

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский С. М. Представление нестационарных аэродинамических моментов и сил при помощи коэффициентов вращательных производных. Изв. АН СССР, Мех. и маш., 1956, № 7.
2. Скиба Г. Г., Федотов Б. Н. Метод расчета аэродинамических коэффициентов некоторых объемных тел с произвольным поперечным сечением. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6.
3. Теленин Г. Ф., Липницкий Ю. М. Нестационарное сверхзвуковое обтекание затупленных тел с отошедшей ударной волной. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 4.
4. Гилинский С. М., Теленин Г. Ф., Тиняков Г. П. Метод расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел с отошедшей ударной волной. Изв. АН СССР, Мех. и маш., 1964, № 4.
5. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом, М., «Наука», 1964.

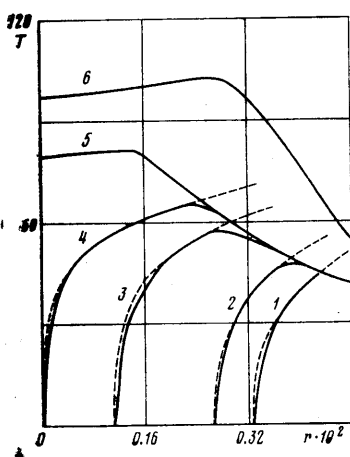
УДК 533.6.011.72

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА СХОДЯЩУЮСЯ К ЦЕНТРУ СИММЕТРИИ СИЛЬНУЮ УДАРНУЮ ВОЛНУ

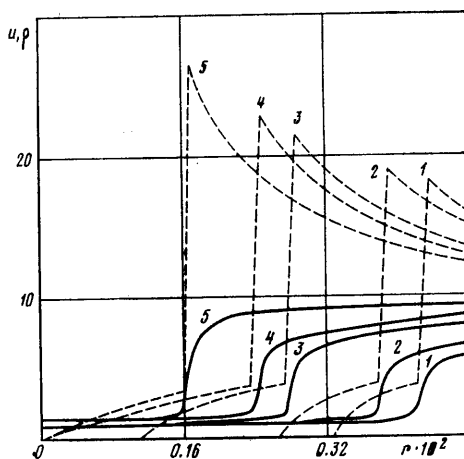
А. А. МАХМУДОВ. С. П. ПОПОВ

(Москва)

Различают два механизма газодинамического сжатия вещества: адиабатическое сжатие, происходящее достаточно медленно, и ударное сжатие, когда нагрев и сжатие вещества происходят в ударной волне или последовательности волн. Исследованию движения сходящейся сферической ударной волны посвящено много работ. Показано, что при движении ударной волны в непосредственной близости от центра реализуется автомодельный режим течения [1, 2]. Эта область течения очень часто



Фиг. 1



Фиг. 2

и представляется наиболее важной с точки зрения приложений, поскольку выход многих неавтомодельных задач на автомодельный режим происходит в достаточно обширной физической области [3, 4] и решение [1, 2] можно применять для оценки влияния тех или иных физических факторов в конечном объеме, окружающей центральную точку. В соответствии с [1, 2] изменения величин на фронте ударной волны со временем подчиняются следующим законам:

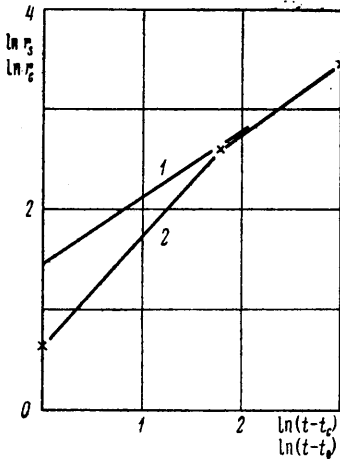
$$p_s \sim r_s^{2(1-k)}, \quad u_s \sim r_s^{1-k}$$

$T_s \sim p_s$, $r_s \sim |t - t_0|^\alpha$. Для $\gamma = 5/3$, $k = 1.49$, $\alpha = 0.67$, t_0 — время схлопывания волны.

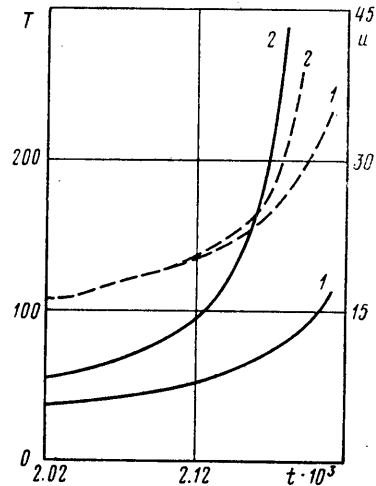
Изучению влияния диссипативных процессов на сходящуюся ударную волну и на получающиеся параметры в центре посвящены работы [3, 5]. В работе [5] качественно рассматривается фокусировка ударной волны с учетом лучистого теплообмена. Вычисляется протяженность тепловой волны (ТВ), под которой понимается

вся структура прогретой зоны перед фронтом ударной волны. Максимальная температура всего процесса оценивается по температуре на ударной волне в момент прихода в центр фронта ТВ. Указывается на неавтономность всей задачи и показывается, что теплопроводность не устраняет неограниченную кумуляцию, а лишь только видоизменяет ее.

В работе [3] численно исследуются отдельные фазы движения сходящейся ударной волны в теплопроводном газе и приводятся необходимые условия контроля численных схем для счета таких задач. Показывается влияние симметрии на процесс кумуляции тепловых и ударных волн.



Фиг. 3



Фиг. 4

В настоящей работе численно исследуется процесс превращения автомодельного решения [1, 2] в изотермическую волну под действием нелинейной теплопроводности. Есть основания считать, что исследуемые в настоящей работе закономерности справедливы для широкого круга реально возникающих течений, тем более, что часто теплопроводность электронная или лучистая является преобладающим диссипативным процессом. Ниже приводится решаемая система уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial r} &= -\frac{2\rho u}{r} \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial r} &= -\frac{2\rho u}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} \\ \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial (E+p)u}{\partial r} &= -\frac{2(E+p)u}{r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\kappa r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \end{aligned}$$

Здесь ρ — плотность, u — скорость, p — общее давление газа электронов и ионов, E — полная энергия ($E = \rho u^2/2 + p/(\gamma-1)$), T — температура, $\gamma = 5/3$. Предполагается уравнение состояния $p = 2\rho T$, что соответствует полностью ионизованной температурно равновесной плазме. В соответствии с механизмом электронной теплопроводности $\kappa = \kappa_0 T^{5/2}$. В системе уравнений и далее все величины безразмерные.

Численное решение основывалось на известном методе расщепления [6, 7]. Газодинамическая часть решалась методом сквозного счета первого порядка точности [8], а отщепленное уравнение теплопроводности — с помощью обычной неявной схемы второго порядка точности [7], использующей для решения метод обычной прогонки. Проверка данного алгоритма описана в [9] и удовлетворяет необходимым условиям контроля таких схем, описанных в [3].

Ниже описываются результаты расчетов со следующими начальными условиями в области $0 < r < r_0$: $\rho(r) = 1$, $u(r) = 10^{-9}$, $p(r) = 10^{-3}$. На внешней границе расчетной области $r = r_0$ задавались значения $\rho(r_0) = 4$, $u(r_0) = -7$, $p(r_0) = 80$. При этом $\kappa_0 = 1.3 \cdot 10^{-5}$, $r_0 = 0.625 \cdot 10^{-1}$, $dr = 0.1562 \cdot 10^{-3}$ — шаг по пространственной координате. На внутренней границе ($r = 0$) ставились условия зеркального отражения или, что все равно, отсутствие газодинамических и теплопроводных потоков. Значения $u(r_0)$,

$\rho(r_0)$, $p(r_0)$ подбирались экспериментально такими, чтобы в достаточно большой области вдали от центра $r > r_0/2$ устанавливалось течение газа, близкое к автомодельному [1, 2], но тепловые потоки, связанные с механизмом теплопроводности, были бы значительно меньше газодинамических.

На фиг. 1 показано распределение температуры газа (сплошные кривые), а на фиг. 2 — плотности и скорости (соответственно сплошные и штриховые кривые) для моментов времени: $t_1 = 0.208 \cdot 10^{-2}$, $t_2 = 0.210 \cdot 10^{-2}$, $t_3 = 0.214 \cdot 10^{-2}$, $t_4 = 0.215 \cdot 10^{-2}$, $t_5 = 0.218 \cdot 10^{-2}$, $t_6 = 0.236 \cdot 10^{-2}$. На фигурах им соответствуют цифры от 1 до 6. К моменту времени $0.160 \cdot 10^{-2}$ профили начинают хорошо описываться автомодельным решением [1, 2]. К моменту t_1 перед ударной волной уже возникла ТВ, соответствующая нелинейному механизму теплопроводности и имеющая четко выраженный фронт. В зоне этой волны заметно движение газа и небольшое его сжатие. Плотность меняется от 1 до 1.3, скорость — от 0 до 3.5.

Сходящаяся к центру симметрии тепловая волна в некоторой окрестности центра при $\kappa = \kappa_0 T^k$ и отсутствии газодинамического движения описывается собственным автомодельным решением [10]. При $k = 2.5$ показатель автомодельности этого решения $\alpha = 0.68$. Если пренебречь влиянием вторичного газодинамического движения перед ударной волной, то можно ожидать близость температурного профиля ТВ к автомодельному режиму [10].

Приведем сравнение температурных профилей данных численных решений с автомодельным решением [10] в области $0 \leq r \leq r_0/6$. На фиг. 3 построены зависимости логарифмов координаты фронта ТВ r_c от логарифма времени, отсчитываемого от момента схлопывания ТВ $t_c = 0.2155 \cdot 10^{-2}$ (кривая 1). Кривая 2 изображает зависимость координаты фронта ударной волны r_s от логарифма времени, отсчитываемого от соответствующего момента ее схлопывания. Как видно из фигуры, закон движения $r_c \sim |t - t_c|^{0.68}$ совпадает с автомодельным законом [10].

На фиг. 1 приведены сравнения температурных профилей из численных решений системы (сплошные кривые) с автомодельным законом распределения по координатам (штриховые кривые) в моменты $t_1 - t_4$. Эти решения перед ударной волной совпадают с точностью 3–4%. Некоторое различие можно объяснить влиянием вторичного газодинамического движения в зоне прогрева перед волной и погрешностью численного счета. Отчетливо видно расхождение этих решений за фронтом ударной волны, что можно объяснить существенным влиянием газодинамического движения в этой области.

Ударная волна движется (фиг. 3, кривая 2) по закону, близкому к [1, 2]. Таким образом, появление структуры не ведет к существенному изменению скорости распространения всего комплекса. Это аналогично ситуации, возникающей при распространении плоской ударной волны в вязком теплопроводном газе. Режим движения ударной волны резко меняется после времени t_c , это видно по изменению наклона кривой 2 (фиг. 3). Фронт тепловой волны достигает центра раньше, чем ударной, и температура в окрестности центра оказывается выровненной по пространству (фиг. 1, кривые 4, 5). Она продолжает возрастать в дальнейшем за счет перехода энергии газодинамического движения в тепловую, но значительно медленнее, чем в чистом газодинамическом режиме, хотя и в большей области. Отметим, что после превращения ударной волны в изотермическую ($t = 0.215 \cdot 10^{-2}$) скорость за ней продолжает увеличиваться. Максимальная температура, получающаяся в центральной области, оказывается в 2 раза больше, чем температура, достигнутая к моменту t_c . Это несоответствие с оценками [5] является следствием различных механизмов теплопроводности, учитываемых в [3] (лучистый теплообмен) и в настоящей работе (электронная теплопроводность).

На фиг. 4 сопоставлены временные зависимости максимальной температуры (сплошные кривые) и максимальной скорости за фронтом ударной волны (штриховые кривые), следующие из приведенных выше расчетов (цифры 1), а также из расчетов без теплопроводности (цифры 2), т. е. соответствующие автомодельному режиму. Теплопроводность очень сильно влияет на максимальные значения параметров в центральной области. Как показывает опыт расчетов других вариантов, качественная сторона перечисленных выше эффектов остается неизменной. Относительная точность определения показателей α , очень сильно зависящая от точности вычисления времени схлопывания, оценивается величиной порядка 5%.

Действие механизма теплопроводности сводится к выравниванию температур, а при высоких температурах может оказаться реальной ситуация, когда температура перед ударной волной и за ней станет практически одинаковой. Тогда третье уравнение системы можно во всей области течения заменить условием $T = \text{const}$, которое совместно с уравнением сохранения импульса и неразрывности образует систему, допускающую существование нового автомодельного решения со сходящейся к центру изотермической ударной волной. При этом ее скорость, а также все параметры на ней постоянны. Решение автомодельной системы с таким условиями оказывается существующим в области, протяженность которой за волной составляет всего 2–3% расстояния от ее центра.

Рассматривая с этой точки зрения результаты настоящих расчетов, кажется, что не исключена возможность существования подобного автомодельного решения при $t \geq t_4$, когда с более или менее хорошей точностью реализуются подходящие условия. Для точной проверки этих предположений были проведены дополнительные расчеты, где условия постоянства температуры по времени и пространству достигались увеличением κ_0 в 100 раз при прочих равных условиях с описанной выше постановкой. В ряде вариантов уравнение энергии заменялось равенством $T = T(r_0)$. Этим достигалась возможность проследить изотермическую стадию на максимально возможном числе расчетных точек. Во всех случаях результаты оказались сходными: ударная волна распространялась по закону $r_s \sim |t - t_0|^\alpha$, где $\alpha = 0.8 - 0.9$, а скорость газа за ней изменялась по аналогичному закону с $\alpha = -0.24$. В автомодельном же решении соответствующие значения α должны были быть равны 1 и 0. Это указывает на то, что автомодельный режим сходящейся к центру с постоянной скоростью изотермической ударной волны в численных расчетах не реализуется, по всей видимости, вследствие незначительной протяженности зоны его применимости по сравнению с областями неавтомодельного течения. Эти результаты дают подтверждение выводу работ [3, 5] о неограниченной кумуляции возмущений, идущих к центру в теплопроводящем газе.

В заключение авторы выражают благодарность О. С. Рыжову и В. П. Пархоменко за внимание и помощь.

Поступила 30 VI 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., Гостехиздат, 1955.
2. Guderley G. Starke Kugelige und zylindrische Verdichtungsstöße in der Nähe des Kugelmittelpunktes bzgl Zylinderachse. Luftfahrtforschung, 1942, Bd 19, No. 9.
3. Берченко Е. А., Коробейников В. П. Численное исследование сходящихся ударных и тепловых волн. Докл. АН СССР, 1976, т. 230, № 6.
4. Пархоменко В. П. Движение газа вблизи центра (оси) симметрии при выделении внутренней и кинетической энергии на периферии. Изв. АН СССР, МЖГ, 1979, № 1.
5. Забазин Е. И., Симоненко В. А. Сходящаяся ударная волна в теплопроводном газе. ПММ, 1965, т. 29, вып. 2.
6. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
7. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, «Наука», 1973.
8. Boris J. B., Book D. L. Flux-corrected transport. 1. SHASTA, A fluid transport algorithm that works. J. Comput. Phys., 1973, vol. 11, No. 1.
9. Махмудов А. А., Попов С. П. Численное решение одной задачи о сферически-симметричном движении теплопроводного вязкого газа. Изв. УзССР. Сер. физ.-мат. н., 1979, № 1.
10. Зайдель Р. М., Семьяндяев К. А. Предельные решения нелинейного уравнения параболического типа. Докл. АН СССР, 1960, т. 133, № 2.

УДК 533.6.011.8

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ СФЕРЫ АЗОТОМ С УЧЕТОМ ВРАЩАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ

В. В. РЯБОВ

(Москва)

В рамках полных уравнений Навье – Стокса и релаксационного уравнения рассматривается сверхзвуковое обтекание сферы азотом с учетом вращательно-поступательной релаксации.

Влияние вращательной неравновесности на структуру течения вблизи сферы радиуса $R = 0.3$ м следует ожидать при полете на высотах $90 \div 120$ км [1]. При экспериментальном моделировании этих режимов течения в аэродинамических трубах неравновесный характер энергообмена необходимо учитывать всегда [2, 3]. При этом неравновесное возбуждение вращательных степеней свободы молекул может приводить к возрастанию поступательной температуры и толщины возмущенной зоны по сравнению с равновесным случаем [4, 5].

Результаты проведенных численных расчетов сравниваются с экспериментальными данными по распределению неравновесной вращательной энергии азота в