от степени неоднородности поля проницаемости.

Влияние неоднородности поля проницаемости на величину K показано на фиг. 5. Значение интенсивности K определялось из решения задачи противоточной пропитки на независимых реализациях поля проницаемости. Из-за ограниченности выборки зависимость K от ξ определяется со случайной погрешностью, которая может быть учтена при многократном решении задачи. Полученная зависимость показывает, что интенсивность противоточной пропитки увеличивается с ростом неоднородности поля проницаемости.

Авторы благодарны М. И. Швидлеру за полезные обсуждения.

Поступила 10 XI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Индельман П. В., Кац Р. М., Швидлер М. И.* Об одной модели фильтрации несмешивающихся жидкостей. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6.
2. *Рыжик В. М.* О механизме капиллярной пропитки пористой среды. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1959, № 6.
3. *Кочешков А. А.* Влияние давления на капиллярное вытеснение из пористой среды углеводородной жидкости водой. Изв. вузов. Нефть и газ, 1959, № 2.
4. *Кисиленко Б. Е., Рыжик В. М.* Экспериментальное исследование влияния отношения вязкостей на скорость противоточной капиллярной пропитки пористых сред. ПМТФ, 1967, № 1.
5. *Mattax C. C., Kyte J. R.* Imbibition oil recovery from fractured water-drive reservoir. Soc. Petrol. Engineers Journal, 1962, vol. 2, No. 2.
6. *Коллинз Р.* Течения жидкостей через пористые материалы. М., «Мир», 1964.
7. *Швидлер М. И., Леви Б. И.* Одномерная фильтрация несмешивающихся жидкостей. М., «Недра», 1970.
8. *Шалимов Б. В., Швидлер М. И.* О прямоточно-противоточной капиллярной пропитке в пористых средах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 2.
9. *Индельман П. В., Кац Р. М.* Численное моделирование двухфазной фильтрации с учетом концевого эффекта. Изв. АН СССР, МЖГ, 1979, № 1.
10. *Бабалян Г. А.* Вопросы механизма нефтеотдачи. Баку, Азнефтеиздат, 1956.

УДК 532.546

О ВНУТРИПОЧВЕННОМ ОРОШЕНИИ

И. И. КРАМАРОВСКАЯ

(Ташкент)

Рассматривается вопрос об увлажнении почвы из источников исчезающе малых размеров с учетом образования двух зон: зоны полного насыщения вокруг источника и окружающей ее зоны неполного насыщения. Приводится автомодельное решение одной конкретной задачи.

При исследовании в рамках теории фильтрации увлажнения почвы из линейных и точечных источников при неполном насыщении грунта приходят к распределению влажности w, при котором в некоторой области вокруг источника влажность w больше влажности насыщения w_*, в самом же источнике величина w равна бесконечности [1, 2]. Это несоответствие с реальностью устраняется введением в рассмотрение двух зон с подвижной границей между ними: зоны полного насыщения вокруг источника и зоны неполного насыщения. Предполагая грунт неограниченным во всех направлениях, зону неполного насыщения можно считать простирающейся до бесконечности или имеющей конечные размеры в зависимости от степени первоначального увлажнения грунта [3]. Эти же зоны будут иметь место и при орошении из увлажнителей конечных размеров при определенных соотношениях между размерами последних, гидрогеологическими параметрами почвы и поливными нормами.

Движение влаги в однородном грунте для каждой из зон соответственно описывается уравнениями

$$\Delta h=0, \quad h=p/\gamma+z \tag{1}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}=\operatorname{div}(D\operatorname{grad} w)+\frac{\partial k}{\partial z} \tag{2}$$

Здесь Δ — оператор Лапласа, p — давление, γ — удельный вес жидкости, $D=D(w)$ — коэффициент капиллярной диффузии, $k=k(w)$ — коэффициент влагопроницаемости, t — время, z — вертикальная координата.

Решения уравнений (1), (2) должны удовлетворять начальному условию и условию на источнике

(3) $t=0, \quad w=w_0$

(4) $(r^\nu \partial\psi/\partial r)_{r=0}=-Q/2^\nu \pi k_f$

Здесь $\nu=1$, 2 соответственно для линейного и точечного источников, $\psi=p/\gamma$, r — расстояние от источника, k_f — коэффициент фильтрации, Q — интенсивность источника, w_0 — начальная влажность.

Кроме того, на поверхности раздела зон полного и неполного насыщения S_1 имеют место соотношения

$$h=z, \quad w=w_*, \quad k_f\partial h/\partial n=D(w_*)\partial w/\partial n+k_f dz/dn$$

или

(5) $\psi=0, \quad w=w_*, \quad k_f\partial\psi/\partial n=D(w_*)\partial w/\partial n$

Здесь n — нормаль к поверхности S_1.

На внешней границе зоны неполного насыщения выполняется одно из условий:

(6) $$r\to\infty, \quad w\to w_0$$
$$w=w_L, \quad -D(w_L)\operatorname{grad} w=(w_L-w_0)V$$

Здесь $w_L=w_c$ — влажность на фронте смачивания S_2, V — скорость распространения фронта смачивания в направлении нормали к S_2.

Если уравнение поверхности S_2 имеет вид $F(x, y, z, t)=0$, то $V=(-\partial F/\partial t)/|\operatorname{grad} F|$.

Первое условие (6) справедливо в случае $w_0>w_c$, где w_c — максимально возможное содержание связанной влаги в почве, второе — в случае $w_0<w_c$, когда на фронте смачивания S_2 происходит переход свободной влаги в связанное состояние [3].

Положение границ S_1 и S_2 заранее неизвестно и должно быть определено в ходе решения задачи.

Передвижение влаги в почвах с тонкой структурой, какими являются, например, лёссовидные суглинистые почвы, при не слишком больших значениях времени определяется в значительной степени действием сил капиллярного всасывания. При исследовании процесса увлажнения таких почв допустимо пренебречь действием силы тяжести. Предполагая отсутствие сил тяжести в зоне неполного, а также и в зоне полного насыщения, полагая $w_0=\mathrm{const}$, рассмотрим симметричное относительно источника течение. Соотношения (1) — (6) при этом упрощаются и принимают вид

(7) $$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^\nu\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)=0$$

(8) $$\frac{\partial w}{\partial t}=\frac{1}{r^\nu}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^\nu D\frac{\partial w}{\partial r}\right)$$

(9) $t=0, \quad w=w_0=\mathrm{const}$

(10) $(r^\nu\partial\psi/\partial r)_{r<l}=-Q/r^\nu\pi k_f$

(11) $r=l, \quad \psi=0, \quad w=w_*, \quad k_f\partial\psi/\partial r=D(w_*)\partial w/\partial r$

(12) $$r\to\infty, \quad w\to w_0$$
$$r=L, \quad w=w_L, \quad -D(w_L)\partial w/\partial r=(w_L-w_0)dL/dt$$

Здесь $r=l(t)=l$, $r=L(t)=L$ — уравнения поверхностей S_1 и S_2 соответственно, причем $l(0)=0$, $L(0)=0$.

Вводя переменную Кирхгофа $\Theta=\Theta(w)=\int D dw$ и линеаризируя уравнение влагопереноса (8), приведем соотношения (8), (9), (11), (12) к виду

(13) $$\frac{1}{D'}\frac{\partial\Theta}{\partial t}=\frac{1}{r^\nu}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^\nu\frac{\partial\Theta}{\partial r}\right)$$

(14) $t=0, \quad \Theta=\Theta(w_0)=\Theta_0$

(15) $r=l, \quad \psi=0, \quad \Theta=\Theta(w_*)=\Theta_*, \quad k_f\partial\psi/\partial r=\partial\Theta/\partial r$

(16) $r\to\infty, \quad \Theta\to\Theta_0$

$$r=L,\quad \Theta=\Theta(w_L)=\Theta_L,\quad -\partial\Theta/\partial r=(w_L-w_0)\,dL/dt$$

Здесь D' – некоторое осредненное значение капиллярной диффузии.

Решение системы уравнений (7), (10), (13)–(16) в случае линейного источника ($\nu=1$) при $Q=\mathrm{const}$ автомодельно. Ниже приведено автомодельное решение указанной системы при $\nu=1$ для фильтрации в увлажненный и в сухой грунт.

1) Фильтрация в увлажненный грунт ($w_0>w_c$)

$$\psi=\frac{Q}{2\pi k_f}\ln\frac{\eta_l}{\eta},\qquad 0\leqslant\eta\leqslant\eta_l$$

$$(\Theta-\Theta_0)/(\Theta_*-\Theta_0)=U(\eta^2)/U(\eta_l^2),\quad \eta_l\leqslant\eta\leqslant\infty$$

Величина η_l определяется из соотношения

(17) $$\exp(\eta_l^2)\,U(\eta_l^2)=C$$

2) Фильтрация в сухой грунт ($w_0<w_c$)

$$\psi=\frac{Q}{2\pi k_f}\ln\frac{\eta_l}{\eta},\qquad 0\leqslant\eta\leqslant\eta_l$$

$$(\Theta_*-\Theta)/(\Theta_*-\Theta_L)=[U(\eta_l^2)-U(\eta^2)]/[U(\eta_l^2)-U(\eta_L^2)],\quad \eta_l\leqslant\eta\leqslant\eta_L$$

Для определения η_l и η_L используются соотношения

(18) $$\eta_L^2\exp(\eta_L^2)\,[U(\eta_L^2+\ln(\eta_L^2/B))-U(\eta_L^2)]=A$$

(19) $$\eta_l=\sqrt{\eta_L^2+\ln(\eta_L^2/B)}$$

$$\eta=r/2\sqrt{D't},\quad \eta_l=l/2\sqrt{D't}=\mathrm{const}$$

$$\eta_L=L/2\sqrt{D'}\,t=\mathrm{const},\qquad A=(\Theta_*-\Theta_L)/D'(w_L-w_0)$$

$$B=Q/4\pi D'(w_L-w_0),\quad C=4\pi(\Theta_*-\Theta_0)/Q$$

$$U(x)=-\mathrm{Ei}(-x)=\int_x^\infty\lambda^{-1}\exp(-\lambda)\,d\lambda$$

С помощью неравенства $0<\eta_l<\eta_L$ можно определить границы интервала (η_1,η_2), внутри которого находится корень уравнения (18). Из (19) и неравенств $\eta_l<\eta_L$, $\eta_l>0$ следует, что

(20) $$\eta_L^2<B$$

(21) $$\eta_L^2\exp(\eta_L^2)>B$$

Значения η_1 и η_2 определяются из соотношений

$$\eta_1^2\exp(\eta_1^2)=B,\quad \eta_2^2=B$$

Очевидно, что с уменьшением B область изменения η_L^2 сужается. При $B\leqslant\leqslant 0.01-0.05$ можно считать

(22) $$\eta_L^2\approx\eta_L^2\exp(\eta_L^2)\approx B$$

тогда $\eta_L\approx\sqrt{B}$, а η_l определяется из соотношения

(23) $$U(\eta_l^2)=U(\eta_L^2)+A/B$$

полученного из (18) с учетом (22).

При больших B следует обращаться к формулам (18) и (19). Так, например, расчет по этим формулам дает:
для $A=1.82$ и $B=2$ $\eta_l\approx0.55$; $\eta_L\approx1$
для $A=6.1$ и $B=1$ $\eta_l\approx0.59$; $\eta_L\approx0.84$.

Отметим, что при $A\to0$ $\eta_L\to\eta_2$, при $A\to\infty$ $\eta_L\to\eta_1$.

При изучении орошения на основе уравнения влагопереноса (2) границу зоны полного насыщения в работе [2] предлагается приближенно определять как поверхность, на которой $w=w_*$. Следуя этому допущению, найдем в рассматриваемой задаче величину η_{l1}, определяющую размер зоны полного насыщения.

Полагая, что во всей области движения выполняется уравнение влагопереноса (13), найдем его решение, удовлетворяющее условиям (9), (16) и условию на источнике

$$(r\partial\Theta/\partial r)_{r=0}=-Q/2\pi$$

Значения η, соответствующие l и L, в данном случае обозначим через η_{l1} и η_{L1}. Тогда решение имеет вид:

1) Фильтрация в увлажненный грунт

$$\Theta=\frac{Q}{4\pi}U(\eta^2)+\Theta_0$$

Здесь η_{l1} определяется из соотношения $U(\eta_{l1}^2)=C$. Сравнение с (17) показывает, что $\eta_l>\eta_{l1}$.

2) Фильтрация в сухой грунт

$$\Theta=\frac{Q}{4\pi}[U(\eta^2)-U(\eta_{L1}^2)]+\Theta_L \tag{24}$$

Здесь $\eta_{L1}=L/2\sqrt{D't}=\text{const}$ определяется из соотношения $\eta_{L1}^2\exp(\eta_{L1}^2)=B$. Из сравнения с (21) следует, что $\eta_{L1}<\eta_L$.

Уравнение (24) при $\Theta=\Theta_*$, $\eta=\eta_{l1}$ дает соотношение для определения η_{l1} — безразмерной величины, соответствующей границе зоны полного насыщения:

$$U(\eta_{l1}^2)=U(\eta_{L1}^2)+A/B \tag{25}$$

Сравним η_{l1} с η_l. Соотношение (18) может быть представлено в виде $U(\eta_l^2)=$ $=U(\eta_L^2)+A/\eta_L^2\exp(\eta_L^2)$, а так как $U(\eta_L^2)<U(\eta_{L1}^2)$ и $\eta_L^2\exp(\eta_L^2)>B$, то $U(\eta_l^2)<$ $<U(\eta_{l1}^2)$ и, следовательно, $\eta_{l1}<\eta_l$.

Таким образом получаем, что размеры обеих зон, определяемые значениями величин η_{l1} и η_{L1}, меньше размеров зон, определяемых соответственно значениями η_l и η_L. Однако при малых B, как следует из формул (22), (23), (25), оба способа определения границ зон полного и неполного насыщения приводят к одинаковым результатам.

При орошении из реальных увлажнителей конечных размеров вокруг последних может возникать зона полного насыщения. Ориентировочно можно считать, что при поливе с постоянным расходом из горизонтального увлажнителя в момент времени T не образовалась зона полного насыщения, если $l=2\sqrt{D't}\,\eta_l<a$, a — радиус увлажнителя.

Поступила 21 XI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Philip J. R.* Theory of Infiltration Advances Hydrosci, vol. 5. New York — London, 1969.
2. *Крамаровская И. И., Новосельский С. Н.* Две задачи внутрипочвенного орошения. Докл. АН УзССР, 1977, № 6.
3. *Крамаровская И. И.* О фильтрации при неполном насыщении в сухой грунт. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 2.

УДК 532.59.2

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА О ПРОДОЛЬНОЙ КАЧКЕ КАТАМАРАНА НА МЕЛКОВОДЬЕ

Ю. Л. ВОРОБЬЕВ

(Одесса)

Проблема расчета качки многокорпусных судов, которые получают широкое распространение в мировом флоте, разработана недостаточно. Некоторые исследования [1, 2] далеки от практической реализации, другие [3] основаны на слишком грубых упрощающих допущениях. Ниже на основании метода работы [4] дано решение гидродинамической задачи о продольной качке катамарана. Получены формулы для потенциала возмущенных скоростей жидкости, волнового демпфирования и возмущающих сил, приведены результаты расчета гидродинамических характеристик.

1. Рассмотрим двухкорпусное судно — катамаран, плавающее без хода по мелководью глубиной h. Введем связанную с судном прямоугольную систему координат xyz, начало которой расположено в точке пересечения невозмущенной свободной поверхности воды, миделя и диаметральной плоскости, ось x направлена в нос, ось y — на правый борт, ось z — вниз.