела, что приводит к уменьшению отличия теплового потока от равновесного значения.

Для рассматриваемого режима течения указанные особенности иллюстрируются также на фиг. 4, на которой число Стантона $St=q_w(\gamma_\infty-1)/\rho_\infty u_\infty \gamma_\infty C(T_0-T_w)$, вычисленное по неравновесному значению теплового потока (кривая 1), сравнивается с соответствующими равновесными значениями (кривая 2), распределенными по поверхности сферы. Из проведенных расчетов следует, что неравновесное возбуждение вращательных степеней свободы приводит к уменьшению удельного теплового потока на стенку по сравнению с равновесным случаем; соответствующие различия в распределении давления и в сопротивлении сферы не превышают 5%.



Фиг. 3



Фиг. 4

При моделировании рассмотренных режимов течения в аэродинамических трубах, особенно в экспериментах с использованием недорасширенных струй, набегающей на модель поток газа может оказаться существенно неравновесным [3], причем $\epsilon_{R\infty} > T_{i\infty}$. «Отрыв» вращательной температуры газа от кинетической, с одной стороны, является следствием резкого понижения плотности газа вниз по потоку, что приводит к уменьшению количества столкновений, испытываемых отдельными молекулами, а с другой объясняется проявлением квантовых эффектов при резком понижении кинетической температуры в потоке.

На фиг. 1 пунктиром для одного из рассмотренных режимов течения представлены результаты численного расчета обтекания сферы неравновесным потоком азота ($\epsilon_{R\infty}=0.1305$, $T_{i\infty}=0.0345$). В переднем фронте возмущенной зоны в результате сжатия газа происходит быстрое увеличение поступательной температуры (кривая 5), и за точкой $T_i = \epsilon_R$ начинают возрастать соответствующие значения вращательной энергии (кривая 6). Затем картина течения напоминает уже рассмотренную ранее, и вблизи поверхности отличия от случая обтекания равновесным потоком становятся несущественными. Таким образом, влияние вращательно-поступательной неравновесности в набегающем потоке сосредоточено в передней зоне ударного слоя.

3. Остановимся на сравнении результатов численного исследования с экспериментальными данными. Большинство известных экспериментальных исследований гиперзвукового течения разреженного газа посвящено тепловым потокам и напряжению трения на поверхности или распределению давления на модели. Несмотря на очевидную ценность этих работ, следует отметить, что они не могут дать достаточной информации о подробностях структуры всего поля течения. С развитием электронно-лучевой диагностики появилась возможность детального изучения локальных характеристик течения вблизи исследуемых тел. Так, в одной из первых работ этого направления [13] определялись локальные значения плотности вблизи критической линии тока затупленных тел. Подробный анализ, основанный на сравнении экспериментальных и численных результатов по распределению плотности, дан в работах [5, 9, 14]. В настоящей работе аналогичное сравнение, но с результатами работы [13] (точки 1), представлено на фиг. 1 (кривая 4). Совпадение результатов хорошее, некоторое отличие в передней критической точке сферы можно объяснить, с одной стороны, сильным влиянием вторичных электронов в экспериментальных исследованиях [2, 13], с другой — известным приближением в задании граничных условий задачи.

Следует отметить, что результаты измерения плотности, по-видимому, менее пригодны для исследования неравновесного обтекания затупленного тела. Поэтому далее проводится сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными [2, 15], где проводилось измерение профилей неравновесной вращательной энергии азота вблизи критической линии тока затупленного по сфере тела. Результаты сравнения представлены соответственно на фиг. 1 (точки 2 — экспериментальные данные [15]), а также на фиг. 2 (заштрихованная область — результаты эксперимента [2]). С точностью 20% можно считать совпадение удовлетворительным.

На фиг. 4 представлено сравнение результатов численного решения с экспериментальными данными (точки) по распределению тепловых потоков на сфере, полученные в гиперзвуковом потоке разреженного газа [18]. Испытания проводились в вакуумной аэродинамической трубе при $M_\infty=6.6$, $Re_0=14.4$, $T_0=1000^\circ\text{K}$, $t_w=0.315$. Для определения локального теплообмена на сфере использовался метод термоиндикаторного покрытия. Следует отметить хорошую корреляцию экспериментальных данных с расчетной зависимостью.

Анализ структуры ударного слоя, основанный на сравнении экспериментальных данных для вращательной энергии с решениями уравнений Навье — Стокса, упрощенных в предположении о локально-автомодельном характере течения в окрестности критической линии тока как для равновесной [14], так и для неравновесной ситуации [5], а также с решениями полных уравнений Навье — Стокса и релаксационного уравнения, говорит в пользу применимости последних.

В заключение автор благодарит В. Н. Гусева за интерес к работе и полезные обсуждения, В. К. Молодцова за помощь в составлении численного алгоритма решения задачи.

Поступила 8 VIII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Wuest W.* Simulation of high altitude flight in wind-tunnels and wind tunnel data. In: Fluid Dynamics, Aerodynamics and Gas Dynamics, 1974, vol. 1.
2. *Ahoush D. R., Bogdonoff S. M.* An experimental flow field study of the rarefied blunt body problem. AIAA Paper, 1969, No. 656.
3. *Лебедев И. В., Рябов В. В.* О проявлении квантовых эффектов при вращательной релаксации свободно расширяющегося газа. ПМТФ, 1979, № 1.
4. *Ларина И. Н., Рыков В. А.* Обтекание сферы двухатомным газом на основе кинетических уравнений. Докл. АН СССР, 1976, т. 227, № 1.
5. *Залогин Г. Н.* Вращательная релаксация азота в вязком ударном слое при малых числах Рейнольдса. Изв. АН СССР, МЖТ, 1977, № 4.
6. *Ступоченко Е. В., Лосев С. А., Осипов А. И.* Релаксационные процессы в ударных волнах. М., «Наука», 1965.
7. *Parker J. G.* Rotational and vibrational relaxation in diatomic gases. Phys. Fluids, 1959, vol. 2, No. 4.
8. *Молодцов В. К.* Численный расчет гиперзвукового обтекания сферы с учетом граничных условий скольжения. Уч. зап. ЦАГИ, 1979, т. 10, № 1.
9. *Молодцов В. К., Рябов В. В.* О применимости уравнений Навье-Стокса для описания сверхзвукового течения разреженного газа около сферы. Уч. зап. ЦАГИ, 1979, т. 10, № 6.
10. *Коган М. Н.* Динамика разреженного газа. М., «Наука», 1967.
11. *Lin J. T., Willis D. R.* Kinetic theory analysis of temperature jump in a polyatomic gas. Phys. Fluids, 1972, vol. 15, No. 1.
12. *Белоцерковский О. М., Северинов Л. И.* Консервативный метод потоков и расчет обтекания тела конечных размеров вязким теплопроводным газом. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1973, т. 13, № 2.
13. *Russell D. A.* Density disturbance ahead of a sphere in rarefied supersonic flow. Phys. Fluids, 1968, vol. 11, No. 8.
14. *Jain A. C., Adimurthy V.* Hypersonic merged stagnation shock layers. AIAA Paper, 1973, No. 639.
15. *Tirumalesa D.* An experimental study of hypersonic rarefied flow over a blunt body. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 2.
16. *Ардашева М. М., Климова Т. В., Первушин Г. Е., Черникова Л. Г.* Применение двухслойного термоиндикаторного покрытия для исследования теплопередачи в вакуумных трубах. Уч. зап. ЦАГИ, 1979, т. 10, № 6.