

## ЛИТЕРАТУРА

1. Schetz J. A. Форма скачка уплотнения при взаимодействии с поперечной струей в сверхзвуковом потоке. Авиационное, Экспресс-информ., 1970, № 45.
2. Авдучаский В. С., Медведев К. И., Полянский М. Н. Взаимодействие сверхзвукового потока с поперечной струей, вдуваемой через круглое отверстие в пластине. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 5.
3. Werle M. J., Driftmyer R. T., Shaffer D. C. Отрыв потока, вызванный реактивной струей. Авиационное, Экспресс-информ., 1972, № 27.
4. Снейд, Зукоски. Исследования взаимодействия газовой струи, вытекающей из поперечной щели, со сверхзвуковым потоком. Ракетная техника и космонавтика, 1968, т. 6, № 2.
5. Седов Л. И. Механика сплошной среды, т. 1. М., «Наука», 1973, стр. 438—445.
6. Чранс, Коллинз. Влияние температуры торможения и молекулярного веса на взаимодействие струй с набегающим потоком. Ракетная техника и космонавтика, 1970, т. 8, № 2.

УДК 533.6.011.55

### АЭРОДИНАМИКА АСИММЕТРИЧНО ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА ПРИ ЕГО НЕСТАЦИОНАРНОМ ДВИЖЕНИИ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Г. Г. СКИБА

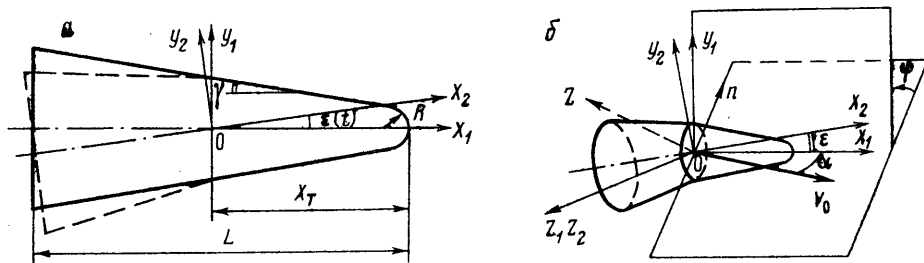
(Москва)

Рассматривается метод численных расчетов стационарных и нестационарных аэродинамических характеристик тел изменяемой формы. Приводятся результаты расчетов аэродинамических коэффициентов [1]. Результаты численных расчетов сравниваются с результатами теории Ньютона.

1. Постановка задачи. Рассматривается пространственное движение асимметричного тела в вязком неэлектропроводном газе. Введены декартовы правые системы координат  $(X_1, Y_1, Z_1)$ ,  $(X_2, Y_2, Z_2)$  и  $(X_1, n, Z)$ , показанные на фиг. 1, с общим началом в точке  $O$  (начала координат в общем случае могут не совпадать).

Система  $(X_1, Y_1, Z_1)$  связана с недеформируемой частью тела. Этой системе соответствует цилиндрическая система координат  $(X_1, r, \varphi)$ , используемая при численном интегрировании газодинамической системы уравнений.

Система  $(X_2, Y_2, Z_2)$  связана с деформируемой частью тела. Предполагается наличие плоскости симметрии, в которой лежат оси координат  $Y_1$  и  $Y_2$ . Предполагается



Фиг. 1

также, что зависимость асимметрии от времени  $t$  характеризуется функцией  $\varepsilon(t)$  (малый параметр). Положение плоскости пространственного угла атаки  $\alpha(t)$  (малый параметр) характеризуется углом  $\varphi$ . Функции  $\varepsilon(t)$  и  $\alpha(t)$  предполагаются гармоническими, а соответствующие числа Струхала — малыми.

При указанных предположениях в соответствии с работой [2] исследование обтекания асимметрично деформируемого тела сводится к рассмотрению обтекания осесимметричного тела, определенным образом соответствующего исходному, на характеристики которого накладываются возмущения, обусловленные деформацией. С другой стороны, исследование нестационарного движения осесимметричного тела при определенных условиях [1, 3] сводится к рассмотрению стационарного обтекания, на характеристики которого накладываются возмущения, обусловленные пространственностью и нестационарностью движения.

Движение газа описывается трехмерной нестационарной системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\mathbf{V})\mathbf{V} + \frac{\nabla p}{\rho} &= -\frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} + (\mathbf{V}_e\mathbf{V})\mathbf{V}_e + (\mathbf{V} + \mathbf{V}_e) \times (\nabla \times \mathbf{V}_e) \\ (1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho\mathbf{V}) &= 0, \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \nabla\mathbf{V} + \mathbf{V}\mathbf{V}p = 0 \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{V}_e$  — относительная и переносная скорости газа соответственно,  $p$  — давление,  $\rho = \rho(p, i)$  — плотность,  $a = a(p, i)$  — скорость звука,  $i$  — энтальпия.

Граничное условие на поверхности тела  $f_T$ , заданной функцией  $r = r_T(X_1, \varphi, t)$ , будет

$$(2) \quad \mathbf{V}\mathbf{V}f_T + \frac{\partial f_T}{\partial t} = 0$$

Граничные условия на поверхности головной ударной волны  $f_B$ , заданной искривленной функцией  $r = r_B(X_1, \varphi, t)$ , представлены в виде

$$\begin{aligned} (\mathbf{V} + \mathbf{V}_e)\boldsymbol{\tau}_1 &= 0, \quad (\mathbf{V} + \mathbf{V}_e)\boldsymbol{\tau}_2 = 0, \quad \rho S_2 = (\rho - \rho_\infty)S_1 \\ (3) \quad p + \frac{\rho(S_1 - S_2)^2}{S_1} &= p_\infty + \rho_\infty S_1 \end{aligned}$$

Здесь  $\boldsymbol{\tau}_1$  и  $\boldsymbol{\tau}_2$  — взаимно перпендикулярные векторы, расположенные в касательной к поверхности волны плоскости; введены обозначения:

$$\begin{aligned} S_1 &= (N + \mathbf{V}_e\mathbf{n})^2, \quad S_2 = \sqrt{S_1}(\mathbf{V}\mathbf{n} + \mathbf{V}_e\mathbf{n}) \\ \mathbf{V}_e &= \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}, \quad N = \left( \frac{\partial r_B}{\partial t} \right) \frac{1}{|\nabla f_B|}, \quad \mathbf{n} = \frac{\nabla f_B}{|\nabla f_B|} \end{aligned}$$

Система уравнений (1) и граничные условия (2), (3) записаны в безразмерном виде. В качестве параметров с независимыми размерностями выбраны: характерный линейный размер  $L$ , модуль скорости начала координат  $V_0$  и плотность невозмущенного газа.

В работе [2] рассмотрен метод расчета аэродинамических коэффициентов асимметричных тел применительно к частному случаю поставленной задачи:  $\varepsilon = \text{const}$ ,  $\alpha = 0$ . При  $\varepsilon \neq \text{const}$  аэродинамические коэффициенты деформируемой части удобно определять в системе координат  $(X_2, Y_2, Z_2)$ , а затем можно осуществить переход к системе координат  $(X_1, Y_1, Z_1)$ .

**2. О решении задачи.** Решение поставленной задачи рассматривается на примере тела, исходная форма которого осесимметрична. В процессе развития деформации передняя часть тела (при  $X_1 \geq 0$ ) сохраняет первоначальную форму. Искажение задней части (при  $X_2 \leq 0$ ) сводится к повороту ее оси на угол  $\varepsilon$  вокруг точки  $O$  (фиг. 1). В соответствии с рекомендациями работы [2] форма тела характеризуется функциями

$$\begin{aligned} (4) \quad r &= b_0(X_1) + b_1(X_1, t) \cos \varphi, \quad b_1 = \varepsilon(t) a_2(X_1) \\ a_2 &= 0 \quad (X_1 \geq 0), \quad a_2 = X_1 + b_0 \frac{db_0}{dX_1} \quad (X_2 \leq 0) \end{aligned}$$

где  $b_0$ ,  $b_1$  — первый и второй коэффициенты Фурье исходной функции  $r_T(X_1, \varphi, t)$ ;  $\varepsilon$  — угол между осями координат  $X_1$  и  $X_2$ .

Проводя линеаризацию уравнений (1) и граничных условий (2), (3) по кинематическим параметрам

$$\varepsilon, \quad \omega_\varepsilon \equiv \frac{d\varepsilon}{dt} \frac{L}{V_0}, \quad \alpha, \quad \omega_\alpha \equiv \frac{d\alpha}{dt} \frac{L}{V_0}$$

и числам Струхалия, получаем пять трехмерных систем уравнений с соответствующими граничными условиями. Так как  $\mathbf{V} = U\mathbf{e}_x + V\mathbf{e}_r + W\mathbf{e}_\varphi$ , из анализа систем уравнений следует, что если искомые функции  $W_j$  ( $j = \varepsilon, \omega_\varepsilon, \alpha, \omega_\alpha$ ) представить в виде  $W_j = w_j(X_1, r) \sin \varphi$ , а остальные искомые функции — в виде  $F_j = f_j(X_1, r) \cos \varphi$ , то системы уравнений и граничные условия преобразуются в двумерные. Это существенно сокращает время счета на ЭВМ.

В общем случае в произвольной точке возмущенной области безразмерное

давление представлено в виде

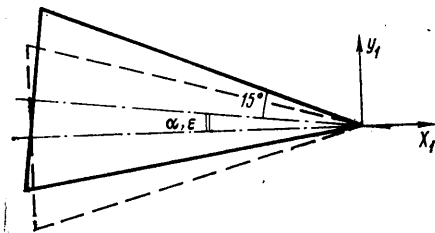
$$(5) \quad p \approx p_0 + \varepsilon p_\varepsilon \cos \varphi + \omega_\varepsilon p_{\omega_\varepsilon} \cos \varphi + \\ + \alpha p_\alpha \cos (\psi + \varphi) + \omega_\alpha p_{\omega_\alpha} \cos (\psi + \varphi)$$

Аналогичные соотношения имеют место для безразмерных плотности  $\rho$ , составляющих скорости  $U$ ,  $V$  и для функции  $\Gamma_B$ , характеризующей положение, форму и движение ударной волны.

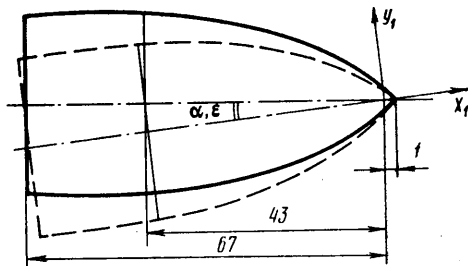
Безразмерная составляющая скорости  $W$  представлена в виде

$$W \approx \varepsilon w_\varepsilon \sin \varphi + \omega_\varepsilon w_{\omega_\varepsilon} \sin \varphi + \alpha w_\alpha \sin (\psi + \varphi) + \omega_\alpha w_{\omega_\alpha} \sin (\psi + \varphi)$$

Подстановка соотношений (4), (5) в общие интегральные соотношения (см., например, [2]) приводит к следующей структуре аэродинамических коэффициентов



Фиг. 2



Фиг. 3

деформируемого тела:

$$(6) \quad c_{X_1} = c_{X_1^B} + c_{X_1^d} + c_{X_1^f} + \varepsilon [ \varepsilon c_{Y_1^e} + \omega_\varepsilon c_{Y_1^{\omega}} + \alpha (c_n^\alpha)_2 \cos \psi + \omega_{Z_1} (c_n^Z)_2 ] \\ c_{Y_1} = \varepsilon [ c_{Y_1^e} - (c_{X_2})_2 ] + \omega_\varepsilon c_{Y_1^{\omega}} + \alpha c_n^\alpha \cos \psi + \omega_{Z_1} c_n^Z \\ c_{Z_1} = -\alpha c_n^\alpha \sin \psi - \omega_{Y_1} c_n^Z \\ m_{X_1} = -\varepsilon [ \alpha (m_Z^\alpha)_2 \sin \psi + \omega_{Y_1} (m_Z^Z)_2 ] \\ m_{Y_1} = \alpha m_Z^\alpha \sin \psi + \omega_{Y_1} m_Z^Z \\ m_{Z_1} = \varepsilon m_{Z_1^e} + \omega_\varepsilon m_{Z_1^{\omega}} + \alpha m_Z^\alpha \cos \psi + \omega_{Z_1} m_Z^Z \\ c_n^Z = c_n^\alpha + c_n^{\omega Z}, \quad m_Z^Z = m_Z^\alpha + m_Z^{\omega Z} \\ \omega_{Y_1} = \frac{d\alpha}{dt} \frac{L}{V_0} \sin \psi, \quad \omega_{Z_1} = \frac{d\alpha}{dt} \frac{L}{V_0} \cos \psi \\ (c_{X_2})_2 = (c_{X_2^B})_2 + c_{X_2^d} + (c_{X_2^f})_2$$

Кинематические параметры  $\varepsilon$ ,  $\omega_\varepsilon$ ,  $\alpha$ ,  $\omega_{Y_1}$ ,  $\omega_{Z_1}$ ,  $\sin \psi$ ,  $\cos \psi$  определяются в процессе решения задачи движения тела. Для расчета коэффициента донного сопротивления  $c_{X_2^d}$  можно использовать обобщение экспериментальных данных, а для определения коэффициентов сопротивления трения  $c_{X_1^f}$ ,  $(c_{X_2^f})_2$  — обобщение результатов теории пограничного слоя. Остальные аэродинамические коэффициенты достаточно точно определяются численным решением уравнений газовой динамики.

Индексом 2 отмечаются коэффициенты задней (деформируемой) части тела, структура которых аналогична (6) и имеет вид

$$(7) \quad (c_{X_1})_2 = (c_{X_1})_2 + \varepsilon [ \varepsilon c_{Y_1^e} + \omega_\varepsilon c_{Y_1^{\omega}} + \alpha (c_n^\alpha)_2 \cos \psi + \omega_{Z_1} (c_n^Z)_2 ] \\ (c_{Y_1})_2 = \varepsilon [ c_{Y_1^e} - (c_{X_2})_2 ] + \omega_\varepsilon c_{Y_1^{\omega}} + \alpha (c_n^\alpha)_2 \cos \psi + \omega_{Z_1} (c_n^Z)_2 \\ (c_{Z_1})_2 = -\alpha (c_n^\alpha)_2 \sin \psi - \omega_{Y_1} (c_n^Z)_2 \\ (m_{X_1})_2 = m_{X_1}, \quad (m_{Y_1})_2 = \alpha (m_Z^\alpha)_2 \sin \psi + \omega_{Y_1} (m_Z^Z)_2 \\ (m_{Z_1})_2 = \varepsilon m_{Z_1^e} + \omega_\varepsilon m_{Z_1^{\omega}} + \alpha (m_Z^\alpha)_2 \cos \psi + \omega_{Z_1} (m_Z^Z)_2$$

Интегрирование систем уравнений в окрестности притупления осуществлено методом прямых [4]. В области гиперболичности систем уравнений решение реализовано методом сеток [5]. Разностные схемы — второго порядка точности.

Следует отметить, что рассмотренный метод применим к любым видам малых деформаций объемных тел (когда несущественно влияние на поле давления вязкости газа). В этих случаях, как показано в работе [2], для использования составленных программ ЭВМ достаточно определить первые три коэффициента  $b_i$  ряда Фурье исходной функции  $r_T(X_1, \varphi, t)$ :

$$r_T = b_0 + b_1 \cos \varphi + b_2 \sin \varphi + \dots$$

Остальные коэффициенты Фурье влияния на аэродинамические коэффициенты не оказывают.

Соответствующим образом изменится структура искоемых функций и аэродинамических коэффициентов.

Таблица 1

К	5	10	20	К	5	10	20
$c_{Y_2}^\varepsilon$	1.7472	1.7742	1.7834	$-m_{Z_2}^\varepsilon$	1.2368	1.2558	1.2608
$c_n^\alpha$	1.7956	1.7967	1.7967	$-m_Z^\alpha$	1.2707	1.2714	1.2714
$c_{Y_2}^\omega$	1.5174	1.5192	1.5182	$-m_{Z_2}^\omega$	1.2138	1.2155	1.2151
$c_n^\Sigma$	1.5197	1.5197	1.5197	$-m_Z^\Sigma$	1.2157	1.2157	1.2157
$c_n^\omega$	1.3922	1.3927	1.3928	$-m_Z^\omega$	1.1136	1.1141	1.1141
$c_{X_1}^B$	0.1609	0.1608	0.1608				

**3. Результаты расчетов.** В качестве контрольных были выбраны два тела, форма которых показана на фиг. 2, 3.

На фиг. 2 показан острый круговой конус, а на фиг. 3 – осесимметричное тело с криволинейной образующей и сферическим притуплением.

При колебаниях острого кругового конуса относительно вершины задачи, характеризующиеся системами уравнений при  $j=\varepsilon$ ,  $\omega_\varepsilon$  и  $j=\alpha$ ,  $\omega_\alpha$ , идентичны: при  $j=\varepsilon$ ,  $\omega_\varepsilon$  неоднородные системы уравнений с неоднородными граничными условиями на теле и с однородными граничными условиями на ударной волне, а при  $j=\alpha$ ,  $\omega_\alpha$  другие не-

Таблица 2

К	10	20	К	10	20
$c_{Y_2}^\varepsilon$	2.9565	2.9148	$-m_{Z_2}^\varepsilon$	1.3162	1.2924
$c_n^\alpha$	2.8702	2.8480	$-m_Z^\alpha$	1.2463	1.2698
$c_{Y_2}^\omega$	2.2976	2.2900	$-m_{Z_2}^\omega$	1.4705	1.4606
$c_n^\Sigma$	2.3601	2.3684	$-m_Z^\Sigma$	1.5059	1.5127
$c_n^\omega$	1.8242	1.7685	$-m_Z^\omega$	1.1254	1.0963
$c_{X_1}^B$	0.0720	0.0720			

однородные системы уравнений с однородными граничными условиями на теле и с неоднородными граничными условиями на ударной волне определяют одну и ту же физическую задачу. Поэтому попарное сравнение соответствующих аэродинамических коэффициентов дает косвенную оценку точности получаемых решений. Наличие же дополнительной информации, полученной при различных параметрах разностной сетки, дает весьма полную характеристику точности результатов.

В табл. 1 даны результаты контрольных расчетов для острого конуса при различном числе интервалов разностной сетки  $K$  между ударной волной и телом ( $X_T=0$ , число Маха  $M_\infty=4$ ).

Одним из интересных вопросов аэродинамики является вопрос о величине вклада аэродинамических коэффициентов с индексами  $\omega_z$  в суммы  $c_n^z = c_n^\alpha + c_n^{\omega z}$ ,  $m_z^z = m_z^\alpha + m_z^{\omega z}$ . Дополнительно были рассчитаны значения  $c_n^{\omega z}$ ,  $m_z^{\omega z}$ , которые также приведены в табл. 1.

В табл. 2 даны аналогичные результаты расчетов для осесимметричного тела с криволинейной образующей при колебаниях относительно центра сферы при туления ( $X_T=1$ ,  $M_\infty=3$ ).

Результаты контрольных расчетов свидетельствуют о точности численных результатов: точность значений  $c_{X_1}^B$  и  $(c_{X_1}^B)_2$  не ниже 0.1%, точность значений остальных коэффициентов — не ниже 3–5%.

В соответствии с изложенным методом проведены систематические расчеты аэродинамических коэффициентов для деформируемого тела, форма которого пока-

Таблица 3

$M_{\infty}$	1.5	2	3	6	20
$c_{X_1}^B$	0.1440	0.1308	0.1162	0.0975	0.0854
$(c_{X_1}^B)_2$	0.0773	0.0640	0.0515	0.0367	0.0259
$c_{Y_1}^e$	1.8660	1.7033	1.4291	1.0801	0.6797
$c_n^\alpha$	1.8367	1.7947	1.7234	1.5777	1.2382
$(c_n^\alpha)_2$	1.1522	1.1269	1.1072	1.1244	0.9372
$c_{Y_1}^\omega$	0.6811	0.5516	0.4156	0.2469	0.1129
$c_n^\Sigma$	1.0351	0.8254	0.5347	0.1186	-0.1278
$(c_n^\Sigma)_2$	1.0136	0.8594	0.6237	0.2260	-0.0457
$-m_{Z_1}^e$	0.4406	0.4470	0.4025	0.3342	0.2258
$-m_Z^\alpha$	0.1749	0.1752	0.1875	0.2419	0.2290
$-(m_Z^\alpha)_2$	0.3334	0.3234	0.3159	0.3344	0.2976
$-m_{Z_1}^\omega$	0.2552	0.2003	0.1502	0.0909	0.0410
$-m_Z^\Sigma$	0.3552	0.3168	0.2492	0.1185	0.0164
$-(m_Z^\Sigma)_2$	0.3235	0.2811	0.2125	0.0874	-0.0080

зана на фиг. 1 ( $R=1$ ,  $L=21$ ,  $X_T=11$ ,  $\gamma=10^\circ$ ). Результаты представлены в табл. 3 (для совершенного газа). При числах Маха 1.5 и 2 число интервалов разностной сетки между ударной волной и телом  $K=20$ . Остальные варианты рассчитаны при  $K=10$ .

Определенный интерес представляют результаты теории Ньютона, часто применяемой при определении коэффициентов асимметричных тел. Поэтому были также проведены расчеты аэродинамических коэффициентов методом Ньютона, значения которых следующие:

$$c_{X_1}^B = 0.1059, \quad (c_{X_1}^B)_2 = 0.0377$$

$$c_{Y_1}^e = (c_n^\alpha)_2 = 1.2135, \quad c_n^\alpha = 1.8941$$

$$c_{Y_1}^\omega = (c_n^\Sigma)_2 = -m_{Z_1}^e = -(m_Z^\alpha)_2 = 0.3501, \quad c_n^\Sigma = -m_Z^\alpha = 0.2099$$

$$m_z^z = -0.1696, \quad m_{Z_1}^\omega = (m_Z^\Sigma)_2 = -0.1249$$

Сравнивая данные значения с результатами табл. 3, можно оценить погрешности при использовании теории Ньютона.

Для деформируемого тела также проведены расчеты с разным числом интервалов разностной сетки (при числе Маха  $M_\infty=4$ ), результаты которых подтвердили данные выше оценки точности.

Значения аэродинамических коэффициентов соответствуют характерной площади — площади дна и характерному размеру — длине тела исходной формы.

Поступила 8 XII 1978

## ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский С. М. Представление нестационарных аэродинамических моментов и сил при помощи коэффициентов вращательных производных. Изв. АН СССР, Мех. и маш., 1956, № 7.
2. Скиба Г. Г., Федотов Б. Н. Метод расчета аэродинамических коэффициентов некоторых объемных тел с произвольным поперечным сечением. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6.
3. Теленин Г. Ф., Липницкий Ю. М. Нестационарное сверхзвуковое обтекание затупленных тел с отошедшей ударной волной. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 4.
4. Гилинский С. М., Теленин Г. Ф., Тиняков Г. П. Метод расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел с отошедшей ударной волной. Изв. АН СССР, Мех. и маш., 1964, № 4.
5. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом, М., «Наука», 1964.

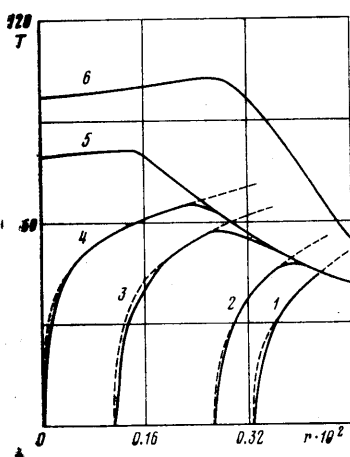
УДК 533.6.011.72

## ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА СХОДЯЩУЮСЯ К ЦЕНТРУ СИММЕТРИИ СИЛЬНУЮ УДАРНУЮ ВОЛНУ

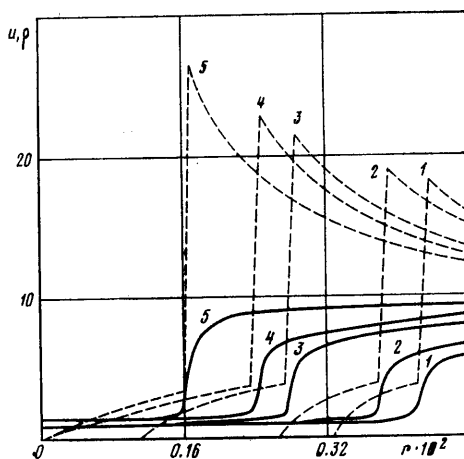
А. А. МАХМУДОВ. С. П. ПОПОВ

(Москва)

Различают два механизма газодинамического сжатия вещества: адиабатическое сжатие, происходящее достаточно медленно, и ударное сжатие, когда нагрев и сжатие вещества происходят в ударной волне или последовательности волн. Исследованию движения сходящейся сферической ударной волны посвящено много работ. Показано, что при движении ударной волны в непосредственной близости от центра реализуется автомодельный режим течения [1, 2]. Эта область течения очень часто



Фиг. 1



Фиг. 2

и представляется наиболее важной с точки зрения приложений, поскольку выход многих неавтомодельных задач на автомодельный режим происходит в достаточно обширной физической области [3, 4] и решение [1, 2] можно применять для оценки влияния тех или иных физических факторов в конечном объеме, окружающей центральную точку. В соответствии с [1, 2] изменения величин на фронте ударной волны со временем подчиняются следующим законам:

$$p_s \sim r_s^{2(1-k)}, \quad u_s \sim r_s^{1-k}$$

$T_s \sim p_s$ ,  $r_s \sim |t - t_0|^\alpha$ . Для  $\gamma = 5/3$ ,  $k = 1.49$ ,  $\alpha = 0.67$ ,  $t_0$  — время схлопывания волны.

Изучению влияния диссипативных процессов на сходящуюся ударную волну и на получающиеся параметры в центре посвящены работы [3, 5]. В работе [5] качественно рассматривается фокусировка ударной волны с учетом лучистого теплообмена. Вычисляется протяженность тепловой волны (ТВ), под которой понимается