

полноты $\delta=0.6$ и отношение $L/2T=9.377$. На фиг. 1 показана зависимость относительной амплитуды возмущающей силы $X_3^* = |\dot{X}_3|/\rho g r_b w$ при $\beta=120^\circ$, а на фиг. 2 — зависимость коэффициента демпфирования $\mu_{33}^* = (\mu_{33}/\Delta)\sqrt{gL}$ от относительной частоты $\nu = \sigma\sqrt{L}/g$ на мелководье $h/T=1.3$ (w — площадь ватерлинии катамарана, Δ — его весовое водоизмещение). На фигурах кривые 1 соответствуют катамарану, у которого $b/L=0.15$, кривые 2 — катамарану, у которого $b/L=0.1$, а кривые 3 — однокорпусному судну. Приведенные результаты иллюстрируют серьезные различия гидродинамических характеристик катамарана и однокорпусного судна.

Поступила 12 XII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Коган Е. М. К гидродинамической теории качки катамарана в жидкости конечной глубины. Тр. Николаевск. кораблестроит. ин-та, 1970, вып. 35.
2. Коган Е. М. К вопросу о качке катамарана на косом волнении. Тр. Николаевск. кораблестроит. ин-та, 1973, вып. 74.
3. Многокорпусные суда. Л., «Судостроение», 1978.
4. Воробьев Ю. Л. Потенциал скоростей жидкости при продольной качке тонкого судна на мелководье. Изв. АН СССР, МЖГ, 1979, № 1.
5. Хаскинд М. Д. Гидродинамическая теория качки корабля. М., «Наука», 1973.
6. Newman J. N. The exciting forces on fixed bodies in waves. J. Ship Res., 1962, vol. 6, No. 3.
7. Эрдейи А. Асимптотические разложения. М., Физматгиз, 1962.

УДК 533.6.011

ДВА МЕТОДА РАСЧЕТА НАГРУЗКИ НА ПОВЕРХНОСТЬ ТОНКОГО ТЕЛА, СОВЕРШАЮЩЕЙ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА

В. Ю. ОЛЬШАНСКИЙ

(Саратов)

Рассматриваются низкочастотные осесимметричные колебания поверхности тонкого тела в звуковом потоке. Распределение стационарной продольной скорости на теле предполагается линейным. Линейное уравнение с переменными коэффициентами для нестационарной части потенциала скорости решается двумя методами: методом разделения переменных, как это было сделано в [1] для плоского течения, и методом суперпозиции источников. Получены частные решения с требуемой особенностью.

1. Потенциал скорости возмущений медленно изменяющегося со временем околозвукового течения газа удовлетворяет уравнению

$$(1.1) \quad [1 - M_\infty^2 - M_\infty^2(\gamma + 1)\varphi_x] \varphi_{xx} + \varphi_{yy} + \varphi_{zz} = 2M_\infty^2 \varphi_{xt}$$

Здесь ось x направлена по потоку, x, y, z — безразмерные координаты и время. Поверхность тела задается уравнением

$$r = R(x, t) = R_1(x) + \operatorname{Re}[R_2(x)e^{iht}], \quad r = \sqrt{y^2 + z^2}$$

Аналогичная задача о расчете давления на поверхность «пульсирующего» тела решалась в [2] при помощи приближенного метода типа метода локальной линейризации.

Если $|R_2| \ll R_1$, то потенциал φ можно приближенно представить в виде

$$\varphi(x, r, t) = \varphi_1(x, r) + \operatorname{Re}[\varphi_2(x, r)e^{iht}]$$

Стационарная часть потенциала φ_1 удовлетворяет нелинейному уравнению, а нестационарная — линейному с переменными коэффициентами

$$(1.2) \quad [(1 - M_1^2)\varphi_{2x}]_x + \varphi_{2rr} + 1/r\varphi_{2r} - 2M_\infty^2 ik\varphi_{2x} = 0$$

$$1 - M_1^2 = 1 - M_\infty^2 - M_\infty^2(\gamma + 1)\varphi_{1x}$$

Условие для скорости на поверхности тела, снесенное на ось, для φ_2 дает

$$(1.3) \quad \lim_{r \rightarrow 0} r\varphi_{2r} = R_1(R_{2x} + ikR_2) + R_2R_{1x} = \chi(x), \quad 0 < x < 1$$

Перед телом в силу симметрии должно быть

$$(1.4) \quad \varphi_{2r}|_{r=0}=0, \quad x < 0$$

На дозвуковой части заостренного тонкого тела вращения при $M_\infty \approx 1$ можно приближенно положить $\varphi_{1xx} = \text{const}$, как это делается в параболическом методе. При этом распределение стационарной скорости близко к линейному

$$(1.5) \quad 1 - M_1^2|_{M_\infty=1} = -(\gamma+1)\varphi_{1x} = -\lambda(x-x_*)$$

Здесь x_* — абсцисса звуковой точки на теле, $\lambda = \text{const}$. Учитывая (1.5), уравнение (1.2) преобразуем к виду

$$(1.6) \quad v_{ss} + v_{rr} + v[1/4 r^2 - \alpha(\alpha+1)/s^2] = 0 \\ s = 2\sqrt{(x_* - x)/\lambda}, \quad \varphi_2 = s^\alpha r^{-1/2} v$$

$$(1.7) \quad \alpha = 1/2 - A, \quad A = 1 + i2k/\lambda$$

2. Можно, аналогично тому, как это сделано в [1] для плоского течения, ввести новую систему координат

$$(2.1) \quad s = d \operatorname{ch} \zeta \cos \eta, \quad r = d \operatorname{sh} \zeta \sin \eta, \quad d = 2\sqrt{x_*/\lambda}$$

и получить семейство решений уравнения (1.6) с разделенными переменными $v = F(\zeta)G(\eta)$. Множество допустимых значений постоянной расщепления определяется из условия регулярности решения φ_2 на звуковой линии $x = x_*$ и на линии $r = 0$, $x < 0$.

Соответствующие частные решения имеют вид:

$$(2.2) \quad G_n(\theta) = \theta^{-\alpha/2} (1-\theta)^{1/4} g_n(\theta), \quad F_n(t) = t^{-\alpha/2} (1-t)^{1/4} f_n(t) \\ \theta = \cos^2 \eta, \quad t = \operatorname{ch}^2 \zeta \\ f_n(t) = t^{-n-A} {}_1F_2(n+1, n+A; 2n+A+1; 1/t) \\ g_n(\theta) = {}_1F_2(-n, n+A; A; \theta), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Здесь функция $F_n(t)$ выбрана с учетом условия затухания возмущений при $r \rightarrow \infty$.

Решение уравнения (1.2) в дозвуковой области $x \leq x_*$, удовлетворяющее условию (1.3), запишем в виде

$$(2.3) \quad \varphi_2(x, r) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n f_n(t) g_n(\theta)$$

Используя ортогональность многочленов Якоби $g_n(\theta)$ с весом θ^{A-1} [3], найдем B_n из условия (1.3)

$$(2.4) \quad B_n = -1/2 \frac{\Gamma^3(A+n)}{\Gamma^2(A)\Gamma(A+2n)n!} \int_0^1 \theta^{A-1} g_n(\theta) \chi[x_*(1-\theta)] d\theta$$

На поверхности тела $r \approx R_1(x) \ll 1$, из (2.2), (2.3) получим

$$(2.5) \quad \varphi_2|_{r=R} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \frac{\Gamma(A+1+2n)}{n!\Gamma(n+A)} \left[a_n - \ln \left(\frac{\lambda R_1^2}{4x} \right) \right] g_n \left(1 - \frac{x}{x_*} \right) \\ a_n = 2\psi(1) - \psi(n+1) - \psi(n+A)$$

Если $\chi(x)$ — многочлен степени N , то $B_n = 0$ при $n > N$.

Формула (2.5) определяет решение φ_2 на дозвуковой части тела $x \leq x_*$, но она применима и в сверхзвуковой части течения, если функция $\chi(x)$ не имеет особенностей при $x \geq x_*$.

3. Рассмотрим другой метод решения краевой задачи для уравнения (1.6). Решение будем искать в виде суперпозиции частных решений с особенностью на оси $r = 0$.

Уравнение

$$(3.1) \quad v_{ss} + v_{rr} + (C/s^2 + D/r^2)v = 0$$

при $C = -\alpha(\alpha+1)$, $D = 1/4$ переходит в (1.6); случай $D = 0$ соответствует плоскому течению [1].

Частные решения уравнения (3.1) будем искать в виде

$$(3.2) \quad v_{\Phi} = \rho^n r^p f(\kappa), \quad \rho^2 = r^2 + (s + s_0)^2, \quad \kappa = 4ss_0\rho^{-2}$$

Если $p(p-1) + D = 0$, $n + 2p = 0$, то для $f(\kappa)$ из (3.1), (3.2) получим уравнение

$$\kappa^2(1-\kappa)f''(\kappa) + \left(\frac{n}{2} - 1\right)\kappa^2 f'(\kappa) + Cf(\kappa) = 0$$

Точка $\kappa = 1$ соответствует центру источника, расположенного на оси тела ($r = 0$, $s = s_0$). Выбирая решение $f(\kappa)$ с нужной особенностью в $\kappa = 1$, искомое решение v_{Φ} получим в виде

$$(3.3) \quad v_{\Phi} = \rho^{-2p} r^p \kappa^{-\alpha} {}_1F_2(-\alpha, -\alpha + p; -2\alpha; \kappa)$$

Здесь вместо C введена постоянная α , $C = -\alpha(\alpha + 1)$.

В осесимметричном случае $D = 1/4$ и $p = 1/2$. Гипергеометрическая функция в (3.3) выражается при этом через элементарные функции и частное решение $\varphi_{2\Phi}$ по (1.7), (3.3) можно записать в виде

$$(3.4) \quad \varphi_{2\Phi} = (\rho + R)^{2\alpha+1} / \rho R, \quad R^2 = r^2 + (s - s_0)^2.$$

Для уравнения (1.2) по (1.7) $2\alpha + 1 = -4ki/\lambda$. Особенно простой форма решения получается в предельном случае $k = 0$

$$\varphi_{2\Phi}|_{k=0} = 1/\rho R$$

Чтобы удовлетворить условию (1.3), составим суперпозицию частных решений (3.4), расположив источники на теле от $x = 0$ ($s = a = 2\sqrt{x_*}/\lambda$) до звуковой точки $x = x_*$ ($s = 0$)

$$(3.5) \quad \varphi_2 = \int_0^a B(s_0) \frac{(\rho + R)^{2\alpha+1}}{\rho R} ds_0$$

Отсюда $\lim_{r \rightarrow 0} r\varphi_{2r} = -2B(s)(4s^2)^\alpha$ при $0 \leq s \leq a$, и из (1.3) получим

$$B(s) = -(4s^2)^{-\alpha} \chi^*(s)/2, \quad \chi^*(s) = \chi[x(s)].$$

Оставляя в (3.5) члены порядка $O(\ln R_1)$, $O(1)$, найдем значение φ_2 на поверхности тонкого тела

$$(3.6) \quad \varphi_2|_{r=R_1} = \frac{\chi^*(s)}{2} \ln \frac{R_1^2}{4s(\alpha - s)} - \frac{1}{2} \left[\chi^*(s_0) \frac{s + s_0 + |s - s_0|^{2\alpha-1}}{(2s_0)^{2\alpha}(s + s_0)} - \chi^*(s) |s - s_0|^{-1} \right] ds_0$$

В случае, когда $R_1(x)R_2(x)$ — многочлен степени N , по (1.3), (1.7) $\chi^*(s)$ — многочлен вида $\chi^*(s) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n s^{2n}$.

Интеграл (3.6) в этом случае может быть вычислен

$$(3.7) \quad \varphi_2|_{r=R_1} = 1/2 \chi^*(s) \ln \frac{R_1^2}{a^2 - s^2} + 1/2 \sum_{n=0}^N c_n s^{2n} [\psi(n - \alpha + 1/2) + \gamma - b_n],$$

$$b_0 = 0, \quad b_n = \sum_{m=1}^n \frac{1}{m} \left(\frac{a^{2m}}{s^{2m}} - 1 \right)$$

Здесь γ — постоянная Эйлера, $n > 0$.

Формулу (3.7) можно использовать и на сверхзвуковой части тела при $s^2 < 0$. Отметим, что формулой (3.7) удобнее пользоваться, чем формулами (2.4), (2.5), когда $\chi(x)$ — многочлен.

Полученные выражения для нестационарной части потенциала скорости можно использовать для расчета нестационарной нагрузки на поверхность тонкого тела вращения в звуковом потоке газа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ольшанский В. Ю., Орел А. А., Фалькович С. В. О силах, действующих на колеблющийся профиль в трансзвуковом потоке. Вестн. Ленингр. ун-та. Сер. мат., мех., астр., 1976, № 19, вып. 4.
2. Stahara S. S., Spreiter J. R. Unsteady local linearization solution for pulsating bodies at $M_\infty=1$. AIAA Journal, 1976, 14, No. 7.
3. Сега Г. Ортогональные многочлены. М., Физматгиз, 1962.

УДК 533.6.011.35

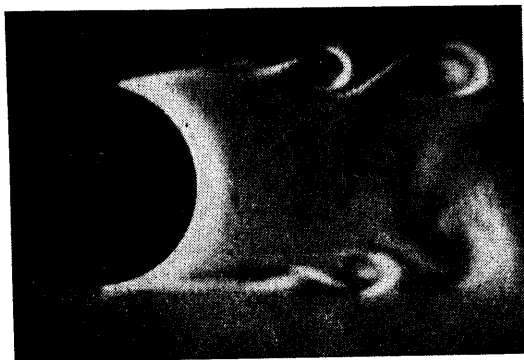
ОСОБЕННОСТИ ПОПЕРЕЧНОГО ДОЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА

В. М. БОЖКОВ, Л. Е. ВАСИЛЬЕВ, С. В. ЖИГУЛЕВ

(Москва)

В диапазоне околокритических чисел Рейнольдса $Re=(1.5-4.0) \cdot 10^5$ качественная картина поперечного дозвукового обтекания кругового цилиндра скачкообразно изменяется, при этом наблюдается резкое уменьшение коэффициента сопротивления C_x [1].

В настоящее время накоплен большой объем экспериментальных и расчетных исследований об особенностях дозвукового обтекания цилиндра [1-4]. Значительный вклад в углубленное понимание вопроса представляет работа [4], в которой дана физическая интерпретация ряда теоретических и экспериментальных результатов,



Фиг. 1

полученных в широком диапазоне чисел Re . Тем не менее сложный нестационарный характер отрывного обтекания цилиндра и возникающие при моделировании плоского обтекания в аэродинамических установках трехмерные течения не позволяют считать проблему полностью изученной.

Цель данной работы — проведение дополнительных экспериментальных исследований особенностей дозвукового поперечного обтекания цилиндра и, в частности, изучение возможных несимметричных устойчивых режимов обтекания в околокритическом диапазоне чисел Рейнольдса.

Экспериментальные исследования были проведены в малотурбулентной дозвуковой аэродинамической трубе ЦАГИ с размером рабочей части $1 \text{ м} \times 1 \text{ м}$ в диапазоне скоростей потока $V=1-105 \text{ м/сек}$. Модели круговых цилиндров различных диаметров d крепились точно по центру рабочей части между оптическими стеклами. Картина поперечного обтекания визуализировалась с помощью прибора Теплера по методу локального подогрева [5], а для получения поверхностных линий течения использовалось масляно-сажевое покрытие. Измерения коэффициента подъемной силы в сечении $C_{y_s}=Y_s/qd$ были выполнены по методу импульса по распределению статического давления вдоль оси x на верхней и нижней стенках в осевом сечении рабочей части аэродинамической трубы [6]. Кроме того, были выпол-