

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ
В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СОПЛАХ ЛАВАЛЯ С УЧЕТОМ
ПРОЦЕССОВ КОАГУЛЯЦИИ И ДРОБЛЕНИЯ ЧАСТИЦ
КОНДЕНСАТА**

А. Д. РЫЧКОВ

(Томск — Новосибирск)

В рамках модели полидисперсной двухфазной среды как многоскоростного континуума [1, 2] проведено численное исследование особенностей двухфазных течений в осесимметричных соплах Лавала с учетом процессов коагуляции и дробления частиц. Расчеты проводились для ступенчатого распределения частиц конденсата по размерам (метод Лагранжа [3, 4]). Определялись как картина течения в целом, так и наиболее важные интегральные характеристики сопл, в том числе и величины потерь единичного импульса.

Ранее некоторые качественные результаты расчетов таких двумерных течений были получены в работе [6], систематические же исследования проводились лишь в квазиодномерном приближении (см. [3, 4] и библиографию в них).

1. Система уравнений, описывающая движение полидисперсной двухфазной сплошной среды в рамках модели многоскоростного континуума с учетом обмена массой, количеством движения и энергией между отдельными фракциями частиц, приведена в работе [2] в виде балансовых соотношений. Для рассматриваемого здесь частного случая осесимметрического течения и лагранжевого представления процессов коагуляции и дробления частиц [3, 4] система уравнений в дифференциальной форме была получена И. М. Васениным и любезно предоставлена им автору данной работы. В форме законов сохранения такая система может быть получена

непосредственно из [2] путем конкретизации членов $\sum_{j=1}^l I_{ji}$, $\sum_{j=1}^l P_{ji}$, $\sum_{j=1}^l E_{ji}$ (обозначения взяты из [2]), характеризующих интенсивность

обмена массами, количеством движения и энергией между i -той и j -той фракциями частиц в единицу времени в единице объема. Для модели коагуляции Лагранжа удобно представить все эволюции, происходящие с i -той фракцией частиц, в виде четырех основных моментов: поглощение мелких частиц с массами m_j ($m_j < m_i$) i -той фракцией, уход из i -той фракции осколков дробления i -той частицы, уход i -тых частиц за счет поглощения их более крупными j -тыми частицами m_j ($m_j > m_i$), приход в i -тую фракцию осколков дробления частиц более крупных фракций. При этом предполагается, что размеры осколков равны размерам всех более мелких фракций, т. е. что частицы дробятся на исходные.

Тогда суммарное изменение массы i -тых частиц запишется в виде

$$\sum_{j=1}^l I_{ji} = n_i \sum_{j=1}^l K_{ij} \rho_j - n_i \sum_{j=1}^l K_{ij} (1 - \Phi_{ij}) \rho_j -$$

$$-\rho_i \sum_{j=1}^l K_{ij} n_j + \rho_i \sum_{j=1}^l K_{ij} (1 - \Phi_{ij}) n_j$$

$$\rho_i = m_i n_i, \quad K_{ij} = \pi (r_i + r_j)^2 |U_i - U_j|$$

где: n_i — число частиц i -той фракции, r_i — радиус частицы, U_i — вектор скорости, l — число фракций частиц, K_{ij} — константа коагуляции [3], Φ_{ij} — коэффициент эффективности соударений [3], определяющий интегральный эффект результатов столкновения i -тых и j -тых частиц: $\Phi_{ij} = \Delta m_{ij} / M_{ij}$, где Δm_{ij} — прирост в единицу времени массы i -той частицы при столкновениях с j -тыми, M_{ij} — масса всех j -тых частиц, налетевших на i -тую в единицу времени. При этом $-2 \leq \Phi_{ij} \leq 1$ и определяется обычно из экспериментов.

При рассмотрении процессов обмена количеством движения и энергией в методе Лагранжа полагается, что осколки от дробления частиц имеют скорость и температуру раздробившейся частицы. Тогда суммарное изменение количества движения и полной энергии i -той фракции $E_i = c_b T_i + +^{1/2} |U_i|^2$ запишется:

$$\sum_{j=1}^l P_{ji} = n_i \sum_{j=1}^l K_{ij} \rho_j U_j - n_i \sum_{j=1}^l K_{ij} \rho_j (1 - \Phi_{ij}) U_i -$$

$$-\rho_i \sum_{j=1}^l K_{ij} n_j U_i + \rho_i \sum_{j=1}^l K_{ij} n_j (1 - \Phi_{ij}) U_j$$

$$\sum_{j=1}^l E_{ji} = n_i \sum_{j=1}^l K_{ij} \rho_j E_j - n_i \sum_{j=1}^l K_{ij} \rho_j (1 - \Phi_{ij}) E_i -$$

$$-\rho_i \sum_{j=1}^l K_{ij} n_j E_i + \rho_i \sum_{j=1}^l K_{ij} n_j (1 - \Phi_{ij}) E_j$$

Кроме балансовых соотношений, приведенных в [2], для замыкания системы уравнений необходимо записать еще либо уравнение для изменения массы m_i частицы i -той фракции, либо уравнение для изменения числа частиц n_i i -той фракции. Если оставаться в рамках формы законов сохранения, то следует записать уравнение для n_i , поскольку изменение n_i описывается уравнением переноса (см., например, [5]).

Процесс взаимодействия газа с частицами рассматривается в рамках модели многожидкостной сплошной среды, являющейся простым обобщением двухжидкостной модели [1-4]. В этом случае общая система уравнений, описывающая стационарное осесимметрическое течение смеси газа и частиц полидисперсного конденсата в форме законов сохранения, имеет следующий вид:

$$\nabla_y \rho U = 0, \quad \nabla_y \rho u U + \frac{\partial}{\partial x} y p = y \sum_{i=1}^l \rho_i C_{Ri} (u_i - u)$$

$$\nabla_y \rho v U + \frac{\partial}{\partial y} y p - p = y \sum_{i=1}^l \rho_i C_{Ri} (v_i - v)$$

$$(1.1) \quad \nabla y \rho H_0 U = y \sum_{i=1}^l \rho_i \{ C_{\alpha i} c_p (T_i - T) + C_{Ri} [u_i (u_i - u) + v_i (v_i - v)] \}$$

$$p = \rho \frac{(k-1)}{k} [H_0 - 1/2 (u^2 + v^2)]$$

$$\nabla y \rho_i U_i = y \left[n_i \sum_{j=1}^i K_{ij}' \Phi_{ij} \rho_j - \rho_i \sum_{j=i}^l K_{ij}' \Phi_{ij} n_j \right]$$

$$\nabla y n_i U_i = -y n_i \sum_{j=i}^l K_{ij}' \Phi_{ij} n_j$$

$$\nabla y \rho_i u_i U_i = y \left\{ \rho_i C_{Ri} (u - u_i) + n_i \sum_{j=1}^i K_{ij}' \rho_j [u_j - (1 - \Phi_{ij}) u_i] - \right. \\ \left. - \rho_i \sum_{j=i}^l K_{ij}' n_j [u_i - (1 - \Phi_{ij}) u_j] \right\}$$

(1.2)

$$\nabla y \rho_i v_i U_i = y \left\{ \rho_i C_{Ri} (v - v_i) + n_i \sum_{j=1}^i K_{ij}' \rho_j [v_j - (1 - \Phi_{ij}) v_i] - \right. \\ \left. - \rho_i \sum_{j=i}^l K_{ij}' n_j [v_i - (1 - \Phi_{ij}) v_j] \right\}$$

$$\nabla y \rho_i E_i U_i = y \left\{ \rho_i [C_{\alpha i} c_p (T - T_i) + C_{Ri} [u_i (u - u_i) + v_i (v - v_i)]] + \right. \\ \left. + n_i \sum_{j=1}^i K_{ij}' \rho_j [E_j - (1 - \Phi_{ij}) E_i] - \rho_i \sum_{j=i}^l K_{ij}' n_j [E_i - (1 - \Phi_{ij}) E_j] \right\}$$

$$K_{ij}' = K_{ij} e_{ij}$$

где: $U = ui + vj$ — вектор скорости, i, j — орты осей цилиндрической системы координат x, y, ρ — плотность, p — давление, H_0 — энтальпия торможения, T — температура, k — показатель адиабаты для газа («замороженный»), c_p, c_b — удельные теплоемкости газа и материала частиц, $C_{Ri}, C_{\alpha i}$ — коэффициенты сопротивления и теплопередачи соответственно, e_{ij} — коэффициент захвата частиц [3].

Для удобства применения используемого в работе численного метода вместо уравнения сохранения полной энергии использовалось уравнение для изменения температуры частиц i -той фракции:

$$\nabla y \rho_i T_i U_i = y \left\{ \rho_i C_{\alpha i} \frac{c_p}{c_b} (T - T_i) + \right. \\ \left. + \frac{1}{c_b} \left[n_i \sum_{j=1}^i K_{ij}' \rho_j E_{ji} + \rho_i \sum_{j=i}^l K_{ij}' (1 - \Phi_{ij}) n_j E_{ji} \right] - \right.$$

$$-T_i \left[\rho_i \sum_{j=i}^l K_{ij}' \Phi_{ij} n_j - n_i \sum_{j=1}^i K_{ij}' \Phi_{ij} \rho_j \right]$$

$$E_{ji} = c_b (T_j - T_i) + 1/2 [(u_j - u_i)^2 + (v_j - v_i)^2]$$

При проведении расчетов выражение для Φ_{ij} было взято из работы [3]:

$$\Phi_{ij} = 1 - 0.247 \text{Re}_b^{0.434} \Gamma^{0.133} \left(\frac{r_i}{r_j} \right)^{0.273}, \quad r_i < r_j$$

$$\text{Re}_b = \frac{2r_i \rho_b}{\eta_b |U_i - U_j|}, \quad \Gamma = \frac{\eta_b^2}{2r_j \sigma_b \rho_b}$$

где: ρ_b , η_b , σ_b — плотность, вязкость и коэффициент поверхностного натяжения материала частиц. В ходе расчетов выяснилось, что влияние коэффициента захвата e_{ij} на основные характеристики течения незначительно и поэтому полагалось $e_{ij} = 1$. Учитывалась возможность аэродинамического дробления частиц за счет обдува их потоком газа, причем в соответствии с [3] полагалось, что частица после достижения ею критического числа Вебера $We_c = 17$ ($We = 2\rho r_i / \sigma_b |U - U_i|^2$) дробится на две равные части. Зависимость коэффициентов C_{Ri} и C_{ai} от параметров течения выбиралась такой же, как и в [7]:

$$C_{Ri} = \frac{4.5\mu}{\rho_b r_i^2} [1 + 0.26 \cdot 10^{-3} \text{Re}^{1.38} + 0.197 \text{Re}^{0.63}]$$

$$C_{ai} = \frac{1.5\mu}{\rho_b r_i^2 \text{Pr}} [2 + 0.459 \text{Pr}^{0.33} \text{Re}^{0.55}]$$

$$\text{Re} = |U - U_i| 2r_i \rho / \mu, \quad \mu = \mu_0 (T/T_0)^{0.71}$$

где: Pr — число Прандтля, μ_0 — вязкость газа при температуре торможения T_0 .

2. Рассматривались классические сопла Лавалья, для которых всегда выполняются условия $u(x, y) > 0$, $u_i(x, y) > 0$.

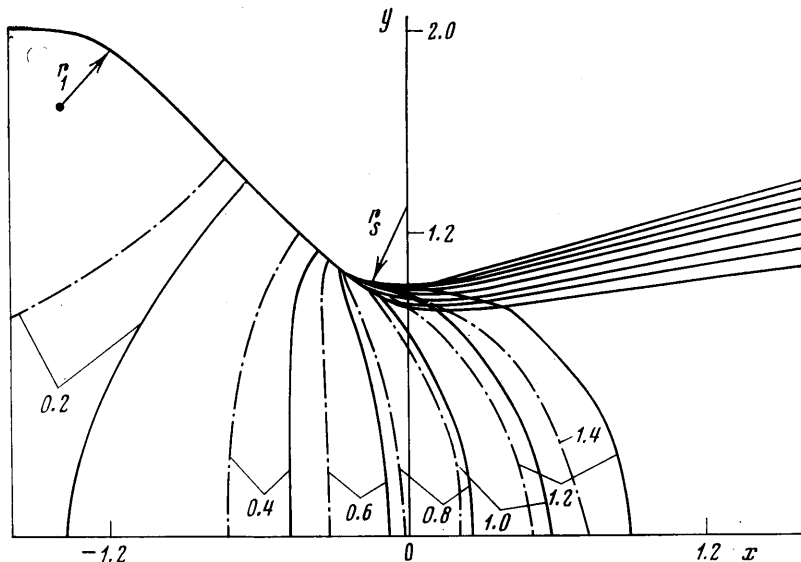
Область течения разбивалась на две подобласти [7]: дотранзвуковую, ограниченную слева входным сечением сопла $x = x_0$, справа — прямой $x = x_1 = \text{const}$, на которой число Маха, определенное по «замороженной» скорости звука $M_x = u(x, y) / a(x, y) > 1$, и сверхзвуковую ($x_1 \leq x \leq x_c$, x_c — абсцисса среза сопла).

Расчет первой области проводился с помощью метода установления, причем нестационарной заменялась только система (1.1), описывающая движение газа. Система уравнений (1.2) в силу условия $u_i(x, y) > 0$ является « x -гиперболической» [8] и решалась в стационарной постановке. Такой подход для случая монодисперсного конденсата был реализован в [7]. Для расчета же полидисперсных течений в силу значительных затрат машинного времени на решение системы (1.2), состоящей из $5 \times l$ уравнений, представляется более целесообразным использовать итерационный подход работы [8]. Итерации организуются следующим образом. При известных полях параметров газа интегрируется система (1.2) и одновременно насчитываются и запоминаются правые части для (1.1). Затем методом установления при фиксированных значениях правых частей находится стационарное решение системы (1.1) и процесс повторяется до сходимости с заданной точностью.

Для решения (1.1) методом установления использовалась явная консервативная разностная схема Мак-Кормака второго порядка точности [9] для интегрирования системы (1.2), относящейся к классу «жестких» систем — явно- неявная схема также второго порядка точности [10], реализованная автором в [7] для расчета течений с монодисперсным конденсатом. При этом в правых частях (1.2) члены, определяющие теплообмен и силовое взаимодействие между газом и частицами, учитывались неявным образом [7, 10], а члены, описывающие коагуляционные эффекты, — явным. Такой подход существенно упрощает разностную схему и в то же время, как показали

расчеты, возникающее из-за этого ограничение на шаг интегрирования не слишком обременительно и имеет место лишь в области горловины сопла протяженностью $\sim 1.5r_*$ (r_* — радиус минимального сечения сопла), где интенсивность роста размеров частиц наибольшая.

Расчет сверхзвуковой области течения в сопле осуществлялся путем совместного интегрирования систем (1.1), (1.2) с помощью тех же разностных схем. Начальные данные выбирались после расчета дотрансзвуковой области на прямой $x=x_2=\text{const}$, на которой число Маха на оси сопла $M=1.01$. Следует отметить, что всегда $x_2 < x_1$, т. е. производилось перекрытие расчетных областей с целью исключения влияния экстраполяции параметров газа на правой границе при расчете первой области на расчет течения в сверхзвуковой области (параметры течения в узлах сетки, принад-



Фиг. 1

лежащих правой границе $x=x_1$ получались путем экстраполяции из соседних, внутренних узлов).

3. Области решения систем (1.1), (1.2) спрямлялись путем введения новых независимых переменных $\xi=y/Y(x)$, $\eta_i=y/Y_i(x)$, где $Y(x)$ — контур сопла, $Y_i(x)$ — верхняя граница области, занятой i -той фракцией частиц. Положение $Y_i(x)$ определяется в процессе решения (1.2) и описывается ниже.

В этих переменных (1.1), (1.2) также записывались в виде законов сохранения.

На входе в сопло ($x=x_0$) течение предполагалось равновесным и для (1.1) здесь задавались три граничных условия — постоянство полной энтальпии $H_0=k/(k-1) \times \times (p/\rho) + 1/2(u^2+v^2)$, постоянство энтропии $S=p/\rho^k$ и направление вектора скорости $v/u=\xi dY(x)/dx|_{x=x_0}$. Параметры частиц (кроме ρ_i и n_i) полагались равными соответствующим параметрам газа:

$$\rho_i(x_0, y) = \rho(x_0, y) z / (1-z) g_i, \quad n_i(x_0, y) = \rho_i(x_0, y) / m_i$$

где g_i — относительная весовая доля i -той фракции [4] $\left(\sum_{i=1}^{\bar{i}} g_i = 1 \right)$, z — весовая

доля конденсата в целом ($z=G_s^\circ/(G_s^\circ+G^\circ)$, G_s° , G° — расход конденсата и газа во входном сечении сопла соответственно), m_i — масса одной частицы i -той фракции. Принималось, что на входе в сопло частицы распределены по размерам в соответствии с логарифмически-нормальным законом [3], величина среднеквадратичного отклонения $\sigma=1.5$, средний радиус частиц $r_0=0.55$ мкм. Такое распределение дает на входе в сопло среднемассовый диаметр $d_{i3}=2$ мкм.

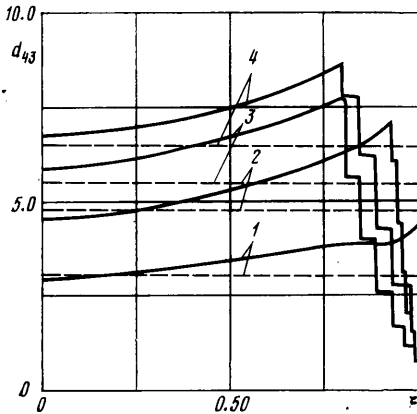
На оси сопла задавались условия симметрии течения, на стенке сопла для газа — условия непротекания $v(x, Y)=u(x, Y)dY(x)/dx$. Положение верхней границы i -той фракции частиц $Y_i(x)$ определялось следующим образом. На каждом шаге интегрирования системы (1.2) из уравнения $dy_i/dx=(v_i(x, Y_i)/u_i(x, Y_i))$ в точке $x+\Delta x$ опре-

делялось новое положение частиц $y_i(x+\Delta x)$, принадлежавших границе $Y_i(x)$ на предыдущем шаге. После этого определялось новое положение границы области

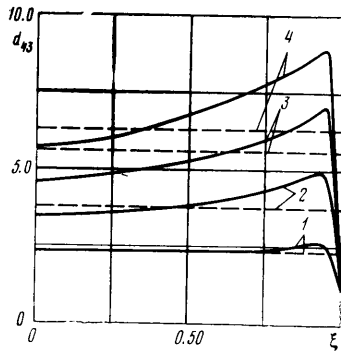
$$Y_i(x+\Delta x) = \begin{cases} Y(x+\Delta x), & \text{если } y_i(x+\Delta x) \geq Y(x+\Delta x) \\ y_i(x+\Delta x), & \text{если } y_i(x+\Delta x) < Y(x+\Delta x) \end{cases}$$

«Обрезание» траекторий частиц, вышедших на стенку сопла, соответствует налипанию частиц на стенку, отход траекторий от стенки — появлению предельной линии i -той фракции.

Поскольку на входе в сопло течение предполагалось равновесным, то здесь $Y_i(x_0) = Y(x_0)$ для всех фракций частиц.



Фиг. 2



Фиг. 3

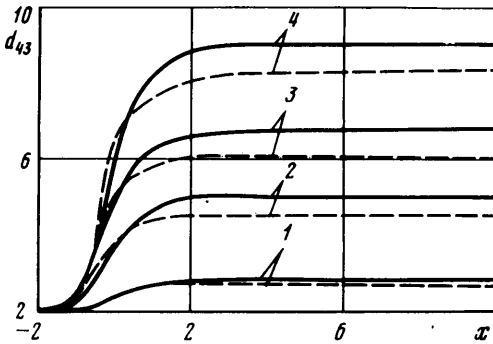
4. Расчеты двухфазных течений проводились для радиусно-конических сопел с параллельным входом (фиг. 1), контуры которых состояли из дуг окружностей радиусов $r_1=r_s=0.5$ (здесь и далее все размеры отнесены к радиусу минимального сечения сопла r_*), сопряженных отрезками прямых с углами наклона к оси $\theta_1=-45^\circ$ в дозвуковой и $\theta_2=15^\circ$ в сверхзвуковой частях сопла. Кроме того, $x_0=-1.8$, $Y(x_0)=2$, $x_c=10$. Значения всех параметров на входе в сопло для модельного состава продуктов сгорания, взятого из [4], принимались следующими: $T_0=3200^\circ \text{K}$, $p_0=4 \text{ мн/м}^2$, $\mu=20 \text{ кг/кмоль}$, $k=1.15$, $\mu_0=9 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м} \cdot \text{сек}$, $\text{Pr}=0.46$, $c_p/c_b=0.56$, $\rho_b=2.4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\eta_b=10^{-2} \text{ кг/м} \cdot \text{сек}$, $\sigma_b=0.4 \text{ н/м}$, $l=8$, где μ — молекулярный вес газовой фазы.

Для выявления двумерных эффектов была специально разработана программа, реализующая обратную задачу в квазиодномерном приближении [11], на основе тех же разностных схем, которые использовались в двумерных расчетах. Результаты квазиодномерных расчетов изображены на всех фигурах штриховыми линиями.

На фиг. 1 приведена общая картина течения в области горловины сопла, представленная положениями изолиний чисел Маха и предельных линий частиц различных фракций. Штрихпунктирные линии соответствуют течению «чистого» газа без второй фазы. Видно, что продольные градиенты течения в двухфазном ядре потока существенно меньше, чем для случая чистого газа, линия звука $M=1$ выносится дальше в расширяющуюся часть сопла. Расслоение предельных линий частиц разных фракций также оказывается весьма значительным, занимая $\approx 30\%$ площади поперечного сечения сопла, что особенно благоприятно для сквозного счета течения газа, поскольку правые части в (1.1) в этой области течения меняются более плавно, нежели для случая монодисперсного конденсата.

На фиг. 2 представлено изменение среднемассового размера частиц d_{43} в различных поперечных сечениях «базового» сопла с диаметром минимального сечения $d_* = 200$ мм и $z = 0.4$. Номера кривых (в порядке возрастания) соответствуют сечениям $x = -0.6, 0, 0.6, 10$. Ступенчатое изменение d_{43} у стенки сопла связано с расслоением предельных линий частиц разных фракций. Видно, что наличие радиальной составляющей вектора скорости приводит к более быстрому росту размеров частиц в пристеночной области сопла по сравнению с осью, особенно в минимальном его сечении. Следствием учета двумерности течения является, таким образом, увеличение размера частиц d_{43} по сравнению с квазиодномерной моделью, что ведет и к увеличению потерь единичного импульса на двухфазность.

На фиг. 3 приведено распределение размера d_{43} в минимальном сечении сопла, где кривые 1, 2 соответствуют $z = 0.1, 0.3$ при $d_* = 200$ мм, а кривые 3, 4 — $d_* = 200, 400$ мм при $z = 0.4$, причем для удобства построения кривых ступенчатое изменение d_{43} в пристеночной области аппроксимировано непрерывным. Если неравномерность распределения d_{43} характеризовать отношением максимального значения d_{43} в данном сечении к его значению на оси сопла, то оказывается, что величина этого отношения практически линейно возрастает с ростом z и не зависит от d_* , т. е. от геометрических размеров сопла.



Фиг. 4

Распределение d_{43} вдоль оси сопла (обозначения те же, что и на фиг. 3) представлено на фиг. 4. Видно, что в дозвуковой области рост частиц в двумерном случае более медленный, чем в квазиодномерном, однако довольно интенсивно продолжается и в сверхзвуковой части сопла, практически прекращаясь при $x \geq d_*$. Интересно, что отношение размеров d_{43} на срезе сопла в двумерном случае к квазиодномерному также практически линейно зависит от z и не зависит от d_* .

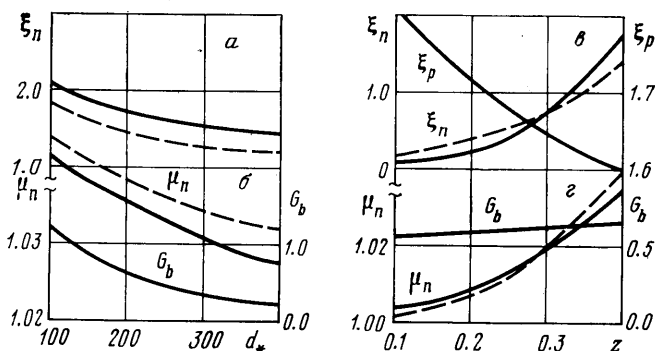
На фиг. 5 приведены результаты расчетов ряда интегральных характеристик сопел для различных значений d_* при $z = 0.4$ и для различных z при $d_* = 200$ мм. На фиг. 5, а изображена зависимость величины двухфазных потерь $\xi_n = (I_e - I_n) / I_e \cdot 100\%$, где I_e, I_n — единичные импульсы равновесного и неравновесного течений. Видно, что влияние двумерности течения на величину ξ_n определяется в основном весовой долей конденсата z и практически не зависит от геометрических размеров сопла d_* . При малых значениях z (фиг. 5, в) величина ξ_n в двумерном случае (ξ_{n2}) оказывается меньшей, чем в квазиодномерном (ξ_{n1}). Это может быть объяснено тем, что при небольших концентрациях частиц коагуляционные эффекты невелики, конденсат является почти монодисперсным, для которого, как получено в работе [7], соотношение $\xi_{n2} < \xi_{n1}$ действительно имеет место. С ростом z размеры частиц в двумерном случае растут быстрее, чем в квазиодномерном (фиг. 2—4) и при $z \geq 0.3$ оказывается $\xi_{n2} > \xi_{n1}$.

Качественно аналогичные зависимости имеют место и для коэффициента расхода сопла $\mu_n = G_n / G_e$ (фиг. 5, б, г). При расчетах также определялась относительная доля конденсата, выпадающего на стенку сопла $G_b = (G_s^\circ - G_e) / G_s^\circ \cdot 100\%$, где G_e, G_s° — расходы конденсата на срезе и во входном сечении сопла. Для рассматриваемых в данной работе сопел выпа-

дательное отношение максимального значения d_{43} в данном сечении к его значению на оси сопла, то оказывается, что величина этого отношения практически линейно возрастает с ростом z и не зависит от d_* , т. е. от геометрических размеров сопла. Распределение d_{43} вдоль оси сопла (обозначения те же, что и на фиг. 3) представлено на фиг. 4. Видно, что в дозвуковой области рост частиц в двумерном случае более медленный, чем в квазиодномерном, однако довольно интенсивно продол-

дение имеет место только в дозвуковой части сопла (зависимости G_b от z и d_* приведены на фиг. 5, б, з). Уменьшение G_b по мере роста d_* связано с увеличением коэффициента сопротивления C_{Ri} , влияние же процесса коагуляции, приводящего к росту G_b , в дозвуковой области невелико, о чем свидетельствует и слабая зависимость G_b от z (фиг. 5, з).

Определялись также значения потерь на рассеяние на срезе сопла. Зависимость ξ_p от z (в %) приведена на фиг. 5, в. Уменьшение ξ_p с ростом z обусловлено ростом размеров частиц и уменьшением угла наклона их траекторий к оси сопла. От d_* величина ξ_p практически не зависит. Это



Фиг. 5

связано с тем, что с увеличением z увеличиваются C_{Ri} и K_{ij} , влияние которых на ξ_p противоположное.

Расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-6, разностная сетка в дозвуковой области течения имела размер 56×30 , в сверхзвуковой — 40 узлов в поперечном сечении сопла. Установление течения в первой области считалось достигнутым, если величина единичного импульса здесь менялась за 100 временных шагов не более чем на 0.01%. Контроль за точностью проводился путем сравнения рассчитываемых величин на сетках 56×30 и 28×15 и показал, что интегральные характеристики течения определялись на мелкой сетке с точностью не ниже 0.1%.

Программы написаны для транслятора АЛГОЛ-ГДР, время счета одного варианта составляло ~ 4 час, однако при многовариантном счете сокращалось примерно вдвое за счет соответствующего выбора начальных данных.

Автор выражает благодарность А. А. Глазунову за большую помощь в проведении расчетов и признательность И. М. Васенину за интерес и внимание к работе, а также за ряд замечаний критического характера.

Поступила 26 VI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматулин Х. А. Основы газодинамики взаимнопроникающих движений сжимаемых сред. ПММ, 1956, т. 20, № 2.
2. Крайко А. Н., Низаматулин Р. И., Старков В. К., Стернин Л. Е. Механика многофазных сред. В сб. Гидромеханика, т. 6. Итоги науки и техники. ВИНТИ АН СССР, М., 1972.
3. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М., «Машиностроение», 1974.
4. Алемасов В. Е., Дрегалин А. Ф., Тишин А. П., Худяков В. А. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания, т. 1. М., 1971.
5. Марчук Г. И. Методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1961.
6. Кисаров Ю. Ф., Липанов А. М. Расчет параметров двухфазного течения в осесимметричном сопле Лаваля с учетом коагуляции и дробления частиц. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 4.

7. Глазунов А. А., Рычков А. Д. Исследование неравновесных двухфазных течений в осесимметрических соплах Лавалья. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6.
 8. Крайко А. Н. Решение прямой задачи теории сопла Лавалья при течении смеси газа и инородных (твердых или жидких) частиц. В сб. Парожидкостные потоки. Минск, Изд-е Ин-та тепло- и массообмена, 1977.
 9. MacCormack R. W. The effect of viscosity in hyper-velocity impact cratering. AIAA Paper, 1969, No. 354.
 10. Рычков А. Д. Об одной разностной схеме, используемой при расчетах неравновесных и двухфазных течений. В сб.: Газовая динамика. Томск, Изд-во ТГУ, 1977.
 11. Тишин А. П., Хайрулдинов Р. И. К расчету коагуляции частиц конденсата в соплах Лавалья. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5.
-