

ВОЛНЫ В ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА ПРИ УЧЕТЕ ОБЪЕМНОЙ ВЯЗКОСТИ

Г. М. ЛЯХОВ, В. Н. ОХИТИН

(Москва)

Закономерности распространения волн в твердых и жидких пористых средах существенно зависят от объемной вязкости. В многокомпонентных средах — жидкости с пузырьками газа и водонасыщенном грунте, поры которого заполнены водой с пузырьками воздуха, касательные напряжения и остаточные деформации пренебрежимо малы что позволяет исследовать влияние вязкости на волновые процессы, не усложненное действием других факторов.

Модель однородной (гомогенной) многокомпонентной среды предложена в работе [1], а в [2] — модель, учитывающая объемную вязкость. На основе [2] решены задачи о распространении волн, создаваемых ударной и взрывной нагрузкой [3–5].

Ниже с помощью ЭВМ методом характеристик получено решение задачи о распространении плоской волны, создаваемой непрерывно меняющейся нагрузкой (полупериод синусоиды). Применена модель [2]. Исследовано влияние на параметры волны содержания компонентов, радиуса пузырьков, величины и длительности нагрузки. Показано, что при распространении происходит размывание волны, длительность нарастания давления до максимума увеличивается. Размывание может сопровождаться возрастанием крутизны некоторого участка профиля волны, приближением его к ударному. При дальнейшем распространении размывание продолжается, а крутизна убывает. Возрастание крутизны обусловлено нелинейностью диаграммы статического сжатия среды, размывание — объемной вязкостью.

Волновые процессы в жидкостях с пузырьками газа исследуются также на основе других модельных представлений. В работах [6, 7] проводится обобщение уравнения Рэлея — Ламба на случай ансамбля пульсирующих пузырьков. Изучается влияние тепловой диссипации и межфазного теплообмена на эволюцию волны. В [8–10] для изучения слабых ударных и непрерывных волн привлекается уравнение Бюргера — Кортевега — де Вриза. В модели [11] учитываются инерционные свойства жидкости при радиальном движении пузырьков. В [12] предлагается учитывать вязкую диссипацию, связанную с поступательным движением пузырьков относительно жидкости. Модель, аналогичная [1], предложена в [13]. Рассмотрено прохождение волны через слой жидкости с пузырьками газа. Отражение плоской волны от твердой преграды при разных углах падения на основе модели [1] исследовано в [14].

1. Модель многокомпонентной среды. Постановка задачи. Многокомпонентные среды являются мелкодисперсными. Например, при содержании газа по объему $\alpha_1 = 0.01$ и радиусе пузырька $r_0 = 0.01$ см в 1 см³ воды заключено 2388 пузырьков. При распространении волны пузырьки газа совершают затухающие радиальные колебания. В точке среды сказывается влияние пульсаций пузырьков, заключенных в большом объеме. Пузырьки колеблются не синхронно, так как возмущение подходит к ним не одновременно. При разных радиусах их колебания еще более отличаются по фазе. Введем осредненное давление p , скорость частиц (массовую скорость) u , плотность среды ρ . Осреднение проводится по макрообъему, содержащему много пузырьков. Линейные размеры этого объема малы по сравнению с длиной волны. Наложение пульсаций отдельных пузырьков приводит к монотонному изменению осредненных величин. Закономерности волновых процессов определяются поведением среды в макрообъеме. Датчик фиксирует осредненное давление, на которое могут накладываться колебания от-

дельных, близко расположенных пузырьков. Подобный профиль волны получен в случае слабых волн [15, 16]. Амплитуды дополнительных колебаний с убыванием радиуса пузырьков, с увеличением их числа в единице объема и различий в радиусах, как показывают опыты, уменьшаются практически до полного исчезновения [2, 17].

В модели [2] рассматриваются осредненные значения p , u и ρ . Принимается, что в свободном состоянии газобразный и жидкий компоненты сжимаются по уравнениям

$$(1.1) \quad p = p_0 + \frac{\rho_{i0} c_{i0}^2}{\gamma_i} \left[\left(\frac{\rho_i}{\rho_{i0}} \right)_i^{\gamma_i} - 1 \right]$$

что соответствует адиабате Пуассона для газа и уравнению Тэта для жидкости. При этом $i=1$ относится к газу, $i=2$ — к жидкости, ρ_{i0} , V_{i0} , c_{i0} — плотность, удельный объем и скорость звука в компонентах при атмосферном давлении p_0 , ρ_i , V_i — при давлении p .

Сжатие пузырьков газа в жидкости при действии нагрузки происходит не мгновенно, а с конечной скоростью, в результате смещения жидкости и заполнения ею начального объема пузырьков. В момент приложения ударной нагрузки объем газобразного компонента не меняется. Его сжатие в среде вместо (1.1) подчиняется уравнению

$$(1.2) \quad p = p_0 + \frac{\rho_{i0} c_{i0}^2}{\gamma_i} \left[\left(\frac{\rho_i}{\rho_{i0}} \right)^{\gamma_i} - 1 \right] - \eta \frac{\dot{V}_i}{V_{i0}}$$

Здесь η — коэффициент объемной вязкости среды. Жидкий компонент в среде сжимается по уравнению (1.1).

Уравнение сжимаемости двухкомпонентной среды при этих предпосылках принимает вид

$$(1.3) \quad \frac{\dot{V}}{V_0} = \varphi(p) \dot{p} - \frac{\alpha_1}{\eta} \psi(p, V)$$

$$\varphi(p) = - \frac{\alpha_2}{\rho_{20} c_{20}^2} \left[\frac{\gamma_2 (p - p_0)}{\rho_{20} c_{20}^2} + 1 \right]^{-(1+\gamma_2)/\gamma_2}$$

$$\psi(p, V) = p - \frac{\rho_{i0} c_{i0}^2 \alpha_i^{\gamma_i}}{\gamma_i} \left\{ \frac{V}{V_0} - \alpha_2 \left[\frac{\gamma_2 (p - p_0)}{\rho_{20} c_{20}^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_2} \right\}^{-\gamma_i}$$

$$1/V_0 = \rho_0 = \alpha_1 \rho_{10} + \alpha_2 \rho_{20}, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

Здесь ρ_0 — плотность среды, а α_1 и α_2 — содержание по объему газобразного и жидкого компонентов. При

$$p \rightarrow \infty, V \rightarrow \infty \quad \text{и} \quad p \rightarrow 0, V \rightarrow 0$$

из (1.3) следуют уравнения динамического (D) и статического (S) сжатия среды:

$$(1.4) \quad \frac{V_D}{V_0} = \alpha_1 + \alpha_2 \left[\frac{\gamma_2 (p - p_0)}{\rho_{20} c_{20}^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_2}, \quad \varphi(p) = \rho_0 \frac{dV_D}{dp}$$

$$(1.5) \quad \frac{V_S}{V_0} = \sum_{i=1}^2 \alpha_i \left[\frac{\gamma_i (p - p_0)}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_i}$$

Диаграмма $V_S(p)$ соответствует равновесному состоянию среды. Уравнение (1.3) справедливо и при разгрузке.

Найдем параметры волны, которая создается нагрузкой, заданной в начальном сечении $r=0$ полупространства уравнением

$$(1.6) \quad \begin{aligned} p &= p_0 + p_m \sin(\pi t / \theta) & (0 \leq t \leq \theta) \\ p &= p_0 & (0 \geq t \geq \theta) \end{aligned}$$

Основные уравнения движения сплошной среды в переменных Лагранжа r — пространственная координата в единицах длины, t — время, имеют вид

$$(1.7) \quad \frac{\partial u}{\partial r} - \rho_0 \frac{\partial V}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

Решение сводится к интегрированию системы (1.7), замыкаемой (1.3) при граничном условии в начальном сечении (1.6) и на фронте волны $p - p_0 = 0, u = 0$ (волна непрерывная).

Перейдем к безразмерным величинам:

$$(1.8) \quad \begin{aligned} p^\circ &= \frac{p}{p_0}, & V^\circ &= \frac{V}{V_0}, & u^\circ &= \frac{u}{c_{20}} \\ x^\circ &= \frac{Ar}{3\eta}, & t^\circ &= \frac{Ac_{20}t}{3\eta}, & D^\circ &= \frac{D}{c_{20}} \\ \theta^\circ &= \frac{Ac_{20}\theta}{3\eta}, & p_m^\circ &= \frac{p_m}{p_0}, & A &= c_{20}\rho_{20} \end{aligned}$$

Здесь D — размерная, D° — безразмерная скорость распространения максимума давления, A — акустическое сопротивление (импеданс) среды.

Коэффициент объемной вязкости определяется экспериментально. Приближенное значение η вычисляется по уравнению [2].

$$(1.9) \quad \eta = 1/3 Ar_0$$

Здесь r_0 — радиус пузырьков газа. Предполагается, что все пузырьки одного радиуса, с учетом (1.9) переменные (1.8) и нагрузка (1.6) принимают вид

$$\begin{aligned} x^\circ &= \frac{r}{r_0}, & t^\circ &= \frac{c_{20}t}{r_0}, & \theta^\circ &= \frac{c_{20}\theta}{r_0} \\ p^\circ &= 1 + p_m^\circ \sin\left(\frac{\pi t^\circ}{\theta^\circ}\right) \end{aligned}$$

Решение проведено на ЭВМ методом характеристик, применение которого к средам с объемной вязкостью излагалось ранее [2, 3]. Рассмотрена среда вода — воздух. В расчетах принято $\rho_{10} = 1.29 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{20} = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $c_{10} = 330 \text{ м/сек}$, $c_{20} = 1500 \text{ м/сек}$, $\gamma_1 = 1.4$, $\gamma_2 = 7$.

Кроме этих величин, характеризующих среду, решение в размерном виде зависит от трех параметров: p_m , θ и r_0 , а в безразмерном от двух: p_m° и θ° . Прочитано пять вариантов. Принятые значения параметров даны ниже.

№ вариан- та	1	2	3	4	5
α_1	0.01	0.01	0.01	0.01	0.1
θ°	1400	10500	175	1400	1400
p_m°	50	50	50	20	50

Решение проведено также на основе модели среды без вязкости [1]. Уравнение сжимаемости и разгрузки имеет вид (1.5). Прочитано шестой вариант при $\alpha_1 = 0.01$, $\theta^\circ = 1400$ и $p^\circ = 50$.

2. Результаты решения и их обсуждение. На фиг. 1 в виде сплошных линий приведены результаты расчета первого варианта. На фиг. 1, а кривые соответствуют изменению давления во времени $p^\circ(t^\circ)$. Здесь и на фиг. 1, г кривые 1–5 соответствуют значениям $x^\circ=0, 100, 350, 550, 800$. С удалением от начального сечения происходит убывание максимального давления и размывание волны, длительность периода нарастания давления до максимума увеличивается. Вперед выдвигается фронт, за которым следует медленное нарастание давления. Затем нарастание становится интенсивнее, а потом снова более медленным и убывает. По мере распространения волны интенсивность нарастания давления на первом участке убывает, профиль волны становится более пологим, а на втором — возрастает, здесь профиль становится более крутым, приближаясь к ударному. При дальнейшем распространении волны крутизна убывает на всем участке нарастания давления.

На фиг. 1, б кривые определяют распределение давления $p^\circ(x^\circ)$ в среде между фронтом возмущения и начальным сечением. Здесь и на фиг. 1, в кривые 1–3 соответствуют значениям времени $t^\circ=1250, 2020, 3080$. Штрихпунктирная линия — зависимость максимального давления в волне от расстояния. На фиг. 1, г кривые соответствуют зависимости скорости частиц от времени на разных расстояниях. Профиль $u^\circ(t^\circ)$, как и $p^\circ(t^\circ)$, при распространении волны сначала становится более крутым, а потом более пологим. Вблизи начального сечения максимумы $u^\circ(t^\circ)$ и $p^\circ(t^\circ)$ достигаются одновременно. Постепенно максимум $u^\circ(t^\circ)$ отстает, возникает запаздывание скорости частиц относительно давления.

На фиг. 1, в дано распределение скорости частиц в среде $u^\circ(x^\circ)$ в разные моменты времени. Штрихпунктирная линия — зависимость максимальной скорости частиц в волне от расстояния. Движение среды от начального сечения продолжается, когда давление уменьшается до начального. С расстоянием u° убывает медленнее, чем p° .

На фиг. 1 штриховые линии соответствуют результатам расчета шестого варианта (среда без вязкости). Непрерывная волна при распространении превращается в ударную вследствие нелинейности диаграммы $V_s(p)$ (уравнение (1.5)). Скачок давления (и скорости частиц) возникает в области малых давлений, где крутизна профиля непрерывной волны наибольшая. Величина скачка постепенно увеличивается, а интервал непрерывного нарастания давления за скачком уменьшается, волна становится чисто ударной.

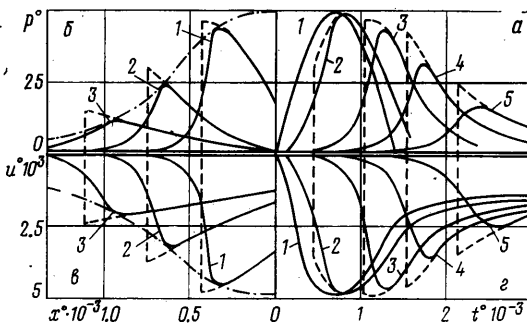
Ниже приведены значения максимального давления p° и скорости его распространения D° в вязкой среде, а также значения максимального давления p^* и скорости его распространения D^* , давления на скачке p_f и скорости его распространения D_f в среде без вязкости. Величины D^* и D_f как и D° , соответствуют отношению размерного значения к скорости звука в воде c_{20} .

x°	0	50	100	200	350	550	800
p°	50	49.9	49.7	48.2	44.1	31.9	16.8
D°	0.8	0.78	0.745	0.625	0.435	0.35	0.28
p^*	50	49.8	49.2	48.2	47.1	42.6	25.8
D^*	1.050	1.045	1.030	0.995	0.752	0.413	0.341
p_f	1	17.9	28.3	40.3	46.7	42.6	25.8
D_f	0.0825	0.292	0.347	0.399	0.428	0.413	0.341

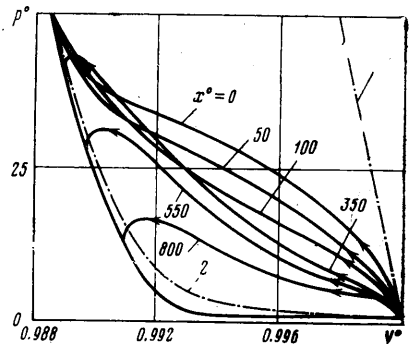
В вязкой среде скорость максимума меньше, чем в среде без вязкости. Скорость скачка сначала растет, а потом падает в зависимости от изменения давления. Скорость максимума в среде без вязкости вблизи сечения $x^\circ=0$ немного больше, а в вязкой немного меньше c_{20} .

На фиг. 2 кривые 1 и 2 — диаграммы динамического и статического сжатия воды с $\alpha_1=0.01$ (уравнения (1.4) и (1.5)). Остальные кривые получены по рассчитанным зависимостям $p^\circ(t^\circ)$ и $V^\circ(t^\circ)$ в вязкой среде (вариант 1), путем исключения времени. Они соответствуют сжатию и разгрузке в частицах среды на указанных расстояниях. При общем приближении по мере распространения волны к статической диаграмме кривые в ряде случаев пересекаются. На всех расстояниях они переходят за статическую диаграмму в область меньших объемов и затем приближаются к начальной точке. Минимальный объем достигается в период уменьшения давления.

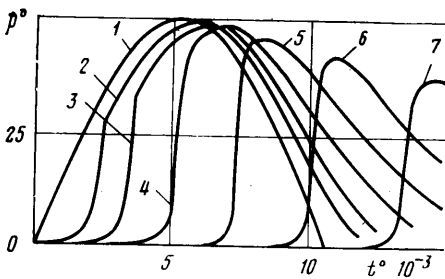
На фиг. 3 представлены результаты расчета второго варианта — зависимости $p^\circ(t^\circ)$ в разных сечениях (кривые 1–7 соответствуют значениям $x^\circ=0, 500, 800, 1400, 2200, 3200, 4400$). Как и в первом варианте, происходит размывание волны и одновременно возрастание крутизны профиля. Крутизна возрастает постепенно при x° , равных 200, 500 и 800, до давлений, равных 24, 27 и 32 соответственно. Возрастание



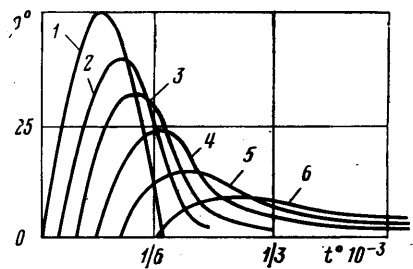
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

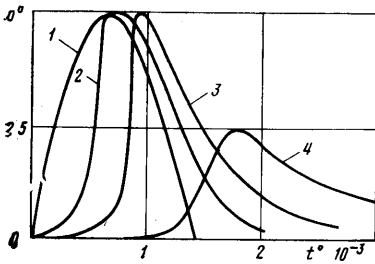
крутизна больше, чем у первого варианта. При $x^\circ > 800$ крутизна уменьшается. Максимальное давление и максимальная скорость частиц с расстоянием убывает медленнее, чем в первом варианте. Скорость частиц при уменьшении давления до начального значения не падает до нуля, движение среды продолжается.

Результаты расчета третьего варианта даны на фиг. 4. В этом случае размывание волны не сопровождается возрастанием крутизны профилей $p^\circ(t^\circ)$ и $u^\circ(t^\circ)$ (кривые 1–6 соответствуют значениям $x^\circ = 0, 20, 40, 70, 110, 160$). Максимальные давление и скорость частиц убывают с расстоянием быстрее, чем в первом варианте.

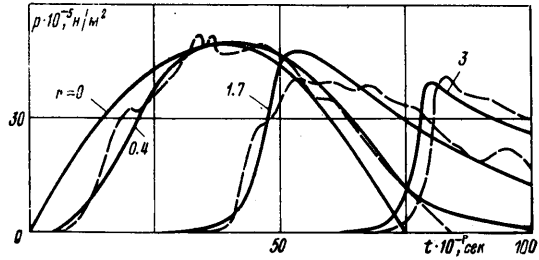
Из сопоставления кривых фиг. 1, 3 и 4 следует, что увеличение длительности нагрузки θ° приводит к более медленному угасанию волны и к более интенсивному возрастанию крутизны профиля. При малых θ° крутизна не возрастает.

Расчеты четвертого варианта показывают, что уменьшение нагрузки p° в начальном сечении приводит к более быстрому угасанию волны, снижению скорости распространения максимума и к меньшему возрастанию крутизны профиля.

На фиг. 5-графики $p^\circ(t^\circ)$ относятся к пятому варианту (кривые 1–4 соответствуют значениям $x^\circ = 0, 50, 100, 200$). Увеличение на несколько сотых содержания газообразного компонента в среде, как показывает сопоставление с графиками фиг. 1, приводит к значительному повышению интенсивности угасания волны с расстоянием. При $\alpha_1 = 0.01$ на расстоянии $x^\circ = 200$ максимальное давление в волне уменьшается на 3%, при $\alpha_1 = 0.1$ — вдвое. Увеличение α_1 меняет также существенно профиль волны. На малых расстояниях ($x^\circ = 50-100$) крутизна возрастает, на больших ($x^\circ \geq 200$) волна становится снова более полой. Возрастание α_1 обуславливает увеличение различий между динамической и статической диаграммами, а вследствие этого возрастание потерь энергии волны. Эти результаты



Фиг. 5



Фиг. 6

расчета соответствуют опытным данным. В водонасыщенном грунте при увеличении α_1 от нуля до 0.04 максимальное давление взрывной волны уменьшается более чем в 100 раз [2].

Исследуем влияние радиуса пузырьков на параметры волны. Для этого перейдем к размерным величинам. Пусть при $\theta^\circ = 1400$ радиус пузырька $r_0 = 0.1$ см (вариант 1). Тогда размерное время действия нагрузки $\theta = \theta^\circ r_0 / c_{20} = 0.00093$ сек. При этом значении θ и при θ° , равных 175 и 10 500 (варианты 2 и 3), радиус пузырьков равен 0.799 и 0.0133 см соответственно. Ниже приведены максимальные давления в волне при нагрузке $p^\circ = 50 \cdot 10^5$ Н/м² и $\theta = 0.00093$ сек на расстояниях 0.2 и 0.55 м (вторая и третья строки соответственно), определенные по фиг. 1, 3 и 4 для трех значений r_0 .

r_0 , см	0.0133	0.1	0.799
$p^\circ \cdot 10^{-5}$, Н/м ²	49	48	38
$p^\circ \cdot 10^{-5}$, Н/м ²	38	31.9	24

Возрастание радиуса пузырьков, а вместе с этим (1.9) и коэффициента объемной вязкости η , в ~ 60 раз приводит к уменьшению максимального давления на расстояниях 0.2 и 0.55 м в ~ 1.3 и ~ 1.6 раза соответственно. Влияние изменения η на интенсивность угасания волны невелико.

Полученные закономерности распространения волн в средах с объемной вязкостью подтверждаются опытами [15, 17, 18]. В работах [17, 18] исследовалось распространение плоских волн в трубе, заполненной глицерином с пузырьками воздуха. Волны создавались электродинамическим излучателем в виде полупериода синусоиды. Давление измерялось турмалиновыми датчиками, показания которых фиксировались электронным осциллографом. На фиг. 6 штриховые линии соответствуют профилю волны $p(t)$ на разных расстояниях r от излучателя при нагрузке $p = 50 \cdot 10^5$ Н/м² и $\theta = 75 \cdot 10^{-6}$ сек в глицерине с содержанием воздуха $\alpha_1 = 0.02$. Средний радиус пузырьков $r_0 = 0.002$ см. Цифры у кривых означают расстояния r в см, к которым они относятся. Сплошные линии определяют на тех же расстояниях соответствующие расчетные зависимости $p(t)$. В расчетах принято $\rho_0 = 1260$ кг/м³, $c_{20} = 1925$ м/сек, $\eta = 8.1$ кг·м/сек. Сопоставление показывает хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных. Наблюдается возрастание крутизны профиля при распространении волны, сопровождающееся одновременным размыванием волны и уменьшением максимального давления.

Проведенные расчеты показывают, что в среде без вязкости непрерывные волны превращаются в ударные. В среде с объемной вязкостью при общем размывании и угасании волны на некоторых расстояниях крутизна профилей давления и скорости частиц может возрастать, приближаясь к ударной. Размывание связано с объемной вязкостью, с наличием двух предельных диаграмм сжатия, возрастание крутизны — с нелинейностью статической диаграммы. В жидкости с пузырьками газа вследствие большого

различия в сжимаемости компонентов статическая диаграмма существенно нелинейна. Свойства среды сильно зависят от содержания газообразного компонента α_1 . Его возрастание на несколько сотых объема увеличивает в десятки раз угасание волны. Изменение коэффициента объемной вязкости η на полтора порядка меняет интенсивность угасания волны лишь на несколько десятков процентов.

Полученные закономерности распространения волн относятся не только к жидкостям с пузырьками газа, но и к широкому классу пористых сред, где особенно велико влияние объемной вязкости. Количественное проявление вязкости в грунтах, горных породах, порошках и других пористых материалах зависит от характера предельных динамических и статических диаграмм и коэффициента вязкости. В модели твердой среды, кроме того, надо учитывать наличие касательных напряжений и остаточных деформаций. Однако основные закономерности деформирования, связанные с нелинейностью предельных диаграмм и объемной вязкостью, сохраняются, что приводит, как показывают опыты [2], к размыванию и угасанию волн и к возрастанию крутизны профиля на некоторых участках.

Поступила 23 III 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляхов Г. М. Ударные волны в многокомпонентных средах. Изв. АН СССР. Мех. и маш., 1959, № 1.
2. Ляхов Г. М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М., «Недра», 1974.
3. Ляхов Г. М., Охитин В. Н. Плоские волны в нелинейных вязких многокомпонентных средах. ПМТФ, 1977, № 2.
4. Ляхов Г. М., Охитин В. Н. Плоские нестационарные волны в средах с объемной вязкостью. ПМТФ, 1977, № 5.
5. Ляхов Г. М., Охитин В. Н. Сферические взрывные волны в средах с объемной вязкостью. ПМТФ, 1977, № 6.
6. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматуллин Р. И. Нестационарные волны в жидкости с пузырьками газа. Докл. АН СССР, 1976, т. 226, № 6.
7. Нигматуллин Р. И., Ивандаев А. И., Нигматуллин Б. И., Милащенко В. И. Нестационарные волновые процессы в газо- и парожидкостных смесях. В кн. Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, 1977.
8. Ван Вейнгарден Л. Одномерные течения жидкостей с пузырьками газа. В кн. Реология суспензий. М., «Мир», 1975.
9. Накоряков В. Е., Соболев В. В., Шрейбер И. Р. Длинноволновые возмущения в газожидкостной смеси. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 5.
10. Гасенко В. Г., Накоряков В. Е., Шрейбер И. Р. Приближение Бюргерса — Кортевега — де Вриза в волновой динамике газожидкостных систем. В кн. Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, 1977.
11. Когарко Б. С. Ударные волны в пузырьковых смесях. В кн. Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, 1977.
12. Бэтчелор Г. К. Волны сжатия в суспензии газовых пузырьков в жидкости. Механика. Период. сб. перев. иностр. ст., 1968, № 3.
13. Паркин Б. Р., Гилмор Ф. Р., Броуд Г. Л. Ударные волны в воде с пузырьками газа. В сб. Подводные и подземные взрывы. М., «Мир», 1974.
14. Legowski Z., Włodarczyk E. Regular reflection of an oblique stationary shock wave from an indeformable plane partition in saturated soil. Proc. Vibrat. Probl. Pol. Akad. Sci., 1974, vol. 15, No. 2.
15. Noordzij L. Shock waves in bubble-liquid mixtures. Phys. Communs, 1971, vol. 3, No. 1.
16. Кузнецов В. В., Накоряков В. Е., Покусеев Б. Г., Шрейбер И. Р. Экспериментальное исследование распространения возмущений в жидкости с пузырьками газа. В кн. Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, 1977.
17. Гребенкина Л. Г., Дружинин Г. А., Токман А. С. Искажение формы импульса сжатия при распространении в пористой жидкости. IX Всесоюз. акуст. конференция, Москва, 1977. Труды. Секция Б. М., 1977.
18. Дружинин Г. А., Остроумов Г. А., Токман А. С. Нелинейное отражение ударных волн и ударные кривые жидкостей с пузырьками газа. Материалы симпозиума «Нелинейные волны деформации». Таллин, 1978.