

## ИНВЕРСИЯ НАСЕЛЕННОСТЕЙ ЗА ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНОЙ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В СРЕДЕ С ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТЬЮ

М. И. ПОДДУЕВ

(Москва)

Создание активной среды с помощью детонации исследовалось в ряде работ. Предлагалось использовать разлет продуктов детонации ацетилено-воздушной смеси в вакуум [1] и охлаждение продуктов детонации смеси углеводородов с воздухом через сопло [2, 3]. В работе [4] детонация твердого ВВ использовалась для создания инверсии населенностей в смеси газов  $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{-He (H}_2\text{O)}$ . Экспериментально наблюдалась генерация на молекулах HF за фронтом пересжатой детонационной волны, распространяющейся в смеси  $\text{F}_2\text{O - H}_2\text{-Ar}$  в ударной трубе [5]. Изучался вопрос об инверсии населенностей за детонационной волной в смесях  $\text{H}_2\text{-F}_2\text{-He}$  [6-8] и  $\text{H}_2\text{-Cl}_2\text{-He}$  [9] при выделении энергии на плоскости и на прямой в среде с постоянной плотностью.

Сходные задачи решались и для ударных волн, распространяющихся как в однородной газовой среде [7, 10], так и в сверхзвуковой части расширяющегося сопла<sup>1</sup>.

В настоящей статье теоретически исследуется вопрос о получении инверсии населенностей за пересжатой детонационной волной, распространяющейся по смеси (мелкие частицы углерода + ацетилен + воздух), которая истекает через гиперзвуковое сопло. Распространение детонации в средах с переменной плотностью и начальной скоростью рассматривалось, например, в работах [11, 12]. Анализ параметров газа за детонационной волной, распространяющейся в среде с постоянной плотностью (для данной горючей смеси), показал, что перепад температур за фронтом детонации недостаточен для создания инверсии населенностей колебательных уровней молекулы  $\text{CO}_2$ .

**1. Модель гиперзвукового истечения горючей смеси через сопло.** Будем считать смесь ацетилен+воздух совершенным газом с постоянными теплоемкостями ( $c_v', c_p' = c_v' + R'$ , где  $R'$  — газовая постоянная данной смеси), а частицы углерода очень мелкими (характерный диаметр порядка 1 мкм), тогда уравнения состояния можно записать в виде [11]

$$(1.1) \quad \begin{aligned} p/\rho &= (\gamma - 1)E, & p/\rho &= RT, & R &= R'/(1 + \alpha) \\ c_v &= (c_v' + \alpha c)/(1 + \alpha), & c_p &= c_v + R, & \gamma &= c_p/c_v \end{aligned}$$

Здесь  $c$  — теплоемкость частиц углерода, предполагаемая постоянной;  $\alpha$  — массовая доля частиц в единице объема по отношению к массе газа в нем;  $E, p, \rho, T$  — внутренняя энергия, давление, плотность, температура смеси.

Рассмотрим адиабатическое стационарное истечение горючей смеси через сопло в одномерном приближении. В этом случае для параметров среды в сопле имеет место интеграл Бернулли и его следствия, учитывающие уравнения состояния (1.1):

$$(1.2) \quad \begin{aligned} v &= v_{\max} (1 + z)^{-1/2} \\ p &= p_0 z^{1/(\gamma-1)} (1 + z)^{-1/(\gamma-1)} \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Туник Ю. В. Влияние характеристик течения релаксирующего газа на параметры газодинамического лазера. Автореф. канд. дис. Ин-т механики МГУ, 1976.

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \rho &= \rho_0 z^{1/(\gamma-1)} (1+z)^{-1/(\gamma-1)} \\ T &= T_0 z (1+z)^{-1} \\ z &= \frac{2}{(\gamma-1)M^2}, \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0}} \end{aligned}$$

Здесь  $p_0, \rho_0, T_0$  — параметры торможения;  $v$  и  $M$  — скорость и число Маха.

Пусть смесь истекает из большого резервуара (в котором  $p=p_0, \rho=\rho_0, T=T_0, v=0$ ) в окружающее пространство с постоянным давлением через сопло Лавала. Зададим площадь расширяющейся части сопла в виде  $S = \sigma_v r^{\nu-1}$ , а площадь минимального сечения сопла  $S_{\min} = \sigma_v r_*^{\nu-1}$  ( $\nu > 1$ , причем  $\nu=2$  соответствует цилиндрической симметрии,  $\nu=3$  — сферической). Предположим, что истечение сверхзвуковое, тогда закон сохранения массы можно записать в виде [13]

$$(1.4) \quad \rho v S = \rho_* v_* S_{\min} = G = \text{const}$$

Здесь  $\rho_*, v_*$  — критические значения параметров течения, установившегося в минимальном сечении сопла.

Из (1.2) — (1.4) для сверхзвуковой части сопла следуют равенства:

$$(1.5) \quad z^{1/(\gamma-1)} (1+z)^{-(\gamma+1)/2(\gamma-1)} = \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)} \left( \frac{r_*}{r} \right)^{\nu-1}$$

$$(1.6) \quad \rho = \frac{A}{r^{\nu-1}} \sqrt{1+z}, \quad A = \rho_0 \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)} r_*^{\nu-1}$$

Так как  $\nu > 1, \gamma > 1$ , а  $M \geq 1$  или  $z \leq 2/(\gamma-1) = \text{const}$ , то из (1.5) следует, что для любого  $r_*$  существует такое  $r_+$ , что для любого  $r > r_+$  можно считать  $z \ll 1$ , причем если устремить  $r_+$  к нулю, то  $r_+$  тоже будет стремиться к нулю (при этом параметры торможения не важны). Далее примем, что  $r_+$  и  $r_+$  малы и во всей области сверхзвукового течения будем приближенно считать  $z \ll 1$  и  $r \geq 0$ . Тогда для этой области из (1.2) и (1.6) получим законы изменения скорости и плотности

$$(1.7) \quad v = v_{\max}, \quad \rho = A/r^{\nu-1}$$

Необходимо отметить, что из малости  $z$  и из формул (1.3) не следует малость  $p, \rho, T$  в потоке, так как  $p_0, \rho_0, T_0$  — могут быть большими величинами.

**2. Расчет параметров газа за детонационной волной, распространяющейся в среде с переменной плотностью и постоянной скоростью.** Будем считать горючую смесь стехиометрической. Процентное содержание ацетилена обуславливается как детонационной способностью смеси, так и процентным содержанием паров воды в продуктах детонации. Детонация смеси угольной пыли и воздуха была обнаружена экспериментально [14, 15], однако в настоящей работе для улучшения детонационной способности рассматривается смесь с добавкой ацетилена. Влияние добавки метана на детонацию угольной пыли исследовалось в работе [16].

Рассмотрим возмущение движения горючей смеси, истекающей через гиперзвуковое сопло, вызванное одновременным прекращением подачи горючей смеси в сопло и возникновением детонации в точке  $r=0$  в момент времени  $t=0$ . При  $t > 0$  вниз по потоку распространяется детонационная волна. Считаем, что в детонационной волне углерод и ацетилен окисляют

ся до  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$  ( $\text{N}_2$  входит балластом), а газодинамические параметры продуктов детонации удовлетворяют следующим уравнениям состояния [17]:

$$(2.1) \quad \frac{p}{\rho} = \frac{R_0}{\mu} T, \quad E = \frac{R_0}{\mu} \left[ \beta T + \sum_i g_i \xi_i \theta_i e_i \right] = E(T, e_i)$$

$$e_i = [\exp(\theta_i/T_i) - 1]^{-1}, \quad \beta = 1.5 + \xi_L + 1.5 \xi_N$$

Здесь  $R_0$  — универсальная газовая постоянная,  $\mu$  — молекулярный вес смеси,  $g_i$  — степень вырождения  $i$ -го типа колебаний;  $\xi_i$  — молекулярная доля компонента, к которой относится  $i$ -тый тип колебаний;  $\theta_i, T_i$  — характерная и текущая колебательные температуры  $i$ -го типа колебаний;  $\xi_L$  — молярная доля компонента, состоящего из линейных молекул,  $\xi_N$  — то же для нелинейных молекул;  $E, p, \rho, T$  — внутренняя энергия, давление, плотность, температура продуктов детонации.

Пренебрежем изменением внутренней энергии продуктов детонации за счет отклонений колебательных энергий от равновесных значений, т. е. будем считать, что  $T_i = T$  в (2.1) (для всех  $i$ ) и, следовательно,  $E = E(T)$ .

Далее предположим, что газ за детонационной волной не излучает, не вязкий, не теплопроводный. Тогда уравнения движения для квазиодномерных течений запишем в виде [11]:

$$(2.2) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial r} + (v-1) \frac{\rho v}{r} = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + p \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho} \right) + v \left[ \frac{\partial E}{\partial r} + p \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{\rho} \right) \right] = 0$$

Система уравнений (2.1), (2.2) является замкнутой. Сформулируем граничные условия.

Считая детонационную волну сильной и «бесконечно тонкой», запишем следующие соотношения на ней [14]:

$$(2.3) \quad \rho_1 (v_1 - D) = \rho_2 (v_2 - D)$$

$$\rho_1 (v_1 - D)^2 = \rho_2 (v_2 - D)^2 + p_2$$

$$\frac{1}{2} (v_1 - D)^2 + Q = \frac{1}{2} (v_2 - D)^2 + \frac{p_2}{\rho_2} + E_2$$

Здесь  $Q$  — количество тепла, выделяющегося при сгорании единицы массы горючей смеси;  $D$  — скорость распространения детонационной волны (индексом 1 помечены величины перед волной, а индексом 2 — за волной). Из (1.7) следует, что  $v_1 = v_{\max}$ ,  $\rho_1 = A/r^{v-1}$ .

Так как при  $t > 0$  газ не поступает в сопло, то необходимо выставить следующее граничное условие:

$$(2.4) \quad v = 0 \quad (r = 0, t > 0)$$

Из постановки задачи следует, что определяющими параметрами будут:  $v, Q, v_1, A, \theta_i R_0/\mu, \mu_i, \xi_i, g_i, r, t$ ; из них за независимые размерные постоянные можно принять  $Q$  и  $A$ . В такой приближенной постановке рассмотренная задача является автомодельной [11].

В уравнениях (2.1), (2.2) и граничных условиях (2.3), (2.4) произведем замену переменных:

$$v = \frac{r}{t} V(\lambda), \quad \rho = \frac{A}{r^{\nu-1}} R(\lambda), \quad p = \frac{A}{r^{\nu-1}} \left( \frac{r}{t} \right)^2 P(\lambda)$$

$$\lambda = \frac{r}{Dt}, \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

Уравнения перейдут в систему обыкновенных дифференциальных уравнений для величин  $V$ ,  $R$  и  $P$ , которые аналогичны выписанным в работе [11]. Решая эту систему, найдем функции  $V(\lambda)$ ,  $R(\lambda)$  и  $P(\lambda)$ , а следовательно, и  $v(r, t)$ ,  $\rho(r, t)$ ,  $p(r, t)$ . Через уравнение состояния определяется  $T(r, t)$ . Для данной системы обыкновенных дифференциальных уравнений существует интеграл масс [11]

$$(2.5) \quad M_+ = \sigma_+ R(1 - V)$$

Здесь  $m = ArM_+(\lambda)$  — масса. Используя (2.5), легко следить за изменением газодинамических параметров в любой частице газа. Система также допускает и интеграл адиабатичности [18].

**3. Кинетические процессы и инверсия населенностей за детонационной волной.** В п. 2 пренебрегалось влиянием неравновесности колебательных энергий на газодинамические параметры течения, однако обратным влиянием пренебречь нельзя. Следовательно, необходимо исследовать релаксационную картину на «фоне» рассмотренных в п. 2 газодинамических параметров.

Изменения чисел колебательных квантов в частице газа описываются следующими уравнениями:

$$(3.1) \quad \frac{\partial e_i}{\partial t} = p F_i(T, e_j) \quad (i, j = 1, 2, 3, 4)$$

Здесь  $F_i$  — функции, определенные в работе [17].

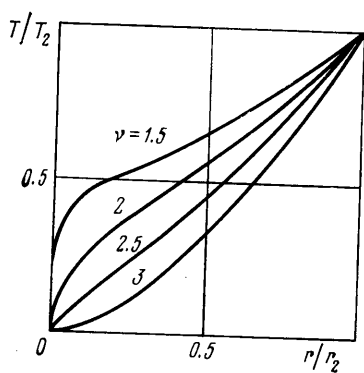
Начало наблюдения за частицей газа определяется моментом времени  $t_0$  захвата ее детонационной волной на расстоянии  $r_0 = Dt_0$  от начала гиперзвуковой части сопла. Считаем, что в момент захвата все колебательные энергии в частице равны своим равновесным значениям.

Для постоянного состава горючей смеси  $Q = \text{const}$ . Если также задать  $\nu$  и  $T_0$ , то  $D$  и функции  $V(\lambda)$ ,  $R(\lambda)$ ,  $P(\lambda)$  будут одинаковыми для любых значений  $A$  и  $r_0$ . Тогда из (2.5) и решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений следует соотношение  $r/r_0 = f(\lambda)$ , но  $\lambda = (r/r_0)/(t/t_0)$ , поэтому:  $\lambda = f_1(t/t_0)$ . Теперь (3.1) перепишем в виде

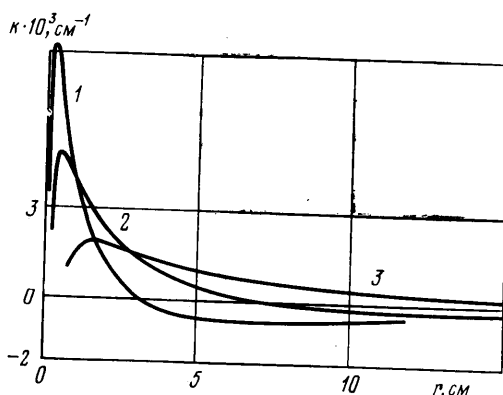
$$\frac{\partial e_i}{\partial (t/t_0)} = t_0 \frac{A}{r_0^{\nu-1}} D^2 \frac{\lambda^2 P(\lambda)}{(r/r_0)^{\nu-1}} F_i(T(\lambda), e_j)$$

$$\lambda = f_1(t/t_0), \quad r/r_0 = f(\lambda)$$

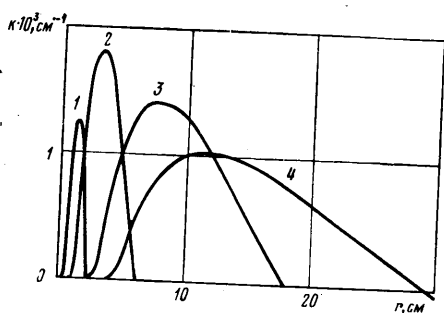
Из этих уравнений следует закон подобия для зависимостей  $e_i$  от  $t$  для различных частиц газа и для различных значений  $A$  (при постоянных  $\nu$ ,  $T_0$  и составе газа). Выражение  $e_i = e_i(t/t_0)$  будут теми же, если  $t_0 D^2 A / r_0^{\nu-1} = \text{const}$ . Величина  $D$  не зависит от  $A$  и выбора частицы, а  $t_0 = r_0 / D$ , поэтому  $A / r_0^{\nu-2} = \text{const}$ . Следовательно, при  $\nu = 2$  (цилиндрическая симметрия) зависимости  $e_i = e_i(t/t_0)$  для любой частицы газа (при фиксированном  $A$ ) одинаковы, и поэтому относительная инверсия населенностей для различных частиц газа одинаково ведут себя в зависимости от переменной  $t/t_0$ . Однако такого критерия подобия для величины коэффициента оптического



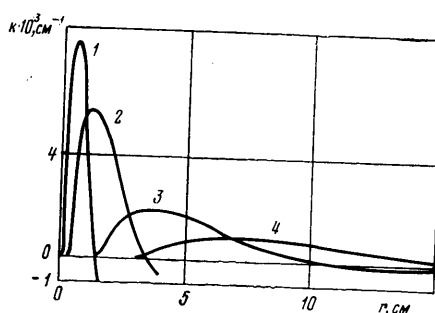
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

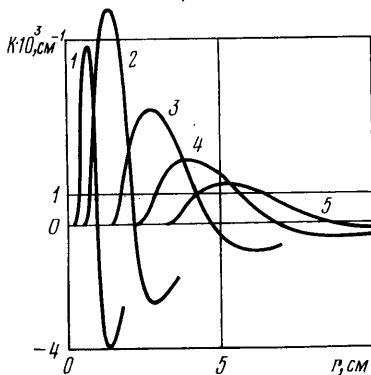
усиления слабого сигнала нет, так как давление в его выражение входит нелинейным образом [17]. Поэтому при постоянном соотношении компонент горючей смеси и постоянной  $T_0$  для  $\nu=2$  необходимо оптимизировать коэффициент усиления в частице газа по двум параметрам:  $A$  и  $r_0$ .

**4. Методы решения и обсуждение результатов.** Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описанных в п. 2, проводилось численно при следующих значениях параметров:  $\xi_{\text{C}_2\text{H}_2} = 0.025$ ,  $\xi_{\text{O}_2} = 0.205$ ,  $\xi_{\text{N}_2} = 0.77$ ,  $\alpha = 0.06$ ,  $Q = 2.9 \text{ Кдж/г}$ ,  $\gamma = 1.37$  и  $\xi_{\text{C}_2\text{H}_2} = 0.077$ ,  $\xi_{\text{O}_2} = 0.194$ ,  $\xi_{\text{N}_2} = 0.729$ ,  $\alpha = 0$ ,  $Q = 3.5 \text{ Кдж/г}$ ,  $\gamma = 1.38$ ; для обоих наборов параметров  $T_0 = 293^\circ \text{ К}$ . Показатель  $\nu$  выбирался равным ряду значений: 1.5, 2, 2.5, 3. Анализ поля интегральных кривых показал, что для данных  $\nu$ ,  $T_0$  и двух наборов параметров горючей смеси (для любого  $A$ ) существуют единственные решения этой системы уравнений, причем детонационная волна является пересжатой (существует аналогия со случаем  $\nu_1 = 0$  [11]).

Фигуры 1—5 соответствуют первому набору параметров горючей смеси. Расчеты для второго набора показывают, что качественно вид кривых сохраняется, однако абсолютные значения коэффициента усиления ниже.

На фиг. 1 показано распределение температур за фронтом детонации для различных  $\nu$ . Видно, что при увеличении  $\nu$  градиент температур непосредственно за детонационной волной растет, а в начале гиперзвуковой части сопла падает. Температура на фронте детонации достигла величин порядка  $3000^\circ \text{ К}$ .

Теоретическое исследование задачи о детонации в соплах требует и экспериментального сравнения, так как в действительности есть предел существования детонации по плотности горючей смеси перед волной [19],



Фиг. 5

очень узкой зоне около начала гиперзвуковой части сопла и для малых значений  $A$ .

На фиг. 2 приводятся распределения коэффициента усиления в зависимости от расстояния до начала гиперзвуковой части сопла для различных моментов времени, причем  $\nu=2$ ,  $A=1.24 \cdot 10^{-4}$  ( $A$  имеет размерность  $g/cm^{4-\nu}$ ). Линиям 1–3 соответствуют значения  $t$  284, 636, 1873 мксек; при этом  $D=258060$  см/сек. Хорошо наблюдаются уменьшение максимального коэффициента усиления со временем и увеличение зоны инверсии. Достигаются приемлемые значения коэффициента усиления.

На фигурах 3 и 4 показаны те же зависимости для случая  $\nu=2.5$ . Линиям 1–4 на фиг. 3 соответствуют значения  $t$  71, 165, 443, 708 мксек и  $A=2 \cdot 10^{-3}$ , а на фиг. 4 – значения  $t$  36, 94, 326, 667 мксек и  $A=2 \cdot 10^{-4}$ . При этом  $D=259580$  см/сек. Видно, что при увеличении  $A$  максимальный коэффициент усиления падает, однако зона инверсии с приемлемым коэффициентом усиления растет и достигает нескольких сантиметров.

На фиг. 5 показаны распределения коэффициента для  $\nu=3$ ,  $A=3 \cdot 10^{-4}$ . Линиям 1–5 соответствуют значения  $t$  14, 31, 76, 121, 169 мксек; при этом  $D=261480$  см/сек. Следует отметить, что при увеличении  $\nu$  зона инверсии смещается ближе к детонационной волне, а появление максимального коэффициента усиления происходит раньше.

Изменение состава горючей смеси тоже значительно влияет на величину коэффициента усиления. Расчеты для  $\nu=3$ ,  $A=3 \cdot 10^{-4}$  и второго состава горючей смеси показывают, что абсолютные значения коэффициента усиления приблизительно в два раза меньше, чем представленные на фиг. 5, для тех же моментов времени и расстояний; при этом  $D=281310$  см/сек.

В заключение автор выражает признательность В. П. Коробейникову за полезное обсуждение результатов.

Поступила 12 II 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Марченко В. М., Прохоров А. М. О возможности создания инверсной среды для лазеров посредством взрыва. Письма в ЖЭТФ, 1971, т. 14, вып. 2.
2. Tulip J., Seguin H. Explosion-pumped gasdynamic CO<sub>2</sub> laser. Appl. Phys. Lett., 1971, vol. 19, No. 8.
3. Armstrong B. A., Ahlborn B., Mikoshiba S., Tulip J. CO laser gain measurements in acetylene oxygen detonation products. Canad. J. Phys., 1978, vol. 56, No. 1.
4. Поддубев М. И. Об одном способе получения инверсии колебательных населенностей в смеси газов CO<sub>2</sub> – N<sub>2</sub> – He (H<sub>2</sub>O). Квантовая электроника, 1979, т. 6, № 2.
5. Gross R. W. F., Giedt R. R., Jacobs T. A. Stimulated Emission behind Overdriven Detonation waves in F<sub>2</sub>O – H<sub>2</sub> Mixtures. J. Chem. Phys., 1969, vol. 51, No. 3.

6. Guenoche H., Lee J. H. S., Sedes C. Population Inversion in Blast Waves Propagating in  $H_2 - F_2 - He$  Mixtures. *Combustion and Flame*, 1974, vol. 22, No. 2.
7. Lee J. H. S., Bui T. D., Knystautas R. Population inversion in blast waves. *Acta Astronautica*, 1974, vol. 1, No. 7/8.
8. Guenoche H., Lee J. H. S., Sedes C. Population inversion behind a shock in a mixture:  $H_2, F_2, He$ . *Acta Astronautica*, 1976, vol. 3, No. 1/2.
9. Guenoche H., Sedes C. Calcul de l'inversion de population entre les niveaux de vibration de HCl en aval d'une onde de choc droite et d'une onde de souffle cylindrique. *Compt. rend. Acad. Sci., Sér. B*, 1976, т. 282, No. 20.
10. Левин В. А., Марков В. В., Осипкин С. Ф., Туник Ю. В. Численное моделирование взрывных явлений с учетом неравновесных физ.-хим. процессов. VI Междунар. конф. по численным методам в гидродинамике (Тбилиси, 1978). Сб. докладов, т. 2. М., 1978.
11. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1977.
12. Захаров Н. С., Коробейников В. П. Автомодельные движения газа при локальном подводе массы и энергии в горючей смеси. *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1979, № 4.
13. Седов Л. И. Механика сплошной среды, т. 2. М., «Наука», 1973.
14. Cybulski W. B. Detonation of coal dust. *Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. sci. techn.*, 1971, vol. 19, No. 5.
15. Cybulski W. Detonacja pyłu węglowego. *Przegląd górniczy*, 1974, т. 30, No. 3.
16. Абинов А. Г., Чеховских А. М. Экспериментальное исследование детонации, возникающей при взрывах метана и угольной пыли в шахтах. В сб.: Детонация. Критические явления. Физ.-хим. превращения в ударных волнах. Черноголовка, 1978 (АН СССР, Отд-ние ин-та хим. физики).
17. Лосев С. А. Газодинамические лазеры. М., «Наука», 1977.
18. Коробейников В. П. Задачи теории точечного взрыва в газах. *Тр. Матем. ин-та АН СССР*, 1973, т. 119.
19. Lee J. H., Soloukhin R. I., Oppenheim A. K. Current Views on Gaseous Detonation. *Astronautica Acta*, 1969, vol. 14, No. 5.
20. Самарский А. А. Теория разностных схем. М., «Наука», 1977.