

3. Овсянников Л. В. Об одном газовом течении с прямой линией перехода. ПММ, 1949, т. 13, вып. 5.
4. Смирнов М. М. Вырождающиеся эллиптические и гиперболические уравнения. М., «Наука», 1966.
5. Чаплыгин С. А. О газовых струях. М., Гостехиздат, 1949.
6. Шифрин Э. Г. К задаче течения бесконечного клина сверхзвуковой струей. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 2.

УДК 532.546

## О ПРОТИВОТОЧНОЙ КАПИЛЛЯРНОЙ ПРОПИТКЕ ГИДРОФИЛЬНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

П. В. ИНДЕЛЬМАН, Р. М. КАЦ

(Москва)

С помощью модели двухфазной фильтрации, предложенной в [1], исследуется процесс впитывания смачивающей фазы в гидрофильный образец. Показано, что на некотором интервале времени количество впитавшейся жидкости линейно зависит от  $\sqrt{t}$  ( $t$  — время), что согласуется с результатами лабораторных и теоретических исследований [2–8]. Полученные результаты позволяют судить о характере распределения фаз по полю и о влиянии отношения вязкостей и степени неоднородности образца по проницаемости на интенсивность противоточной пропитки.

1. Рассмотрим процесс противоточной пропитки в области  $D$  прямоугольной формы со сторонами  $l$  и  $b$ , вдоль которых направлены оси координат  $x$ ,  $y$ . К сечению  $x=0$  («вход») области  $D$ , содержащей несмачивающую фазу (нефть), подведем смачивающую фазу (воду), три другие стороны непроницаемы.

Для описания процесса противоточной пропитки воспользуемся моделью двухфазной фильтрации, математическое описание которой и метод решения даны в [1, 9]. На входе области зададим постоянное давление, жидкости предполагаются несжимаемыми, пористость — постоянной, а абсолютная проницаемость — однородным изотропным случайным полем.

$J$	$I=1$	2	3	4	5
15	0.76	0.81	1.13	0.89	1.22
14	0.93	1.18	1.16	0.96	0.71
13	0.95	0.74	0.68	1.25	0.90
12	1.12	1.04	0.84	0.94	0.75
11	0.77	0.89	1.31	1.03	1.31
10	0.75	0.69	0.70	1.26	1.15
9	0.98	0.96	0.86	0.82	0.93
8	0.90	1.22	1.04	1.11	1.04
7	1.06	1.03	0.74	0.99	0.86
6	0.99	0.91	1.20	1.56	0.78
5	0.70	1.01	0.82	0.82	0.97
4	0.86	1.18	0.97	1.09	1.16
3	0.86	1.12	1.09	1.40	1.00
2	0.75	0.69	1.06	1.11	1.36
1	1.32	1.27	1.00	1.26	1.32

Численное моделирование осуществлялось на разностной сетке с числом узлов 15 и 45 вдоль осей  $x$  и  $y$ . Область  $D$  разбивалась на квадратные блоки. Каждому блоку в предположении логнормального закона распределения приписывалось случайное значение проницаемости, независимое от значений проницаемости в остальных блоках. Все расчеты проводились при  $l=5$  см и  $b=15$  см.

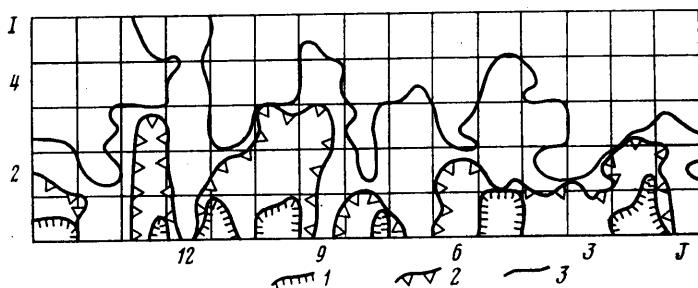
Пусть  $\mu_1$  и  $\mu_2$  — вязкости воды и нефти,  $\sigma$  — межфазное натяжение,  $m$  — пористость,  $k_0$  и  $d$  — среднее значение и среднее квадратическое отклонение поля проницаемости.

Введем безразмерный параметр [2]  $\tau = (a^2/l^2)t$ ,  $a^2 = (\sigma/\mu_2)\sqrt{k_0/m}$ . На фиг. 1 показаны положения границы раздела при противоточной пропитке на моменты времени  $\sqrt{\tau} = 0.40, 1.74$  и  $4.48$  (кривые 1–3). Задача решалась при следующих данных:  $\mu_1 = 1$  снз,

$\mu_2=5$  сПа,  $k_0=1$  дарси,  $d=0.2$  дарси,  $\sigma=20$  дин/см,  $m=0.2$ . Выборка поля проницаемости приведена выше. (Входное сечение  $x=0$  соответствует блокам с  $I=1$ ).

Расчеты показывают, что вода впитывается в малопроницаемые блоки, вытесняя нефть через высокопроницаемые, фронт пропитки состоит из отдельных «язычков» воды (кривая 1). В процессе продвижения границы раздела вода охватывает более проницаемые блоки входного сечения (кривая 2).

На фиг. 2 показана зависимость количества впитавшейся воды в поровых объемах  $\eta$  от параметра  $\sqrt{t}$ . Видно, что в некотором интервале  $t$  зависимость  $\eta$  от  $\sqrt{t}$  удовлетворительно аппроксимируется прямой линией. В этом диапазоне  $\eta=K\sqrt{t}+c$ , и течение естественно назвать автомодельным.



Фиг. 1

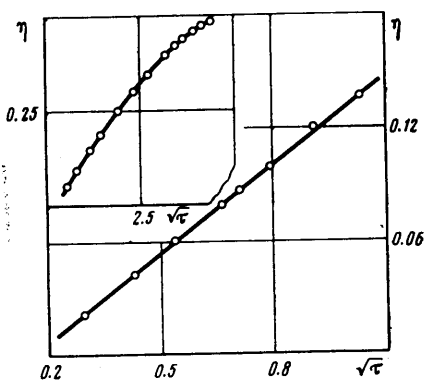
Дальнейшее продвижение фронта пропитки отклоняется от автомодельного. По-видимому, с этого момента начинает сказываться влияние противоположного ко входу сечения.

При  $\sqrt{t}=2.5$  нефть вытекает только через два блока (1,1) и (1,7) входного сечения. В момент  $\sqrt{t}=3.7$  вода пропитывает блок (1,7) из окружающих блоков (1,6) и (1,8). Интересно отметить, что, заполнив блок (4,9), вода остановилась, не заполняя полностью блок (5,9), хотя его проницаемость 0.93 дарси меньше проницаемости окружающих нефтесодержащих блоков. В то же время вода интенсивно впитывается в «левую» часть области  $D$  и, подойдя к противоположному сечению, образует цепик нефти. После этого вода пропитывает блоки (1,1) и (1,3) и, вытесняя нефть, закрывает входное сечение (кривая 3 фиг. 1). При этом из области  $D$  вытекло 48.4% нефти.

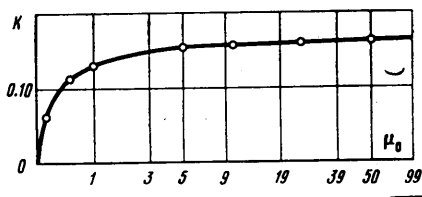
Расчеты показали, что в процессе продвижения границы раздела область входного сечения, через которую впитывается вода, увеличивается. Механизм этого явления состоит в следующем. В начальный период вода, впитываясь в пористую среду, заполняет малопроницаемые блоки. После того как передняя граница раздела отошла

от входа, вода начинает впитываться в более проницаемые блоки входного сечения. Таким образом, рост обводненности входного сечения в процессе продвижения фронта пропитки связан с нелокальностью процесса впитывания.

Заметим, что движение границы раздела носит пульсационный характер. Такие «мелкомасштабные» пульсации границы



Фиг. 2



Фиг. 3

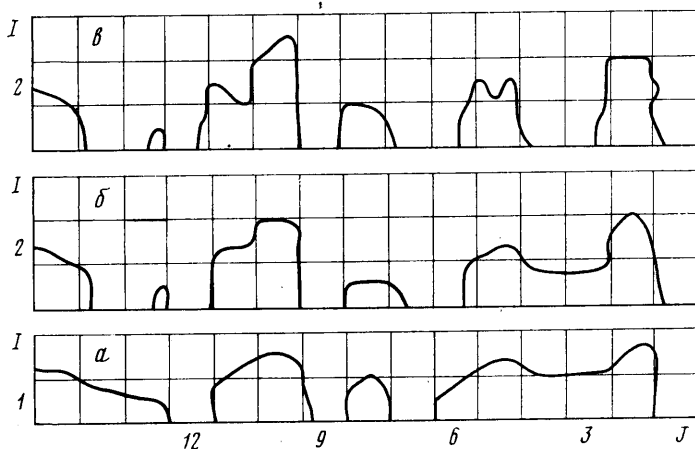
раздела в процессе продвижения воды в область фильтрации, вероятно, свойственны капиллярным процессам в пористой среде на малых масштабах [9] и отмечались в экспериментах [10].

Расчеты также показали, что для формирования автомодельной фазы процесса требуется некоторое время, связанное со временем установления «квазиравновесно-

го» состояния во входном сечении. На это указывают также экспериментальные исследования [4].

2. Рассмотрим подробнее автомоделную фазу течения  $\eta = K\sqrt{t} + c$ . Здесь  $K$  не зависит от  $t$  и определяет интенсивность процесса противоточной пропитки, а поскольку единственным безразмерным параметром, содержащим  $\sigma$ , является  $\tau$ , то  $K$  не зависит и от межфазного натяжения.

Разбиение области  $D$  на блоки во всех расчетах было постоянным. Так как значение проницаемости каждого блока не зависит от проницаемости в остальных блоках, пространственные характеристики поля проницаемости можно считать одинаковыми для всех реализаций. Ограничиваясь исследованием зависимости интенсивности пропитки только от первых двух моментов поля проницаемости, рассмотрим влияние отношения вязкостей  $\mu_0 = \mu_2/\mu_1$  и коэффициента вариации  $\xi = d/k_0$  на величину  $K$ .

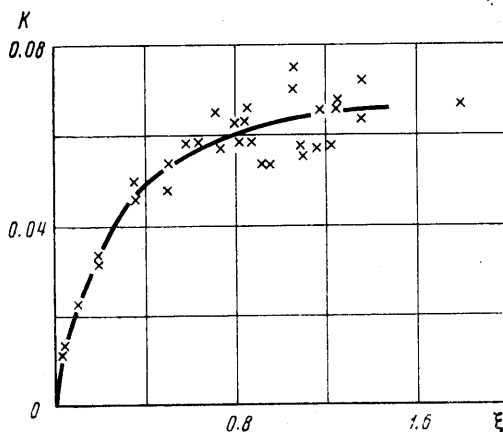


Фиг. 4

Отметим предварительно, что среди определяющих параметров имеется параметр  $\sqrt{k_0}/b$ . Многочисленные расчеты, проведенные для разных  $k_0$  и постоянных  $\xi$  и  $\mu_0$ , показали, что интенсивность противоточной пропитки практически не зависит от параметра  $\sqrt{k_0}/b$ .

На фиг. 3 показана зависимость  $K$  от  $\mu_0$  при  $\xi = 0.2$ . Характерной особенностью зависимости является слабое влияние отношения вязкостей на интенсивность впитывания при больших значениях  $\mu_0$ . Уже при  $\mu_0 > 5$  интенсивность впитывания практически постоянна. При  $\mu_0 < 5$  интенсивность впитывания растет с ростом  $\mu_0$ . На фиг. 4 показаны положения границы раздела на моменты времени, соответствующие близким значениям  $\eta$ , при  $\mu_0 = 0.1, 1.0$  и  $5.0$  (а, б и в соответственно) для одной и той же реализации поля проницаемости, представленной в таблице.

Из фиг. 4 видно, что с ростом  $\mu_0$  возрастает нерегулярность границы раздела, уменьшается обводненность входного сечения, при этом область, занятая водой, уменьшается за счет «выбытия» из пропитки блоков с наибольшей проницаемостью. Однако при  $\mu_0 > 5$  распределение фаз для одинаковых  $\tau$  мало отличается от случая  $\mu_0 = 5$ . (Реальные времена процессов, естественно, различны.) Таким образом, независимость интенсивности впитывания  $K$  от отношения вязкостей при больших  $\mu_0$  является следствием геометрической близости распределения фаз по полю. Естественно, что значение  $\mu_0$ , при котором наступает подобная инвариантность, зависит, в частности,



Фиг. 5

от степени неоднородности поля проницаемости.

Влияние неоднородности поля проницаемости на величину  $K$  показано на фиг. 5. Значение интенсивности  $K$  определялось из решения задачи противоточной пропитки на независимых реализациях поля проницаемости. Из-за ограниченности выборки зависимость  $K$  от  $\xi$  определяется со случайной погрешностью, которая может быть учтена при многократном решении задачи. Полученная зависимость показывает, что интенсивность противоточной пропитки увеличивается с ростом неоднородности поля проницаемости.

Авторы благодарны М. И. Швидлеру за полезные обсуждения.

Поступила 10 XI 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Индельман П. В., Кац Р. М., Швидлер М. И.* Об одной модели фильтрации несмешивающихся жидкостей. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6.
2. *Рыжик В. М.* О механизме капиллярной пропитки пористой среды. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1959, № 6.
3. *Кочешков А. А.* Влияние давления на капиллярное вытеснение из пористой среды углеводородной жидкости водой. Изв. вузов. Нефть и газ, 1959, № 2.
4. *Кисиленко Б. Е., Рыжик В. М.* Экспериментальное исследование влияния отношения вязкостей на скорость противоточной капиллярной пропитки пористых сред. ПМТФ, 1967, № 1.
5. *Mattax C. C., Kute J. R.* Imbibition oil recovery from fractured water-drive reservoir. Soc. Petrol. Engineers Journal, 1962, vol. 2, No. 2.
6. *Коллинз Р.* Течения жидкостей через пористые материалы. М., «Мир», 1964.
7. *Швидлер М. И., Леви Б. И.* Одномерная фильтрация несмешивающихся жидкостей. М., «Недра», 1970.
8. *Шалимов Б. В., Швидлер М. И.* О прямоточно-противоточной капиллярной пропитке в пористых средах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 2.
9. *Индельман П. В., Кац Р. М.* Численное моделирование двухфазной фильтрации с учетом концевго эффекта. Изв. АН СССР, МЖГ, 1979, № 1.
10. *Бабалян Г. А.* Вопросы механизма нефтеотдачи. Баку, Азнефтеиздат, 1956.

УДК 532.546

### О ВНУТРИПОЧВЕННОМ ОРОШЕНИИ

И. И. КРАМАРОВСКАЯ

(Ташкент)

Рассматривается вопрос об увлажнении почвы из источников исчезающе малых размеров с учетом образования двух зон: зоны полного насыщения вокруг источника и окружающей ее зоны неполного насыщения. Приводится автомодельное решение одной конкретной задачи.

При исследовании в рамках теории фильтрации увлажнения почвы из линейных и точечных источников при неполном насыщении грунта приходят к распределению влажности  $w$ , при котором в некоторой области вокруг источника влажность  $w$  больше влажности насыщения  $w_*$ , в самом же источнике величина  $w$  равна бесконечности [1, 2]. Это несоответствие с реальностью устраняется введением в рассмотрение двух зон с подвижной границей между ними: зоны полного насыщения вокруг источника и зоны неполного насыщения. Предполагая грунт неограниченным во всех направлениях, зону неполного насыщения можно считать простирающейся до бесконечности или имеющей конечные размеры в зависимости от степени первоначального увлажнения грунта [3]. Эти же зоны будут иметь место и при орошении из увлажнителей конечных размеров при определенных соотношениях между размерами последних, гидрогеологическими параметрами почвы и поливными нормами.

Движение влаги в однородном грунте для каждой из зон соответственно описывается уравнениями

$$(1) \quad \Delta h = 0, \quad h = p/\gamma + z$$

$$(2) \quad \frac{\partial w}{\partial t} = \operatorname{div}(D \operatorname{grad} w) + \frac{\partial k}{\partial z}$$

Здесь  $\Delta$  — оператор Лапласа,  $p$  — давление,  $\gamma$  — удельный вес жидкости,  $D = D(w)$  — коэффициент капиллярной диффузии,  $k = k(w)$  — коэффициент влагопроницаемости,  $t$  — время,  $z$  — вертикальная координата.